

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Б. М. Горкунов, С. Г. Львов, Т. В. Дроздова, М. М. Сіренко

ОСНОВИ МАГНІТОМЕТРІЇ

Навчальний посібник
для студентів спеціальності
G6 «Інформаційно-вимірювальні технології»
усіх форм навчання

Рекомендовано Вченою радою НТУ «ХПІ»

Харків
НТУ «ХПІ»
2025

УДК 620.179.14

О-75

Рецензенти:

С. Г. Буряковський, д-р техн. наук, проф.,
Науково-дослідний та проєктно-конструкторський інститут «Молнія»;
М. Д. Кошовий, д-р техн. наук, проф., Національний аерокосмічний університет
ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»

Рекомендовано Вченою радою НТУ «ХПІ»
як навчальний посібник для студентів спеціальності
«Інформаційно-вимірювальні технології» усіх форм навчання,
протокол № 12 від 28.11.2025 р.

О-75 **Основи** магнітометрії : навчальний посібник для студентів
спеціальності **G 6 «Інформаційно-вимірювальні технології»** усіх форм
навчання **Б. М. Горкунов, С. Г. Львов, Т. В. Дроздова, М. М. Сіренко.** –
Харків :НТУ «ХПІ», 2025. – 166 с.

ISBN 978-617-05-0565-1

У навчальному посібнику коротко викладено основні положення та закони магнетизму. Розглянуто характеристики магнітного поля, його джерел і особливості намагнічування матеріалів. Наведено класифікацію, структуру та властивості магнітних матеріалів, їх поведінку та параметри в постійних і змінних магнітних полях. Розглянуто деякі приклади практичного використання магнітних матеріалів. Для закріплення матеріалу запропоновано розв'язання практичних завдань.

Призначено для бакалаврів, магістрів, які навчаються за спеціальністю «Інформаційно-вимірювальні технології», та науковців.

УДК 620.179.14

© Горкунов Б. М., Львов С. Г.,
Дроздова Т. В., Сіренко М. М., 2025
© НТУ «ХПІ», 2025

ISBN 978-617-05-0565-1

ЗМІСТ

Вступ.....	5
Розділ 1. Основні закони магнетизму	7
1.1. Магнітне поле	7
1.2. Закон Ампера.....	9
1.3. Сила Лоренца.....	17
1.4. Закон Біо-Савара-Лапласа	19
1.5. Закон повного струму	28
1.6. Закон електромагнітної індукції.....	33
1.6.1. Закон Фарадея. Правило Ленца	33
1.6.2. Явище самоіндукції.....	36
1.6.3. Явище взаємної індукції.....	39
1.6.4. Енергія магнітного поля	43
1.7. Рівняння Максвелла	44
Контрольні запитання	49
Розділ 2. Магнітні матеріали.....	50
2.1. Атомна структура матеріалу	50
2.2. Типи магнітних матеріалів	59
2.2.1. Діамагнетики	59
2.2.2. Парамагнетики.....	62
2.2.3. Феромагнетики	65
2.3. Характеристики магнітних матеріалів в полях постійного струму	72
2.4. Характеристики магнітних матеріалів в полях змінного струму.....	82
2.5. Приклади практичного використання магнітних матеріалів.....	94
Контрольні запитання	107
Розділ 3. Практичні завдання	108
3.1. Розрахунок магнітної індукції від кінцевого провідника зі струмом в повітряному просторі	108
3.2. Розрахунок магнітної індукції B та напруженості H в центрі та вздовж осі x кільця зі струмом I	115
3.3. Визначення магнітної індукції та напруженості магнітного поля в довгому соленоїді	123
3.4. Розрахунок розподілу напруженості магнітного поля в середині тороїдальної котушки.....	129

3.5. Визначення магнітної проникності феромагнетиків	
за результатами експерименту	133
Контрольні запитання	157
Список джерел інформації	158
Додатки.....	160

ВСТУП

Людям стародавнього світу були відомі цікаві властивості двох речовин: бурштину (electron) та магнітного залізняку (líthos Magnetis – камінь із Магнесії), який видобувався в рудниках поблизу стародавнього міста Магнесія в Малій Азії. Перший, якщо його потерти, притягує легкі предмети, другий здатний притягувати залізо. Подібно до електризації при натиранні бурштину так і при зіткненні загартованої сталі з магнітним залізняком виникає намагніченість. Приблизно до X-XII ст. н.е. відносяться перші згадки про використання намагніченої сталевий стрілки для орієнтування на морі (зараз ми називаємо такий пристрій компасом). У 1600 р. англійський вчений Вільям Гільберт (1540-1603) опублікував роботу «Про магніт, магнітні тіла і великий магніт – Землю», в якій виклав усі відомі знання про властивості постійних магнітів. Саме він вперше показав, що Земля є величезним магнітом [1-3].

Легко помітити схожість між електричними та магнітними явищами. Наприклад, існує два типи електричних зарядів і два різні магнітні полюси. При цьому однойменні полюси магніту, як і однойменні заряди, відштовхуються, а різнойменні притягуються. Тому вчені протягом тривалого часу намагалися встановити зв'язок між електричними та магнітними явищами.

У 1820 р. датський вчений Ханс Крістіан Ерстед (1777-1851) виявив дію електричного струму на магнітну стрілку. Дещо пізніше було виявлено дію постійного магніту на контур з електричним струмом. Ерстед не зробив кількісних оцінок відкритого ним явища. Проте це відкриття призвело до виникнення нової галузі фізики – електромагнетизму [2].

Магнітометрія має за мету визначення характеристик магнітного поля або магнітних властивостей матеріалів. До вимірювальних характеристик магнітного поля відносяться: вектор магнітної індукції, напруженість магнітного поля, магнітний потік, градієнт магнітного поля тощо.

Магнітний стан матеріалу визначається: намагніченістю, магнітною сприйнятливістю, магнітною проникністю та магнітною структурою.

До основних характеристик найбільш розповсюджених магнітних матеріалів – феромагнетиків – відносяться: криві індукції та намагнічування,

коерцитивна сила, залишкова магнітна індукція, втрати енергії на перемагнічування, коефіцієнт розмагнічування феромагнітного зразка.

Для вимірювання магнітних параметрів використовують наступні методи: балістичний, магнітометричний, електродинамічний, індукційний, пндеромоторний, потенціометричний, мостовий, ватметровий, резонансний. Існують також інші методи визначення магнітних характеристик: осцилографічний, метод вольтметра та амперметра, магнітооптичний тощо, які дозволяють досліджувати властивості магнітних матеріалів в динамічному режимі. Прилади для магнітних вимірювань класифікують за їх призначенням.

Серед основних завдань, які вирішуються за допомогою магнітометрії, можна виділити наступні:

- вимірювання магнітної індукції, магнітного потоку, магнітного моменту та інші параметри;
- визначення характеристик магнітних матеріалів;
- дослідження електромагнітних механізмів;
- вимірювання магнітного поля Землі та інших планет;
- вивчення фізико-хімічних властивостей матеріалів (магнітний аналіз);
- дослідження магнітних властивостей атома та атомного ядра;
- визначення дефектів в матеріалах і виробках (магнітна дефектоскопія)
- та багато інших напрямків використання магнітометрії.

Розділ 1. ОСНОВНІ ЗАКОНИ МАГНЕТИЗМУ

1.1. Магнітне поле

Під час проведення дослідів Ханс Крістіан Ерстед 21 липня 1820 р. відзначав, що під дією струму стрілка компаса поверталася і встановлювалася перпендикулярно провіднику із струмом. У разі зміни напрямку струму стрілка поверталася на 180 градусів. Так, вперше був встановлений зв'язок між електричними та магнітними явищами. Термін «магнітне поле» у 1845 р. запровадив англійський фізик Майкл Фарадей [3].

Для графічного уявлення магнітного поля запроваджено поняття ліній магнітної індукції. Слід зазначити, що в електричному полі сила діє вздовж цих ліній, а в магнітному полі – поперек.

На рис. 1.1 представлені експериментально отримані картини ліній магнітної індукції для прямолінійного провідника із струмом (рис. 1.1,*а*), кругового витка із струмом (рис. 1.1,*б*) та соленоїда (рис. 1.1,*в*). Для порівняння з полем соленоїда доданий рисунок поля смугового магніту (рис. 1.1,*г*).

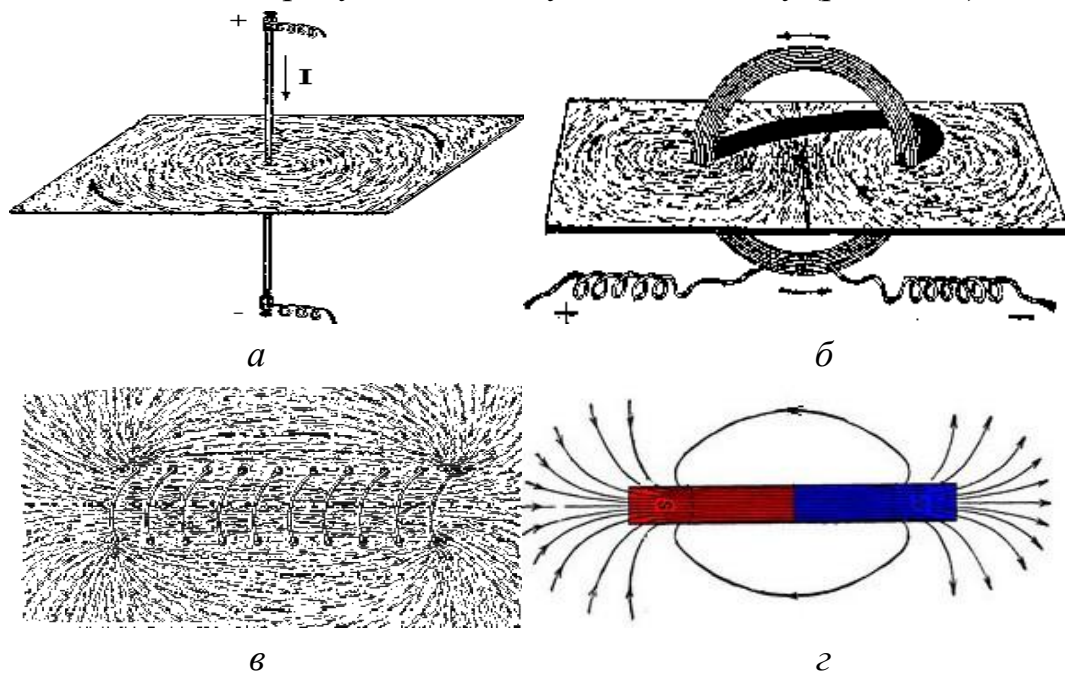


Рисунок 1.1 – Експериментально отримані картини ліній магнітної індукції

Ці лінії легко отримати, якщо розсипати в магнітному полі залізну тирсу (аналог стрілок магніту). З рис. 1.1 видно, що лінії магнітної індукції замкнуті, отже, немає відокремлених магнітних зарядів і магнітних струмів.

З погляду сучасних уявлень взаємодія провідників із струмом (так само як і взаємодія струму з постійним магнітом) здійснюється через магнітне по-

ле: з одного боку, провідник із струмом створює навколо себе магнітне поле, а з іншого – на провідник із струмом у магнітному полі діє сила.

Магнітне поле можна вважати матеріальним середовищем, через яке здійснюється магнітна взаємодія. Воно створюється рухомими електричними зарядами та змінним електричним полем і діє тільки на рухомі електричні заряди (тобто електричні струми). Магнітне поле поряд з електричним полем є однією з двох складових єдиного електромагнітного поля [1].

Кількісно магнітне поле характеризується вектором магнітної індукції. Поруч із індукцією існує інша силова характеристика магнітного поля – напруженість. Напруженість магнітного поля не залежить від властивостей середовища, де це поле існує, тоді як індукція магнітного поля одного і того ж джерела є різною у різних середовищах.

Напруженість магнітного поля не змінюється при переході з одного середовища до іншого, а індукція змінюється. Вектор індукції B магнітного поля та вектор напруженості H магнітного поля пов'язані співвідношенням:

$$B = \mu_0 \mu_r H, \quad (1.1)$$

де μ_0 – магнітна проникність вакууму (або магнітна постійна, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м);

μ_r – відносна магнітна проникність середовища, яка показує, у скільки разів магнітна сила в даному середовищі більше або менше, ніж у вакуумі.

У вакуумі $\mu_r = 1$, а у речовині проникність μ_r може бути як більше, так і менше одиниці.

Одиницею магнітної індукції є Тесла (Тл), що названа на честь американського вченого сербського походження Миколи Тесла (1856-1943), видатного фахівця в галузі електротехніки та радіотехніки.

Одна Тесла є одиницею індукції магнітного поля в системі SI, що дорівнює магнітній індукції однорідного магнітного поля, в якому на плоский контур із струмом, що має магнітний момент $1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$, діє максимальний обертовий момент сил, рівний $1 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Розмірність одиниці магнітної індукції така: $1 \text{ Тл} = 1 \text{ Н} / (1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}) = 1 \text{ кг} / (1 \text{ А} \cdot \text{с}^2)$.

Найчастіше величину магнітного поля виражають не в одиницях SI (Тесла, Тл), а в одиницях системи SGS (Гаус, Гс), оскільки до цієї величини занадто звикли фізики-професіонали (табл. 1.1).

Таблиця 1.1 – Зв’язок магнітних одиниць в системах SI і CGS

Величина	SI	CGS
Індукція	1 Тесла = 10^4 Гс	1 Гаусс = 10^{-4} Тл
Напруженість	1 Ампер/метр = 0,0126 Э	1 Ерстед = 79,5775 А/м

Система одиниць СГС (CGS) є системою одиниць фізичних величин з основними одиницями сантиметр, грам і секунда. Вона застосовується, головним чином, у працях з фізики та астрономії.

В електродинаміці використовувалися дві системи одиниць СГС: електромагнітна (СГСМ) та електростатична (СГСЕ). Найбільшого поширення набула так звана симетрична (змішана) система одиниць СГС (її називають також Гаусова система одиниць).

1.2. Закон Ампера

Засновником теорії електромагнетизму вважається французький фізик Андре Марі Ампер (1775–1836). Він 18 вересня 1820 р. описав магнітне явище, в якому встановив, що два тонких паралельних провідника притягуються, якщо струми в них мають однаковий напрям, і відштовхуються у разі, коли струми є протилежними [2,3].

Таблиця 1.2 – Приклади величин деяких магнітних полів

Поля	CGS (Гс)	SI (Тл)	Сфера застосування
Слабкі	<500	<0,05	Електротехніка
Середні	40000	<4	Електроніка
Сильні	<1 000 000	<100	Надпровідники
Надсильні	>1 000 000	>100	Спрямований вибух
Конкретні приклади			
	1000	0,1	Сонячні плями
	10^7	1000	Білі карлики
	10^{12}	10^8	Нейтронні зірки
	0,4	$4 \cdot 10^{-5}$	Земля на екваторі
	0,7	$7 \cdot 10^{-5}$	Земля на полюсі

Сила взаємодії, що припадає на одиницю довжини кожного з паралельних провідників F , є пропорційною силі струмів I_1 і I_2 у провідниках і обернено пропорційною до відстані b між ними. Закон Ампера записується у вигляді:

$$F = (\mu_0 / 2\pi)(I_1 I_2 / b). \quad (1.2)$$

На основі закону Ампера (1.2) встановлюється одиниця сили струму (Ампер) в системі SI. Один Ампер – це сила такого струму, який протікає по двох паралельних провідниках нескінченної довжини і мізерно малого перерізу, розташованих на відстані 1 м один від одного у вакуумі, і викликає силу взаємодії, що дорівнює $2 \cdot 10^{-7}$ Н на кожен метр довжини провідників. З 2019 р. набула чинності Нова Si, відповідно до якої ампер – це одиниця вимірювання електричного струму, яка визначається через фіксоване числове значення елементарного заряду $e = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Магнітне поле діє на електричний струм. Тому, щоб ввести силову характеристику магнітного поля, потрібно визначити об'єкт, пов'язаний з електричним струмом. Таким об'єктом, як показано на рис. 1.2, вважається елемент струму $I \, dl$, де I - сила струму, що протікає по нескінченно тонкому провіднику; dl – вектор, довжина якого дорівнює довжині елемента провідника dl , а його напрямок співпадає з напрямом струму.

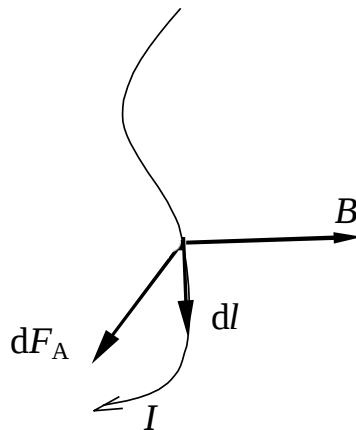


Рисунок 1.2 – Провідник із струмом у магнітному полі

Експериментально встановлено, що сила, яка діє на елемент струму, пропорційна його величині та інтенсивності магнітного поля в даній точці. Напрямок дії цієї сили є перпендикулярним самому елементу і деякому напрямку в просторі, який вважається напрямом магнітного поля. Сила F_A , яка діє на провідник із струмом з боку магнітного поля, називається *силою Ампера*. Використовуючи властивості векторного добутку, цю силу можна представити у наступному вигляді:

$$dF_A = I (dl \cdot B). \quad (1.3)$$

Визначений у виразі (1.3) вектор магнітної індукції B описує силовий вплив магнітного поля.

Напрямок сили Ампера знаходять за правилом векторного добутку або за правилом лівої руки: силові лінії магнітного поля вектора магнітної індукції B входять у долонь лівої руки, а витягнуті чотири пальці направлені уздовж струму, тоді відставлений під кутом 90 градусів великий палець показує напрямок сили Ампера F_A .

У скалярній формі сила Ампера виражається формулою:

$$dF_A = I dl B \sin \alpha, \quad (1.4)$$

де α – кут між напрямками струму і силових ліній магнітного поля.

Якщо $\alpha = \pi/2$, то $dF_A = I dl B$. Звідси можна виразити величину (модуль) вектора магнітної індукції, як:

$$B = \frac{dF_A}{Idl}. \quad (1.5)$$

Отже, магнітна індукція B чисельно дорівнює силі, що діє на провідник одиничної довжини, по якому протікає струм одиничної сили, коли провідник розташований перпендикулярно силовим лініям магнітного поля.

Щоб знайти силу Ампера, яка діє на провідник складної форми або провідник великих розмірів, потрібно розділити провідник на елементарні ділянки dl .

Розглянемо два тонкі прямі нескінченні провідники з струмами I_1 і I_2 , що протікають в одному напрямку і знаходяться на відстані b (рис. 1.3).

Кожен провідник створює навколо себе магнітне поле. Тому можна вважати, що один провідник із струмом знаходиться в полі іншого провідника.

На провідник із струмом у магнітному полі діє сила Ампера, що визначається виразом (1.3). Напрямок сили, яка діє на провідник із струмом, можна визначити за правилом «лівої руки».

Як видно із рис. 1.3, на елементи струму $I_1 dl_1$ і $I_2 dl_2$ діють сили:

$$F_1 = I_1 dl_1 B_2 = (\mu_0 / 2\pi)(I_1 I_2 / b) dl_1; \quad (1.6)$$

$$dF_2 = I_2 dl_2 B_1 = (\mu_0 / 2\pi)(I_1 I_2 / b) dl_2. \quad (1.7)$$

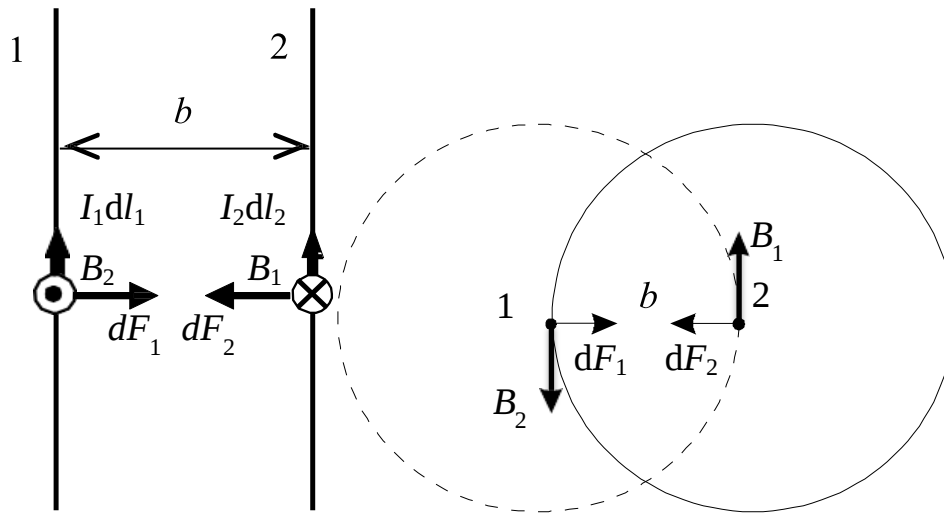


Рисунок 1.3 – Взаємодія двох провідників із струмами в одному напрямі

В них магнітні індукції полів, які створюються першим і другим провідниками на відстані b , можна представити відповідно, як:

$$B_1 = \mu_0 I_1 / 2\pi b; \quad (1.8)$$

$$B_2 = \mu_0 I_2 / 2\pi b. \quad (1.9)$$

Сила Ампера, яка діє на одиницю довжини, має вигляд:

$$F_A = dF_1 / dl_1 = dF_2 / dl_2 = (\mu_0 / 2\pi)(I_1 I_2 / b). \quad (1.10)$$

Це співвідношення співпадає з формулою (1.2), яку запропонував французький фізик Андре Марі Ампер.

Зрозуміло, що якщо $I_1 dl_1 \uparrow \uparrow I_2 dl_2$, то $dF_2 \uparrow \downarrow dF_1$, а якщо $I_1 dl_1 \uparrow \downarrow I_2 dl_2$, то $dF_2 \uparrow \uparrow dF_1$. З цього можна дійти висновку, що струми одного напрямку притягуються, а протилежного напрямку відштовхуються. Якщо провідники не паралельні один одному, то значення сили множиться на $\sin \alpha$, де кут α вимірюється між струмом у провіднику і нормаллю до другого провідника. Відомі випадки, коли після проходження великих струмів по трубі її діаметр внутрішнього отвору значно зменшувався.

З практичної точки зору, використання виразу (1.3) є незручним для визначення магнітної індукції, оскільки неможливо створити відокремлений від загального кола короткий провідник, по якому протікає постійний струм. Тому для дослідження магнітного поля використовують пробний струм, що циркулює у плоскому замкнутому контурі дуже малих розмірів (рис. 1.4).

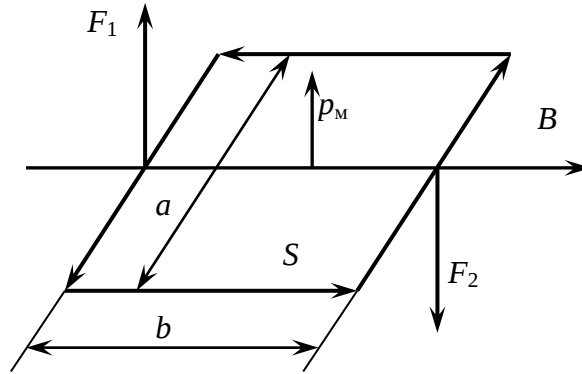


Рисунок 1.4 – Рамка із струмом у магнітному полі

Орієнтацію контуру у просторі визначають вектором позитивної нормалі n за правилом правого гвинта: якщо обертати правий гвинт у напрямку струму, його поступальний рух вказує напрям нормалі.

Якщо помістити пробний контур в магнітне поле, то можна виявити, що поле має на нього орієнтуючу дію, тому що нормаль встановлюється у певному напрямку. Прийнемо його за напрямок поля в даній точці. Якщо контур повернути так, щоб напрямки поля та нормалі не збігалися, то виникне момент сил, які прагнуть повернути контур у початкове положення. Величина моменту залежить від кута α між нормаллю і напрямом поля, досягаючи найбільшого значення $M_{\max}$ при $\alpha = \pi/2$.

Обертальний момент залежить від сили струму I у контурі та площі контуру S і не залежить від його форми. Дія магнітного поля на контур визначається величиною, яку називають *магнітним моментом контуру* або *магнітним дипольним моментом* і визначають як:

$$p_M = I S n. \quad (1.11)$$

На розташовані в даній точці поля пробні контури, що відрізняються значенням магнітних моментів p_M і орієнтовані під різними кутами α до напрямку магнітного поля (вектора $\vec{B}$), діють різні за величиною обертальні моменти сил M :

$$M = p_M B \sin \alpha, \quad (1.12)$$

Цей момент прагне повернути рамку до положення стійкої рівноваги, у якому магнітний момент рамки спрямований уздовж напрямку поля. Якщо магнітному моменту приписати векторні властивості, визначаючи його на-

прям за правилом правого гвинта обтікання рамки струмом, то загальний момент сил, які діють на рамку, дорівнює:

$$M = p_m \cdot B. \quad (1.13)$$

Слід зауважити, що відношення $M_{\max} / p_m$ є однаковим для всіх контурів і є кількісною характеристикою магнітного поля в даній точці:

$$B = M_{\max} / p_m. \quad (1.14)$$

Якщо рамка із струмом під дією моменту сил повертається в магнітному полі на кут $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$, то над нею силами поля здійснюється робота:

$$A = - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} M d\alpha. \quad (1.15)$$

Підставляючи у формулу (1.15) вираз для M з (1.12) та інтегруючи її, отримаємо:

$$A = - (p_m B \cos\alpha_1 - p_m B \cos\alpha_2). \quad (1.16)$$

Знак «мінус» тут вказує на те, що потенційна енергія зменшується під час роботи. Отже, рамка зі струмом має в магнітному полі потенційну енергію W_{Π} , яка дорівнює скалярному добутку векторів, взятому із зворотним знаком:

$$W_{\Pi} = - (p_m B). \quad (1.17)$$

Таким чином, на замкнутий контур зі струмом в магнітному полі діє механічний момент, який визначається формулою (1.13), а магнітний диполь має в магнітному полі потенційну енергію (1.17). При паралельності векторів p_m і B обертальний момент дорівнює нулю, потенційна енергія мінімальна і рамка знаходиться в стані стійкої рівноваги. Сили, які діють на контур, розтягують його. При протилежній направленості векторів p_m і B момент також дорівнює нулю, але потенційна енергія максимальна і рівновага нестійка. Сили, які діють на контур, стискають його.

Сумарна сила, що діє на магнітний диполь в однорідному полі, дорівнює нулю. Отже, магнітний диполь в однорідному магнітному полі поступально не переміщується, він може тільки обертатися.

Переміщення магнітного диполя здійснюється за рахунок сили, що виникає в неоднорідному магнітному полі. Вона є пропорційною похідним від вектора магнітної індукції B по координатах.

Дія неоднорідного магнітного поля на контур із струмом показана на рис. 1.5. При протилежних напрямках векторів p_m і B (рис. 1.5,а) сили $dF_{\perp}$, перпендикулярні осі z магнітного поля, стискають контур, а сили $dF_{\parallel}$, паралельні осі z , виштовхують його в область слабшого поля B . При збігу напрямів векторів p_m і B (рис. 1.5б) сили $dF_{\perp}$, перпендикулярні осі z , розтягують контур, а сили $dF_{\parallel}$, які паралельні осі z , втягують його в область сильнішого поля B .

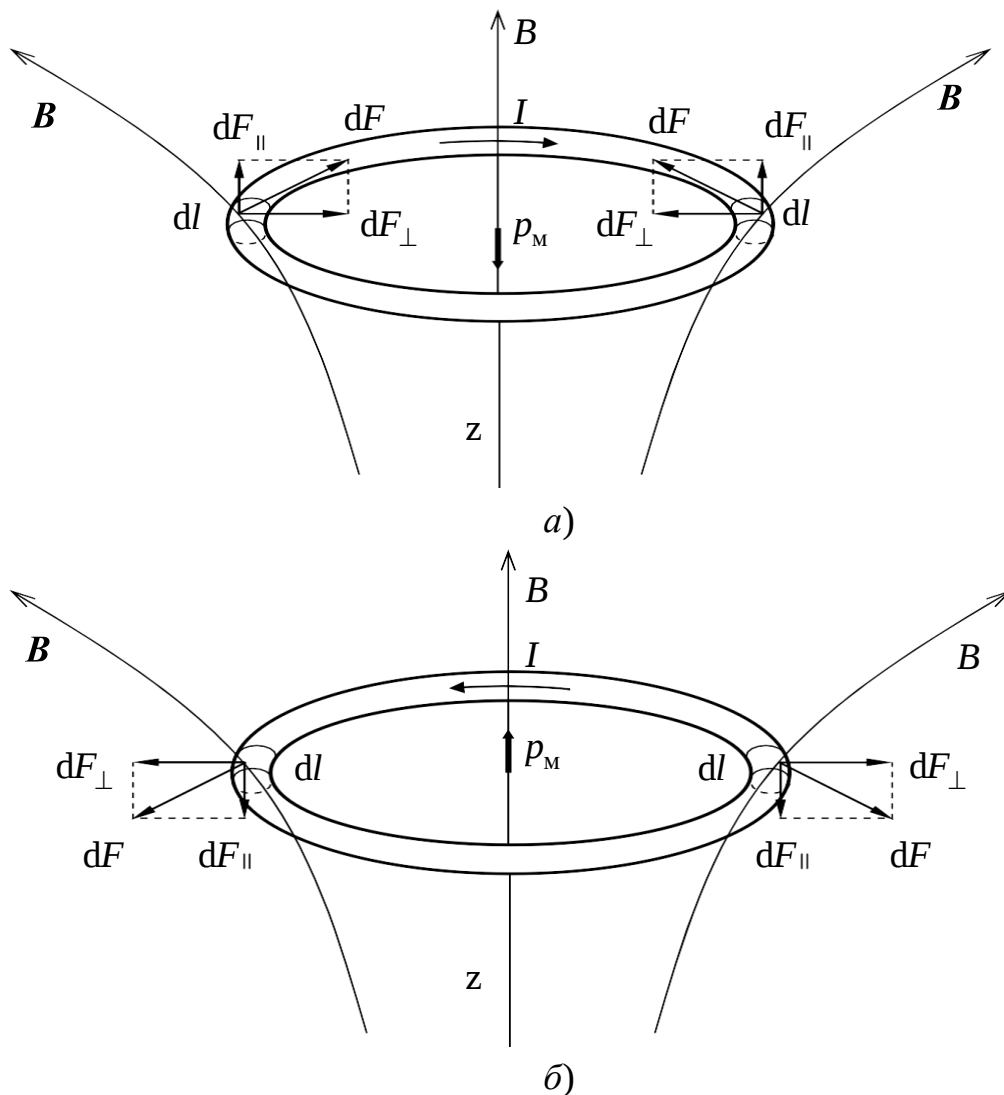


Рисунок 1.5 – Контур із струмом у магнітному полі

У неоднорідному ($B \neq \text{const}$) полі сила F , яка діє на контур зі струмом, спрямована уздовж осі симетрії поля z і визначається з виразу:

$$F = p_m (dB / dz) \cos \alpha, \quad (1.18)$$

де α – кут між векторами p_m і B .

Розглянемо рух провідника із струмом в однорідному магнітному полі. Однорідним є поле, в кожній точці якого вектор магнітної індукції однаковий. Силкові лінії такого поля є паралельними. Наприклад, джерело постійного струму підключено до двох рейок, які лежать у горизонтальній площині (рис. 1.6). По цих рейках може ковзати горизонтальна перемичка без тертя та втрати електричного контакту. Система знаходиться у однорідному вертикальному магнітному полі.

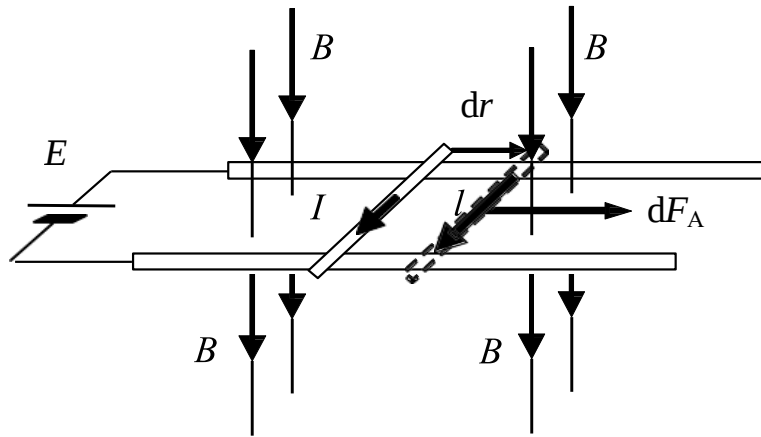


Рисунок 1.6 – Переміщення провідника у магнітному полі

На провідник із струмом, що знаходиться в магнітному полі, діє сила F відповідно до (1.3). При переміщенні провідника на довжину dr ця сила здійснює роботу:

$$dA = F dr = I (l * B) dr = I (dr * l) B. \quad (1.19)$$

де l – вектор, напрям якого збігається з напрямом струму, а довжина дорівнює відстані між рейками.

Останнє рівняння отримане з урахуванням правила циклічної перестановки співмножників у векторному добутку. Оскільки $dr \perp l$, то $dr * l = l dr$ $n = dS$ $n = dS$, де вектор n є перпендикулярним вектору зміщення та струму, тобто площині контуру, а dS є площею, яка перетинається дротом. Тоді маємо:

$$dA = I B dS. \quad (1.20)$$

Величина, яка дорівнює скалярному добутку вектора магнітної індукції та елемента площі поверхні, називається *поток*ом вектора магнітної індукції і вимірюється у Веберах ($1 \text{ Вб} = \text{Тл м}^2$):

$$d\Phi = B dS. \quad (1.21)$$

Робота з переміщення провідника із струмом в магнітному полі чисельно дорівнює добутку струму і магнітного потоку, який перетнутий рухомих провідником:

$$dA = I d\Phi. \quad (1.22)$$

Неважко помітити, що переміщення провідника (рис. 1.6) еквівалентне деформації замкнутого контуру із струмом (у даному випадку збільшенню його площі). Можна показати, що при будь-якому переміщенні замкнутого контуру із струмом в магнітному полі або при будь-якій його деформації здійснюється робота, величина якої визначається формулою (1.22), в якій $d\Phi$ слід розуміти як зміну магнітного потоку, зчепленого з контуром.

Це співвідношення залишається справедливим і у випадку, коли контур нерухомий, а змінюється вектор магнітної індукції. Більше того, воно справедливе і для контурів, які не є плоскими.

1.3. Сила Лоренца

Сума електричної (F_E) та магнітної (F_B) складових сили, що діє на електричний заряд, називається *силою Лоренца*, хоча іноді силою Лоренца називають тільки магнітну складову [3]. У загальному вигляді сила Лоренца представляється як:

$$F_{\text{л}} = F_E + F_B = q E + q (u \cdot B). \quad (1.23)$$

де E – напруженість електричного поля;

q – заряд частинки;

u – вектор швидкості частинки;

B – вектор магнітної індукції.

Перший доданок у правій частині характеризує складову вектора сили з боку електричного поля, а другий – з боку магнітного поля. У скалярній формі сила Лоренца записується у вигляді:

$$F_{\text{л}} = q u B \sin \alpha, \quad (1.24)$$

де α – кут між векторами швидкості u і магнітної індукції B .

Напрямок сили Лоренца залежить від знаку заряду. Правило лівої руки справедливе лише для позитивних зарядів. Сила, що діє на негативний заряд, спрямована у протилежний бік.

Наприклад, нехай заряд влітає в однорідне магнітне поле зі швидкістю u під кутом α до ліній магнітної індукції. Швидкість частинки можна розкласти на дві складові: паралельну та перпендикулярну до вектора B (рис. 1.7,а).

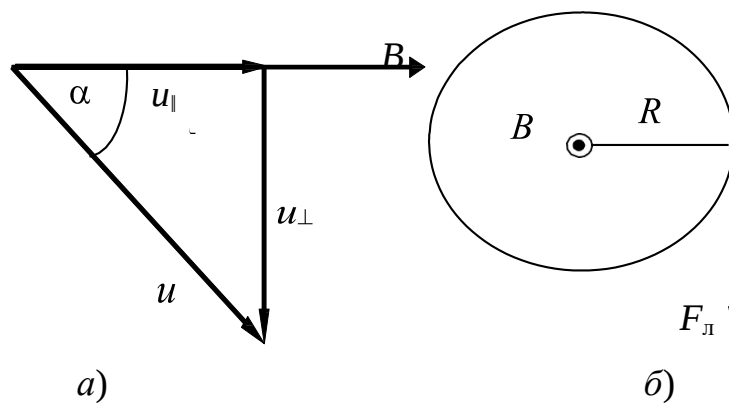


Рисунок 1.7 – Сила Лоренца, яка діє на заряд в магнітному полі

Рухаючись уздовж ліній магнітної індукції, частинка не повинна відчувати дії сили, тому що векторний добуток паралельних векторів дорівнює нулю. Отже, паралельна складова швидкості не змінюватиметься. Для перпендикулярної складової швидкості $u_{\perp}$ відповідно до (1.23), під дією сили Лоренца ($F_{\text{л}} = q u_{\perp} B$) заряджена частинка масою m набуває доцентрового прискорення $a_{\text{ц}}$:

$$a_{\text{ц}} = u_{\perp}^2 / R = q u_{\perp} B / m. \quad (1.25)$$

Отже, заряд буде рухатись по колу з радіусом R (рис. 1.7,б):

$$R = (m / q) (u_{\perp} / B). \quad (1.26)$$

Радіус R залежить від відношення маси частинки до її заряду (m / q), яке називається питомим зарядом частинки. Ця властивість використовується для визначення частинок за кривизною їх траєкторій у мас-спектрометрі. Пе-

ріод обігу заряду T визначимо, коли поділимо довжину кола $2\pi R$ на швидкість частинки $u_{\perp}$:

$$T = 2\pi m / (q B). \quad (1.27)$$

Виявляється, що період обігу є незалежним від швидкості. Ця властивість використовується для прискорення частинок у циклотроні.

Отже, заряджена частинка приймає участь у двох рухах: із постійною швидкістю $u_{\parallel}$ уздовж силової лінії та зі швидкістю $u_{\perp}$ по колу навколо силової лінії. Результируюча траєкторія є спіральною лінією із кроком спіралі h (рис. 1.8):

$$h = u_{\parallel} T = 2\pi u_{\parallel} m / (q B). \quad (1.28)$$

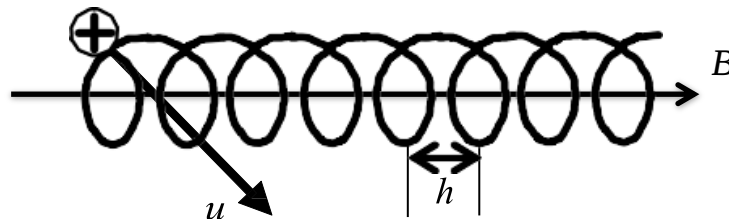


Рисунок 1.8 - Спіральний рух зарядженої частинки в магнітному полі

Частинка умовно «навивається» на силову лінію магнітного поля. Приблизно так магнітне поле Землі «захоплює» протони, що летять до Землі від Сонця, захищаючи нас від потужного радіоактивного випромінювання.

1.4. Закон Біо-Савара-Лапласа

Відразу після відкриттів Ерстеда та Ампера французькі вчені Жан Батіст Біо (1774-1862) та Фелікс Савар (1791-1841) провели дослідження магнітних полів, створюваних провідниками із струмом різної форми, а їх співвітчизник П'єр Симон Лаплас (1749-1827) проаналізував експериментальні дані і в 1820 р. встановив закон, який визначає елементарну магнітну індукцію dB , створювану елементом струму Idl :

$$dB = (\mu_0 / 4\pi) (I dl * r) / r^3, \quad (1.29)$$

де r – відстань від провідника із струмом до точки спостереження.

Це співвідношення на їх честь отримало назву «закон Біо-Савара-Лапласа». Як видно з (1.29), вектор $d\mathbf{B}$ є перпендикулярним векторам $I d\mathbf{l}$ і $\mathbf{r}$, а його напрям визначається векторним добутком цих векторів [2,3].

З практичної точки зору, для визначення напрямку поля зручніше користуватися одним із варіантів правила правого гвинта: якщо обертати гвинт таким чином, щоб його поступальний рух збігався з напрямком струму, то напрям обертання головки гвинта вкаже напрямок ліній магнітної індукції. За іншим варіантом цього правила, якщо гвинт обертати так, щоб дотична до напрямку обертання його головки збіглася з напрямком струму, то поступальний рух гвинта вкаже напрям вектора магнітної індукції. У першому випадку гвинт треба розмістити уздовж осі струму, у другому – у точці, де визначається індукція поля. Легко переконатись, що вектор $d\mathbf{B}$ на рис. 1.9 за будь-якого способу визначення спрямований «від нас».

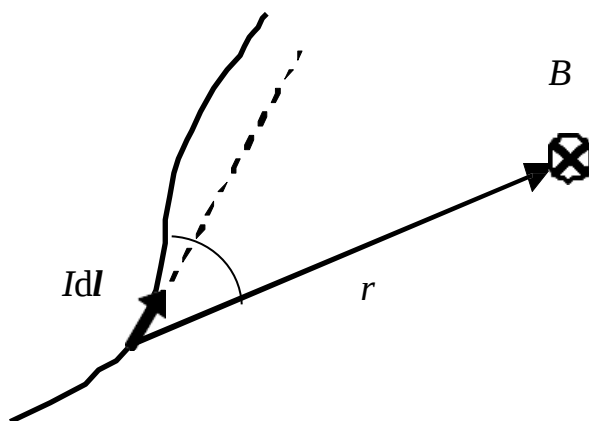


Рисунок 1.9 – Магнітна індукція в точці простору, яка створюється елементом провідника зі струмом

У скалярному вигляді формула (1.29) має вигляд:

$$dB = (\mu_0 / 4\pi) (I dl / r^2) \sin\alpha, \quad (1.30)$$

де α – кут між напрямком елемента струму та радіус-вектором r (рис.1.9).

Велика кількість дослідів показує, що для індукції магнітного поля, як і для багатьох інших векторних величин, справедливим є принцип суперпозиції. Якщо є кілька контурів зі струмами, кожен з яких створює свою магнітну індукцію, то магнітна індукція B результуючого поля дорівнює векторній сумі індукцій $B_i(r)$ окремих контурів:

$$B = \sum_{i=1}^n B_i(r). \quad (1.31)$$

Застосування закону Біо-Савара-Лапласа разом із принципом суперпозиції дозволяє розрахувати характеристики магнітного поля, створюваного будь-якими струмами.

Знайдемо поле, створюване прямою ділянкою (1-2) провідника, по якій протікає струм I (рис. 1.10). Всі зміни індукції dB , створювані нескінченно малими елементами дроту dl , мають однаковий напрямок у вибраній точці. Тому складання векторів можна замінити додаванням їх модулів.

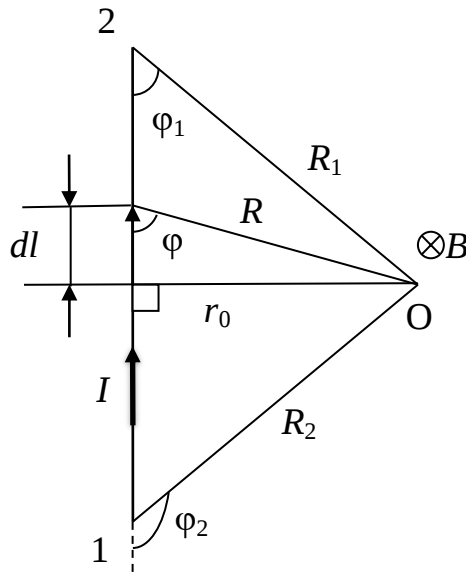


Рисунок 1.10 – Визначення магнітної індукції прямого провідника із струмом

Точка О знаходиться на відстані r_0 від дроту, тому для заданого елемента провідника можна записати, що

$$l = r_0 \operatorname{ctg} \varphi, \quad (1.32)$$

або

$$dl = -r_0 (1/\sin^2 \varphi) d\varphi. \quad (1.33)$$

Далі, враховуючи, що $R = r_0 / \sin \varphi$, а $(dl * R) = dl R \sin \varphi$, підставляємо ці вирази у формулу (1.23) і візьмемо інтеграл:

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} -\frac{\sin \varphi d\varphi}{r_0} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \cos \varphi \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2). \quad (1.34)$$

Для нескінченного дроту, коли $l \rightarrow \infty$, $\varphi_1 \rightarrow 0$, а $\varphi_2 \rightarrow \pi$, отримаємо:

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}. \quad (1.35)$$

Іноді використання кутів φ_1 і φ_2 для визначення магнітної індукції в точці є незручним, тому можна перейти до відрізків провідника із струмом (рис. 1.11):

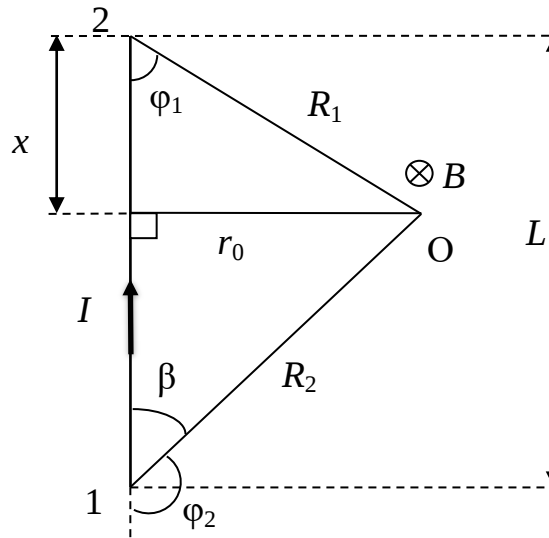


Рисунок 1.11 – Визначення магнітної індукції прямого провідника із струмом через його відрізки

Визначимо необхідні кути через відрізки (рис. 1.11):

$$\cos \varphi_1 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + r_0^2}}; \quad \cos \beta = \frac{L-x}{\sqrt{(L-x)^2 + r_0^2}}. \quad (1.36)$$

Якщо врахувати, що кут $\beta = (180^\circ - \varphi_2)$ (див. рис. 1.11), тоді $\cos \beta = \cos(180^\circ - \varphi_2) = -\cos \varphi_2$. Підставивши у формулу (1.34), отримаємо:

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + r_0^2}} + \frac{L-x}{\sqrt{(L-x)^2 + r_0^2}} \right). \quad (1.37)$$

Вирази (1.34) і (1.37) зручно використовувати для розрахунку магнітних полів, створюваних плоскими контурами, які складені з відрізків прямого дроту.

Відзначимо одну важливу властивість прямого провідника із струмом. Якщо обрана точка лежить на осі струму, як показано на рис. 1.10, то $\sin\varphi$ для будь-якого елемента дорівнює нулю. Це означає, що прямий струм не створює магнітне поле на своїй осі.

На рівній відстані від провідника із струмом магнітна індукція має однакове значення, а її напрямок збігається з дотичною до кола, центр якої лежить на провіднику із струмом. Тому лінії магнітної індукції мають вигляд концентричних кіл (з різними радіусами), які охоплюють дріт.

Розглянемо розподіл магнітного поля в будь-якій точці на осі x . Він створюється струмом I , що протікає по тонкому провіднику у формі кола з радіусом a (рис. 1.12).

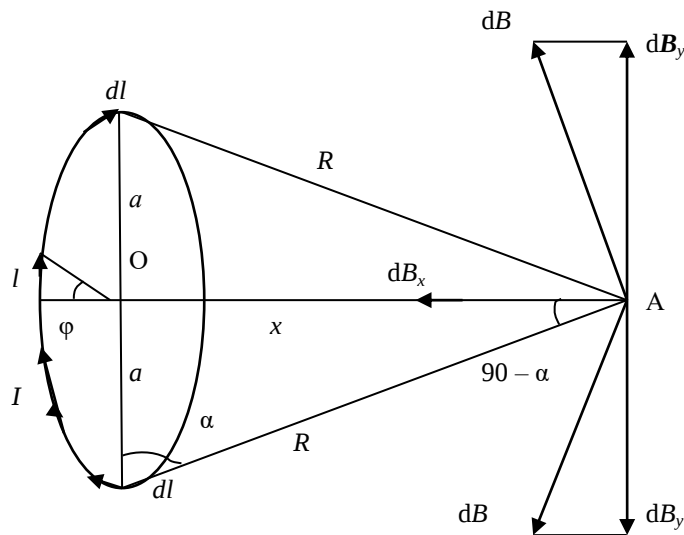


Рисунок 1.12 – Магнітне поле кільця із струмом

Кожен елемент струму $I dl$, згідно із законом Біо-Савара-Лапласа створює магнітне поле з індукцією dB , що визначається формулою (1.29).

Вектор dB можна розділити на дві складові: dB_x і dB_y . Причому $\sum dB_y = 0$, тому що це взаємно протилежні вектори (верхній діє зі знаком «+», а нижній діє зі знаком «-») і вони не беруть участі в проекції на вісь x . Кутом α є кут між площиною кільця із струмом та відрізком R . Для вектора dB_x зазначимо, що $dB_x = dB \cos\alpha$. Величина дуги дорівнює $dl = a d\varphi$. Оскільки дотична dl є перпендикулярною до R , то значення $(dl \cdot R)$ дорівнює

$$(dl \cdot R) = dl R \sin(\pi/2) = dl R. \quad (1.38)$$

Тоді закон Біо-Савара-Лапласа в інтегральній формі має вигляд

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{a \cos \alpha}{R^2} d\varphi, \quad (1.39)$$

Враховуючи, що $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ і $R^2 = a^2 + x^2$, маємо

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{a \cdot a \cdot d\varphi}{\sqrt{a^2 + x^2} \cdot (a^2 + x^2)} = \frac{\mu_0 I \cdot a^2}{4\pi \cdot (a^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi.$$

Отже:

$$B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (1.40)$$

В центрі кільця ($x = 0$) формула (1.40) приймає вигляд:

$$B_{\text{ц}} = \frac{\mu_0 I}{2a}. \quad (1.41)$$

Користуючись формулою (1.40), можна побудувати графік розподілу магнітної індукції уздовж осі x (рис. 1.13). Видно, що чим далі від центру кільця по осі x , тим менше значення індукції B_x .

Визначимо розподіл магнітної індукції у довгому соленоїді. Соленоїдом (від грецького *solen* – трубка і *eidos* – вид) є котушка у вигляді намотаного на циліндричну поверхню ізолюваного дроту, по якому протікає електричний струм. Довгий соленоїд – це така електрична котушка індуктивності, в якій відношення довжини L до діаметра $2a$ повинно бути не меншим за 10. На рис. 1.14 схематично зображено соленоїд з прийнятими позначеннями для визначення магнітної індукції на його подовжній осі.

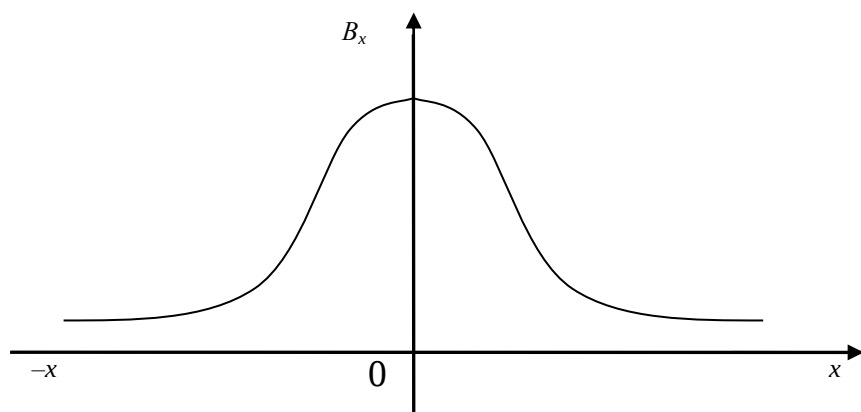


Рисунок 1.13 – Графік розподілу магнітної індукції уздовж осі x

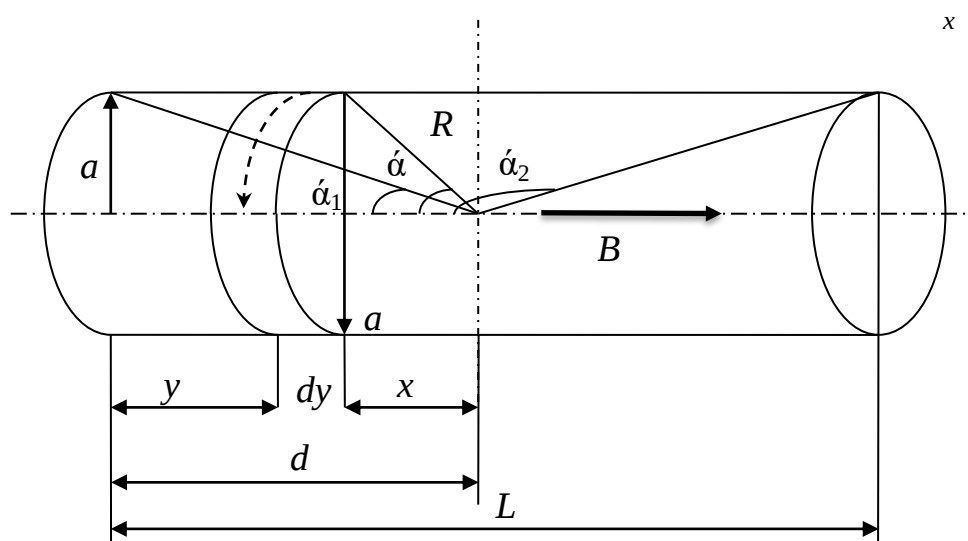


Рисунок 1.14 – Визначення магнітної індукції на подовжній осі соленоїда

Згідно виразу (1.40) запишемо формулу для визначення індукції від одного витка соленоїда:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (1.42)$$

Тоді магнітна індукція від елемента кільця шириною dy розраховується за формулою:

$$dB = \frac{\mu_0 I a^2 W}{2(a^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \frac{1}{L} dy, \quad (1.43)$$

де $(W / L) dy$ – число витків у шарі dy .

Інтегруємо цей вираз по всій довжині:

$$B = \int_0^L \frac{\mu_0 I a^2 W}{2L(a^2 + x^2)^{3/2}} dy. \quad (1.44)$$

Зазначимо, що $x = a \operatorname{ctg} \alpha$, $y = d - x$; $dy = -dx$; $dx = -(a / \sin^2 \alpha) d\alpha$. Підставивши ці величини в попередню формулу, отримаємо:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I a^2 W a}{2L(a^2 + x^2)(\sin^2 \alpha) \sqrt{a^2 + x^2}} d\alpha. \quad (1.45)$$

Так, як співвідношення

$$\underbrace{\frac{a^2}{a^2 + x^2}}_{R^2} \cdot \underbrace{\frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}}}_R = \sin^2 \alpha \cdot \sin \alpha, \quad (1.46)$$

то

$$B = \frac{\mu_0 I W}{2L} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin^2 \alpha \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha} \cdot \sin \alpha dl. \quad (1.47)$$

Таким чином, магнітну індукцію на подовжній осі соленоїда визначають із формули:

$$B = \frac{\mu_0 I W}{2L} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (1.48)$$

Якщо $L \rightarrow \infty$, $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow \pi$, граничний перехід до нескінченного соленоїду, тоді:

$$B = \frac{\mu_0 I W}{L}; \quad (1.49)$$

Визначення магнітної індукції на осі соленоїда через довжину відрізків показано на рис. 1.15.

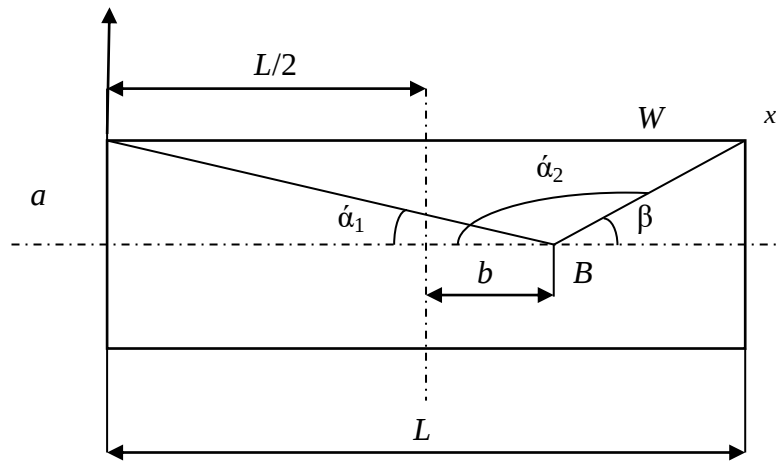


Рисунок 1.15 – Визначення індукції на осі соленоїда через довжину відрізків

Із рис. 1.15 видно, що

$$\cos \alpha_1 = \frac{L/2 + b}{\sqrt{a^2 + (L/2 + b)^2}} ; \quad \cos \beta = \frac{L/2 - b}{\sqrt{a^2 + (L/2 - b)^2}}. \quad (1.50)$$

Також з рис. 1.15 можна записати, що кут $\beta = 180 - \alpha_2$ і відповідно $\cos \beta = -\cos \alpha_2$. Тому після підстановки у формулу (1.48), отримаємо:

$$B = \frac{\mu_0 IW}{2L} \left(\frac{L/2 + b}{\sqrt{a^2 + (L/2 + b)^2}} + \frac{L/2 - b}{\sqrt{a^2 + (L/2 - b)^2}} \right). \quad (1.51)$$

Магнітна індукція в центрі соленоїда ($b = 0$) розраховується, як

$$B_{\text{ц}} = \frac{\mu_0 IW}{2L} \left(\frac{L/2}{\sqrt{(L^2/4 + a^2)}} + \frac{L/2}{\sqrt{(L^2/4 + a^2)}} \right). \quad (1.52)$$

Після спрощення, отримаємо:

$$B_{\text{ц}} = \frac{\mu_0 IW}{L} \frac{1}{\sqrt{1 + 4a^2/L^2}}; \quad (1.53)$$

При $L \rightarrow \infty$, значення $\left(\frac{2a}{L}\right)^2 \rightarrow 0$. Тоді аналогічно з виразом (1.49) індукція буде дорівнювати

$$B = \frac{\mu_0 IW}{L}. \quad (1.54)$$

Ступінь однорідності β розподілу магнітної індукції соленоїда уздовж осі x знаходимо аналітично. Для цього спочатку знаходимо індукцію в центрі соленоїда $B_{\text{ц}}$ за формулами (1.49) або (1.53). Потім знаходимо значення індукцій B_x вздовж осі x з виразів (1.31 та 1.48) або (1.51), при цьому розділивши довжину відрізка x на рівні інтервали, починаючи з середини соленоїда і закінчуючи зовні соленоїду на відстані його діаметра. Тоді відносну ступінь однорідності β розподілу магнітної індукції знайдемо, як:

$$\beta = \frac{B_{\text{ц}} - B_x}{B_{\text{ц}}} 100\% \quad (1.55)$$

Якщо $L/2a \gg 80$, то такий соленоїд використовують як зразкову робочу міру напруженості поля. Задавши силу струму I і знаючи число витків W та довжину соленоїда L , можна знайти напруженість магнітного поля H_0 всередині нього. Якщо використовувати такий соленоїд, як робочу міру, то похибки визначення H_0 не перевищують 1 % при відносних похибках вимірювання струму 0,2 %, геометричних розмірів 0,5 %, а кількість витків з похибкою 1 %.

1.5. Закон повного струму

Для вектора магнітної індукції можна ввести поняття циркуляції по замкнутому контуру і потоку вектора індукції B через поверхню. Математично циркуляція вектора B представляється інтегралом виду $\oint B dl$, де B є дотичною складовою вектора магнітної індукції [3].

Розглянемо випадок, коли контур обходу є перпендикулярним до нескінченного прямого провідника (рис. 1.16).

Розрахуємо циркуляцію вектора магнітної індукції. Для цього візьмемо контур l , що охоплює струм, і обчислимо для нього інтеграл $\oint B dl$, який якраз і є циркуляцією вектора магнітної індукції.

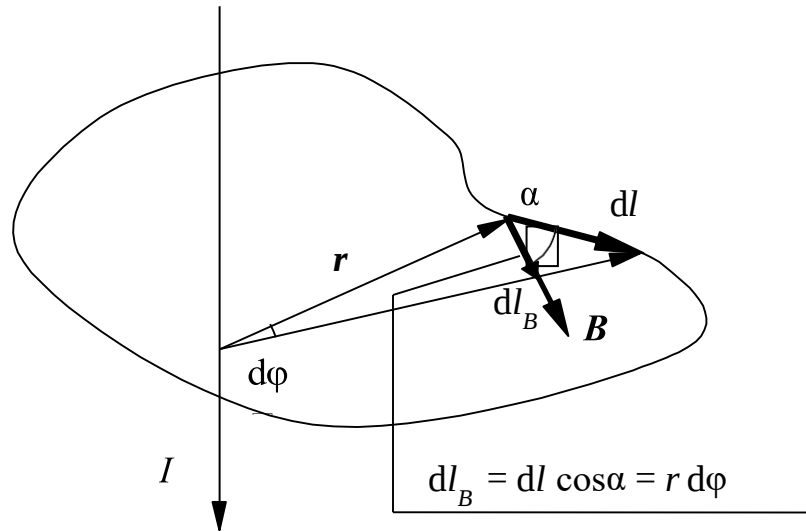


Рисунок 1.16 – Геометричне пояснення циркуляції вектора магнітної індукції по замкнутому контуру

Нехай кут α буде кутом між магнітним полем та контуром у певній точці, яка визначається радіус-вектором r . Довжина елемента дуги кола визначається, як $dl \cos \alpha = r d\phi$. Тоді з урахуванням (1.35), підставляючи значення dl у вираз для циркуляції і виносячи за знак інтеграла постійні величини, отримаємо, що циркуляція вектора B уздовж силової лінії дорівнює:

$$\oint B dl = \oint B dl \cos \alpha = \oint B r d\phi = \mu_0 \int_0^{2\pi} (Ir/2\pi r) d\phi = \mu_0 I. \quad (1.56)$$

Можна показати, що отриманий результат не залежить ані від форми струму, ані від розташування контуру. Крім того, коли контур охоплює кілька струмів, циркуляція вектора B відповідно до принципу суперпозиції дорівнює їх сумі:

$$\oint B dl = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i. \quad (1.57)$$

Це співвідношення як раз і є «магнітним» аналогом електростатичної теореми Гаусса і називається законом повного струму.

За наслідками проведеного аналізу можна сформулювати наступну теорему про циркуляцію: циркуляція вектора магнітної індукції B уздовж довільного замкнутого контуру дорівнює сумі струмів, що охоплюються цим контуром, помноженою на магнітну константу. Якщо контур не охоплює струми, циркуляція дорівнює нулю.

Як і теорема Гаусса, закон повного струму дозволяє обчислювати магнітні поля, створювані симетричними системами струмів.

Наприклад, розглянемо систему струмів, наведену на рис. 1.17.

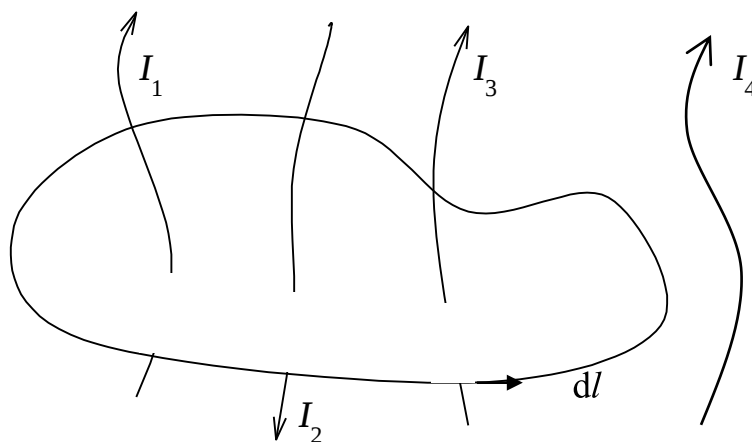


Рисунок 1.17 – Система провідників з різноспрямованими струмами

Для цього випадку запишемо вираз для циркуляції вектора магнітної індукції:

$$\oint B dl = \mu_0 (I_1 - I_2 + I_3). \quad (1.58)$$

Зауважимо, що струм I_4 (рис. 1.17) до цієї суми не входить. Знак у сили струму вибирається відповідно до правила правого гвинта, тобто обирається напрям обходу контуру. Якщо напрям струму збігається з напрямом зміщення правого гвинта, що обертається за напрямом обходу контуру, то обирається знак «+». У протилежному випадку обирається знак «-».

Векторне поле, у якого циркуляція за замкнутим контуром відмінна від нуля, називають вихровим (або соленоїдальним). Якщо циркуляція за замкнутим контуром дорівнює нулю, то поле називають потенційним.

Використовуючи теорему про циркуляцію вектора магнітної індукції, визначимо значення B всередині довгого соленоїда.

Враховуючи симетрію, поле всередині соленоїда має бути спрямоване вздовж осі відповідно до правила правого гвинта. Виберемо контур для обходу у вигляді прямокутника 1-2-3-4 таким, як його показано на рис. 1.18.

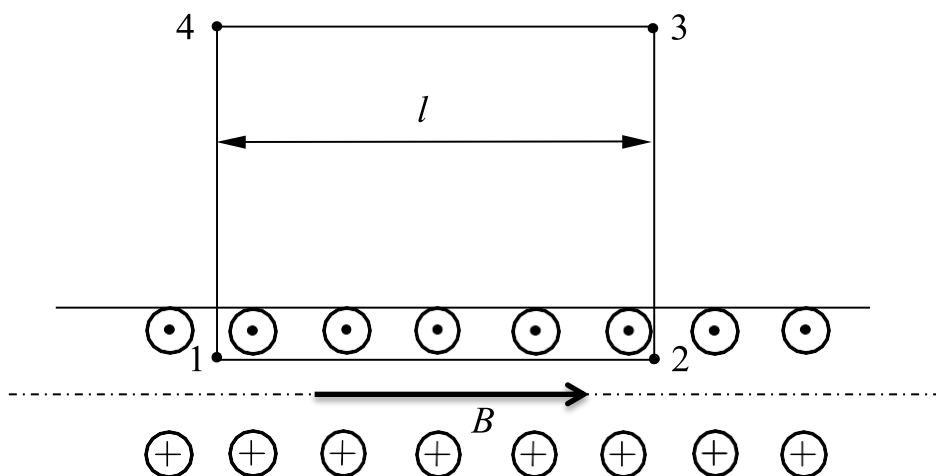


Рисунок 1.18 – Поле на осі нескінченно довгого соленоїда

Знайдемо циркуляцію вектора B уздовж цього контуру. Оскільки інтеграл є нескінченною сумою, то його можна розбити на частини, які обчислюються окремо.

Тоді циркуляція вектора B розбивається на чотири інтеграли:

$$\oint B dl = \int_1^2 B dl + \int_2^3 B dl + \int_3^4 B dl + \int_4^1 B dl . \quad (1.59)$$

В інтервалах від точки 2 до точки 3 і від точки 4 до точки 1 вектор B є перпендикулярним до сторін контуру і при його обході має протилежний напрямок, тому

$$\int_2^3 B dl - \int_4^1 B dl = 0 . \quad (1.60)$$

Тому попередній вираз для циркуляції спрощується

$$\oint B dl = \int_1^2 B dl + \int_3^4 B dl . \quad (1.61)$$

Ділянка 3-4 розташована далеко від соленоїда, де магнітне поле практично відсутнє, тому можна стверджувати, що $\int_3^4 B dl = 0$. Тоді формула для визначення циркуляції вектора B за умови, що всередині соленоїда $B = \text{const}$, буде мати зовсім простий вигляд:

$$\oint B dl = \int_1^2 B dl = Bl. \quad (1.62)$$

Відповідно до теореми про циркуляцію (1.57) можна записати, що

$$Bl = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i. \quad (1.63)$$

Сума струмів, що охоплюються контуром, дорівнює числу витків у межах контуру $W I$, помноженому на силу струму у витку. Звідки індукція магнітного поля нескінченного соленоїда буде дорівнювати

$$B = \mu_0 W I. \quad (1.64)$$

З формули (1.64) видно, що підвищити індукцію всередині соленоїда можна при збільшенні кількості його витків та/або сили струму.

Незалежність величини B у виразі (1.64) від відстані до осі соленоїда означає, що створюване магнітне поле є однорідним. Вираз (1.64) є справедливим лише для нескінченно довгого соленоїда. Він добре описує поле в середній частині соленоїда, довжина якого значно більша за діаметр.

На краях соленоїда магнітне поле неоднорідне, тому формула (1.64) у цих випадках не застосовується. Щоб отримати строго однорідне поле, соленоїду надають форму тороїда (див. рис. 1.19). Конструктивно тороїд – це дріт намотаний на тор (бублик) із зовнішнім і внутрішнім радіусами відповідно $R_{\text{зов}}$ та $R_{\text{вн}}$ з кількістю витків W в яких протікає струм I .

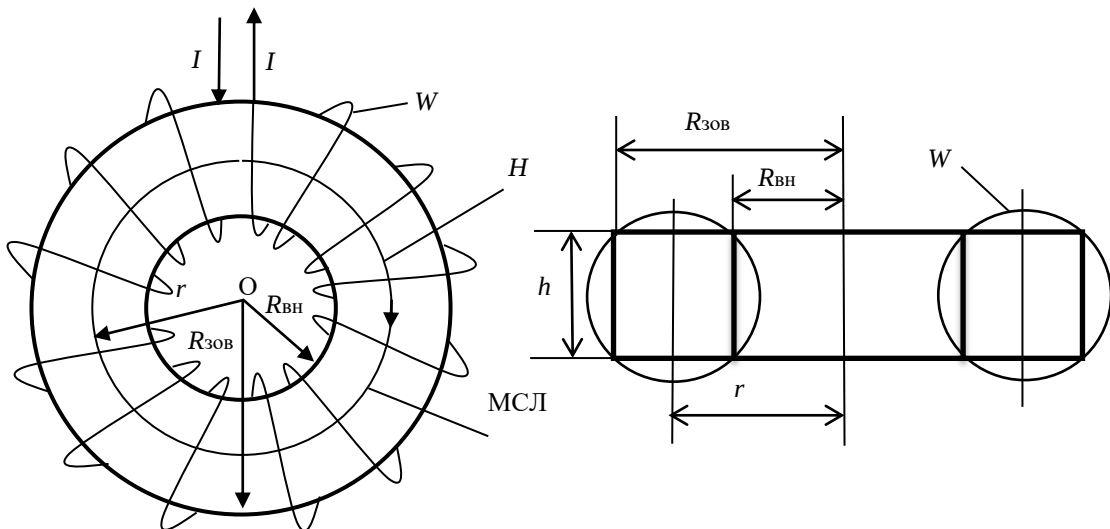


Рисунок 1.19 – Котушка у вигляді тороїду з кількістю витків W із струмом I :
МСЛ – магнітна силова лінія всередині тору

Контуром для обчислення циркуляції вектора індукції в тороїді є коло радіусу r , центр якого співпадає із центром тороїду. Цей вектор спрямований по дотичній до контуру, тому:

$$\oint B dl = B 2\pi r. \quad (1.65)$$

З теореми про циркуляцію можна записати, що

$$B 2\pi r = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i = \mu_0 2\pi R n I, \quad (1.66)$$

де $R_{\text{ср}}$ – середній радіус тора.

У разі, коли відношення радіусів $R_{\text{ср}} / r > 1$, то використовують інтегральний радіус $R_{\text{інт}} = (R_{\text{зов}} - R_{\text{вн}}) / (\ln(R_{\text{зов}} / R_{\text{вн}}))$. Звідси отримаємо формулу для розрахунку індукції магнітного поля у торі:

$$B = (R_{\text{інт}} / r) \mu_0 W I, \quad (1.67)$$

де W – кількість витків.

У разі, коли відношення радіусів $R_{\text{ср}} / r \approx 1$, то $B = \mu_0 W I$. Ззовні тора індукція магнітного поля буде дорівнювати $B = 0$.

1.6. Закони електромагнітної індукції

1.6.1. Закон Фарадея. Правило Ленца. В результаті аналізу проведених експериментів Фарадей встановив, що струм у контурі виникає при наближенні до нього (або віддаленні від нього) магніту, зміні сили струму в сусідньому контурі або при переміщенні самого контуру в присутності провідника із струмом або магніту. Це явище називають *електромагнітною індукцією*, а струм, що виникає, індукційним [2,3].

Сам Фарадей вважав, що всі магнітні взаємодії здійснюються за допомогою силових ліній. Тому він сформулював свій закон приблизно так: електрорушійна сила, що виникає при відносному русі провідника і силових ліній, пропорційна числу силових ліній, що перетинаються провідником в одиницю часу dt .

Як відомо, кількість силових ліній, що перетинають деяку площу S , визначає потік Φ поля через неї. Тоді закон Фарадея (закон електромагнітної індукції) можна сформулювати наступним чином: індукційна електрорушій-

на сила (ЕРС) E_i , що виникає у замкнутому контурі, пропорційна швидкості зміни потоку вектора магнітної індукції $d\Phi$ через цей контур:

$$E_i = - d\Phi / dt. \quad (1.68)$$

В системі SI коефіцієнт пропорційності дорівнює одиниці. Слід зазначити, що величину магнітного потоку Φ визначають як

$$\Phi = \int B_n dS = B S \cos \alpha, \quad (1.69)$$

де α – кут між напрямком індукції B і нормалі до площі S контуру.

Тоді закон Фарадея можна записати у вигляді

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BS \cos \alpha) = -S \cos \alpha \frac{dB}{dt} - B \cos \alpha \frac{dS}{dt} - BS \frac{d(\cos \alpha)}{dt}. \quad (1.70)$$

Звідси впливають три способи зміни магнітного потоку:

- зміна площі контуру (але на практиці це важко реалізувати, оскільки це потребує деформації контуру);
- зміна кута α , тобто обертання контуру у магнітному полі (найпростіший спосіб, тому саме він став основою принципу дії промислових генераторів електричного струму);
- зміна величини B (тобто змінне магнітне поле).

Пізніше Максвелл дав глибше трактування явища електромагнітної індукції. Щоб зрозуміти його, проаналізуємо перелічені вище три способи зміни магнітного потоку. Перші два (деформація контуру та його обертання) пов'язані з переміщенням контуру або його частини у магнітному полі. У цих випадках на вільні заряди в контурі, що рухаються разом із ним, діє сила Лоренца. Вона відіграє роль сторонньої сили, яка змушує частки рухатися спрямовано, тому її дією пояснюється виникнення ЕРС у контурі. Але за третім способом зміни магнітного потоку контур залишається нерухомим, тому сила Лоренца відсутня. На нерухомі заряди може діяти лише електрична сила, тобто сила електричного поля. Тепер стає зрозумілим трактування Максвеллом явища електромагнітної індукції: змінне магнітне поле породжує змінне електричне поле, що і викликає рух електричних зарядів у контурі. Воно вказує на єдність природи електричного та магнітного полів.

Знак «мінус» в законі Фарадея виражає правило Ленца: індукційний струм має такий напрям, щоби послабити дію причини, яка викликала цей струм.

Правило Ленца можна проілюструвати простим дослідом. Візьмемо коромисло, на кінцях якого закріплені два легкі провідні кільця. Одне є суцільним, а інше розрізане. Коромисло встановимо на підставку з вістрям. Якщо швидко розмістити магніт у суцільне кільце, то воно відштовхнеться від магніту. Це пояснюється тим, що в кільці виникає індукційний струм $I_{\text{інд}}$. За правилом Ленца цей струм має такий напрям, що його магнітне поле $B_{\text{інд}}$ спрямоване проти поля магніту, і тим самим послаблює його, як причину, що викликала індукційний струм. Якщо все ж таки розмістити магніт у кільце, утримуючи останнє рукою, а потім швидко висмикнути магніт з кільця, то воно буде рухатись за магнітом, притягуючись до нього. Тепер індукційний струм має такий напрям, що його магнітне поле збігається з полем магніту і тим самим підтримує поле магніту, яке спадає, і тому кільце притягується до магніту.

Якщо вносити магніт у розрізане кільце, взаємодії з магнітом не буде, тому що в ньому індукційний струм не виникає.

Розглянемо плоский контур із рухомою стороною (рис. 1.6). Контур підключений до батареї з ЕРС E , яка створює в цьому контурі струм I . Контур поміщений у перпендикулярне його площині магнітне поле з індукцією B . На рухому частину контуру діятиме сила Ампера F_A . Дамо можливість рухомій частині переміщатися таким чином, щоби за час dt це переміщення було dr . Як видно з (1.17), робота сили F_A буде дорівнювати:

$$dA = F dr = I B l dr = I d\Phi. \quad (1.71)$$

Джерелом роботи над контуром буде підключена до нього батарея. Якщо зафіксувати його рухомий бік, то робота зведеться лише до виділення тепла. При його переміщенні за час dt відбувається також і механічна робота. Таким чином, енергія, яка витрачається батареєю за час dt , відповідно до закону збереження енергії дорівнює:

$$E \cdot I dt = I^2 R dt + I d\Phi. \quad (1.72)$$

Якщо поділити цей вираз на $I R dt$, то отримаємо

$$I = (E - d\Phi / dt) / R. \quad (1.73)$$

Це вираз закону Ома для замкнутого кола, в якому окрім зовнішньої ЕРС E виникає індукційна ЕРС, яка визначається в (1.68).

Якщо контур складається з декількох послідовно з'єднаних витків, наприклад, у соленоїді, то ЕРС електромагнітної індукції виникає в кожному його витку. Оскільки вони з'єднані послідовно, то ЕРС дорівнює сумі ЕРС, що виникають у кожному витку. Суму магнітних потоків, пов'язаних з кожним витком, називають потокозчепленням або повним потоком:

$$\Psi = \sum_n \Phi_n. \quad (1.74)$$

Використовуючи (1.74), ЕРС електромагнітної індукції з (1.68) можна виразити через швидкість зміни потокозчеплення Ψ , як

$$E = - d\Psi / dt. \quad (1.75)$$

1.6.2. Явище самоіндукції. При зміні зовнішнього магнітного потоку, що пронизує контур, у ньому виникає індукційний струм. Однак магнітний потік виникає і при проходженні струму через контур [3].

Візьмемо контур (рис. 1.20), по якому протікає струм I . Він породжує у просторі магнітне поле, індукція якого відповідно до (1.30) є пропорційною струму, що проходить через контур.

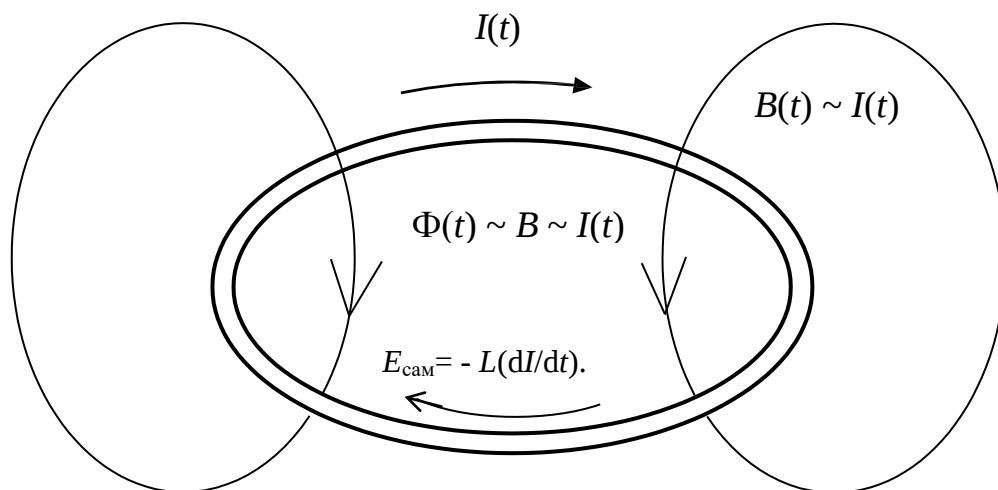


Рисунок 1.20 – Ілюстрація виникнення самоіндукції

При зміні струму в котушці почне змінюватися магнітний потік, що пронизує котушку, і виникне ЕРС самоіндукції $E_{\text{сам}}$. Її величину за умови постійності індуктивності котушки ($L = \text{const}$) можна визначити як:

$$E_{\text{сам}} = - d\Psi / dt = - d(L I) / dt = - L (dI / dt). \quad (1.76)$$

Знак «—» у цій формулі обумовлений правилом Ленца, яке можна сформулювати таким чином. Оскільки струм створює навколо себе магнітне поле за правилом правого гвинта, а ЕРС в контурі пов'язана зі зміною потоку за правилом лівого гвинта, стає ясно, що ЕРС самоіндукції спрямована так, що вона перешкоджає зміні сили струму, який її викликає. Тобто самоіндукція буде прагнути зберегти струм у колі незмінним. Це означає, що струм у колі, що містить індуктивність, не можна змінити миттєво.

Отже, магнітний потік Φ і потокозчеплення повинні бути пропорційні силі струму, який протікає в контурі:

$$\Phi_B = \Psi = L I. \quad (1.77)$$

Коефіцієнт пропорційності між потокозчепленням та струмом називають індуктивністю контуру або коефіцієнтом самоіндукції. За одиницю індуктивності в системі SI приймається індуктивність такого провідника або контуру, у якого при силі струму 1 А виникає потокозчеплення, що дорівнює 1 Вб, тобто 1 Генрі (Гн) = 1 Вб/А.

Обчислимо індуктивність соленоїда. Потік через кожен виток дорівнює $\Phi_B = B S$, а повний магнітний потік, зчеплений з соленоїдом, враховуючи вирази (1.64) і (1.1), дорівнюватиме

$$\Psi = N \Phi_B = n l B S = \mu_0 \mu_r n^2 l S I. \quad (1.78)$$

Зіставлення цього виразу з формулою (1.77) дасть співвідношення для обчислення індуктивності довгого соленоїда:

$$L = \mu_0 \mu_r n^2 l S = \mu_0 \mu_r W^2 V, \quad (1.79)$$

де V — об'єм соленоїда.

Як видно з (1.79), індуктивність соленоїда не залежить від струму, а визначається лише його геометрією. Проте слід пам'ятати, що індуктивність

може залежати від величини струму, наприклад, за наявності в котушці феромагнітного осердя, магнітна проникність μ_r якого залежить від величини поля (а отже, і від струму). Крім того, при дуже великому струмі в результаті взаємодії між витками розміри соленоїда можуть змінюватись.

До речі, з формули (1.79) легко отримати розмірність магнітної постійної $[\mu_0]=[L]/[W]^2[V]=\text{Гн}/(\text{м}^{-2}\text{м}^3)=\text{Гн}/\text{м}$, тому що відносна магнітна проникність μ_r є безрозмірною величиною.

Розглянемо коло, яке складається з котушки індуктивності, опору, джерела живлення та ключа (рис. 1.21).

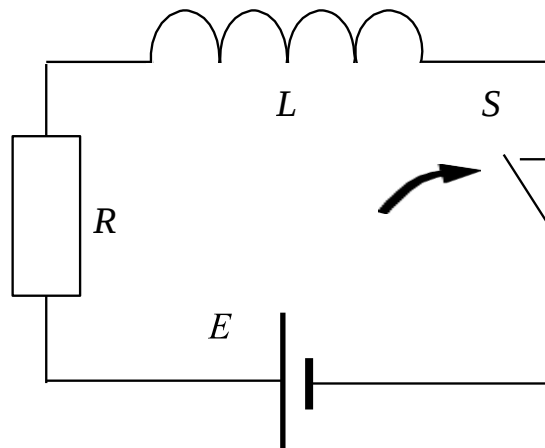


Рисунок 1.21 – Схема контуру струму з індуктивністю

Після замикання ключа S у колі почне діяти ЕРС самоіндукції. Запишемо друге рівняння Кірхгофа для такого кола:

$$I R = E - L (dI/dt), \quad (1.80)$$

або

$$(L / R)(dI/dt) + I = E / R. \quad (1.81)$$

Ми отримали для струму неоднорідне диференціальне рівняння першого порядку з постійними коефіцієнтами. Підставимо $\Gamma = I - (E / R)$ і, крім того, зауважимо, що $d\Gamma/dt = dI/dt$. Тоді можна переписати рівняння у вигляді:

$$(L / R)(d\Gamma/dt) + \Gamma = 0. \quad (1.82)$$

Після цього, змінні можна легко розділити:

$$d\Gamma/\Gamma = - (R / L) dt. \quad (1.83)$$

Після інтегрування цього рівняння отримаємо:

$$\ln \Gamma = - (R / L) t + \ln C. \quad (1.84)$$

Далі проведемо потенціювання цієї логарифмічної функції:

$$\Gamma = C e^{-(R/L)t}. \quad (1.85)$$

Виконаємо зворотну підстановку:

$$I = (E / R) + C e^{-(R/L)t}. \quad (1.86)$$

Постійну C знайдемо із початкових умов. При $t = 0$ сила струму $I = 0$. Тому константа буде дорівнювати $C = - (E / R)$.

Таким чином можна отримати кінцеве співвідношення у вигляді:

$$I = (E / R) (1 - e^{-(R/L)t}). \quad (1.87)$$

Звідси видно, що після включення джерела живлення струм у колі не встановлюється миттєво, а зростає за експоненціальним законом. Швидкість його зростання визначається значенням величини τ , яку називають постійною часу RL -кола.

$$\tau = (L / R). \quad (1.88)$$

При розмиканні кола струм також не може миттєво зменшитися до нуля. Зокрема, якщо спробувати розімкнути коло, між контактами ключа виникає електрична дуга (іскра). Це призводить до вигорання контактів вимикача.

1.6.3. Явище взаємної індукції. Розглянемо два контури, які знаходяться на невеликій відстані один від одного (рис.1. 22).

Нехай у першому контурі протікає струм I_1 . У другому контурі він створює повний магнітний потік $\Psi_2 = L_{21} I_1$. Якщо струм у першому контурі змінюватиметься, то у другому контурі буде наводитись ЕРС:

$$E_2 = - L_{21} dI_1 / dt. \quad (1.89)$$

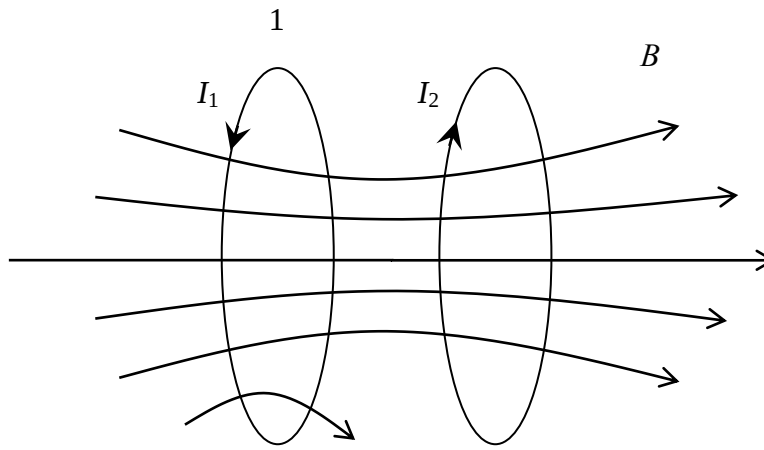


Рисунок 1.22 – Взаємно пов’язані контури зі струмами

$$E_1 = - L_{12} dI_2 / dt. \quad (1.90)$$

Контури 1 і 2 називаються зв’язаними, а явище виникнення ЕРС в одному з контурів при зміні струму в іншому називається *взаємною індукцією*.

Коефіцієнти L_{12} і L_{21} називаються коефіцієнтами взаємної індукції. Як показує розрахунок, за відсутності феромагнетиків біля контурів ці коефіцієнти дорівнюють один одному, тобто $L_{12} = L_{21}$.

Явище взаємної магнітної індукції використовується для зв’язку між колами змінного струму за відсутності гальванічного контакту, наприклад, у трансформаторах.

Електричний трансформатор (від лат. transformo – перетворюю) винайдено в 1876 р. Перетворення відбувається таким чином: енергія електричного струму в першій котушці перетворюється на енергію магнітного поля, а потім енергія магнітного поля в другій котушці знову перетворюється на енергію електричного струму.

Трансформатор є системою, яка складається з двох котушок, намотаних на загальний феромагнітний сердечник (рис. 1.23).

Одна з котушок, яка називається первинною, має W_1 витків і її кінці приєднані до джерела змінної ЕРС E_1 . Змінний струм I_1 , що протікає по ній, створює в осерді змінний магнітний потік Φ . Цей потік практично не виходить із осердя і пронизує другу котушку, яка має W_2 витків. Зміна потоку викликає появу ЕРС у вторинній котушці.

Застосуємо друге правило Кірхгофа до первинного кола. У ньому діє зовнішня ЕРС і ЕРС самоіндукції.

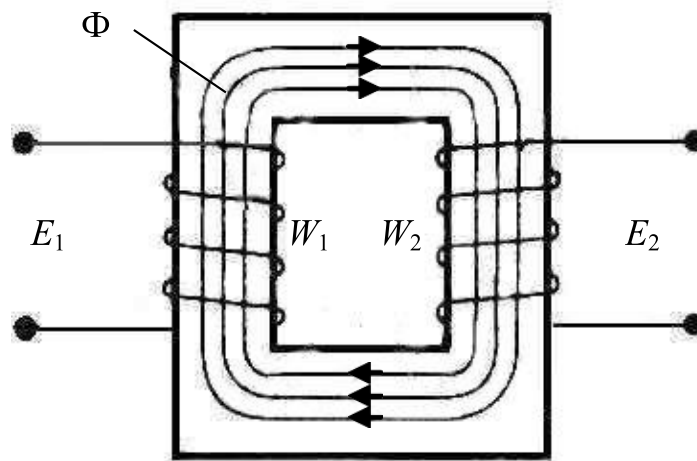


Рисунок 1.23 – Трансформатор

$$E_1 = d(W_1 \Phi) / dt = I_1 R_1, \quad (1.91)$$

де R_1 - опір первинної обмотки.

У трансформаторах падіння напруги на первинній обмотці практично дорівнює нулю, тому можна записати:

$$E_1 = - W_1 d\Phi / dt. \quad (1.92)$$

Аналогічно для вторинної обмотки теж маємо

$$E_2 = - W_2 d\Phi / dt. \quad (1.93)$$

Поділивши друге співвідношення на перше, отримаємо

$$E_2 / E_1 = W_2 / W_1. \quad (1.94)$$

Звідси маємо

$$E_2 = E_1 W_2 / W_1. \quad (1.95)$$

Відношення W_2/W_1 , що показує у скільки разів напруга у вторинній обмотці відрізняється від напруги в первинній, називається *коефіцієнтом трансформації*.

Трансформатор служить для підвищення або зниження напруги змінного струму. Існує ще одне важливе його застосування. Дуже часто його ви-

користовують як пристрій, що здійснює гальванічну розв'язку між приладом та електричною мережею. Відсутність такого гальванічного зв'язку захищає користувачів приладів від ураження електричним струмом.

Електрична потужність в обмотках дорівнює добутку струму на ЕРС

$$(P_1 = E_1 I_1; P_2 = E_2 I_2). \quad (1.96)$$

Коефіцієнт корисної дії (ККД) трансформатора визначається, як відношення електричної потужності, що отримується від вторинної обмотки, до потужності струму, який споживається від джерела первинної обмоткою:

$$\eta = P_2 / P_1. \quad (1.97)$$

В сучасних трансформаторах ККД досягає 99%, тому можна вважати, що перетворення напруги трансформатором відбувається практично без втрат ($P_2 \approx P_1$). Підставляючи сюди вирази для електричної потужності первинної та вторинної обмоток, отримуємо співвідношення між струмами та напругами в обмотках:

$$E_2 / E_1 = I_1 / I_2. \quad (1.98)$$

Таким чином, підвищення напруги трансформатором призводить до практично пропорційного зниження величини струму. Тому в трансформаторі обмотка, яка має більше витків, виготовлена, як правило, з дроту меншого перерізу.

При передачі енергії на великі відстані напругу підвищують, щоби зменшити втрати, які пропорційні квадрату струму. При електрозварюванні напругу знижують, щоб забезпечити великий струм.

Струми Фуко (вихрові струми). У масивному провіднику вільні заряди можуть рухатися будь-якими траєкторіями. Тому змінне магнітне поле викликає у провіднику виникнення індукційних вихрових струмів. Їх називають струмами Фуко на честь французького фізика Жана Бернара Леона Фуко, який вперше звернув увагу на нагрів металевих тіл при їх швидкому обертанні в магнітному полі.

Вихрові струми викликають нагрівання провідника. Це використовують в індукційних печах для розплавлення металів і виготовлення сплавів. Це

явище також використовується в медицині для терапії струмами ультрависокої частоти (УВЧ).

Вихрові струми виникають під час руху масивних провідників у магнітних полях. Згідно з правилом Ленца, вихрові струми викличуть появу сил, які протидіють руху. Це використовують в електровимірювальних приладах для заспокоєння рухів стрілок, дисків електролічильників і тахометрів.

В трансформаторах вихрові струми відіграють негативну роль. Для послаблення вихрових струмів осердя трансформаторів виробляють із тонких шарів заліза, розділених дуже тонкими шарами ізолятора. Ізолюючі прошарки повинні перетинати можливі лінії вихрових струмів. Сердечники високо-частотних трансформаторів виготовляють із непровідних феромагнетиків (феритів).

1.6.4. Енергія магнітного поля. Розглянемо коло, яке складається з соленоїда, опору, ключа та джерела ЕРС (рис. 1.21). Нехай спочатку ключ буде замкнутим, тоді в колі соленоїда протікає струм I . Він створює магнітне поле, зчеплене з витками соленоїда. Якщо замкнути джерело зовнішньої ЕРС, одночасно відключивши його від кола, то через опір деякий час протікатиме струм. Цей струм підтримується за рахунок ЕРС самоіндукції, що виникає на клеммах соленоїда. Робота, яка здійснюється цим джерелом за час dt , дорівнює

$$dA = E I dt = - (d\Psi/dt) I dt = - I d\Psi. \quad (1.99)$$

Відповідно до (1.77) потокозчеплення дорівнює $\Psi = L I$. Тому $d\Psi = L dI$. Підставляючи це у формулу для розрахунку роботи, отримаємо

$$dA = - L I dI. \quad (1.100)$$

Інтегруючи останній вираз від значення I до 0, знайдемо, що

$$A = - \int_I^0 L I dI = LI^2/2. \quad (1.101)$$

Отже, соленоїд з індуктивністю L , по якому протікає струм I , має енергію

$$W = LI^2/2. \quad (1.102)$$

Робота, яку ми знайшли, йде на нагрівання опору R . Здійснення роботи супроводжується зникненням магнітного поля, яке існувало у просторі, що оточує соленоїд. Отже, магнітне поле є носієм енергії, за рахунок якого і відбулася ця робота.

Виразимо енергію магнітного поля через магнітну індукцію цього поля. Підставимо в (1.102) індуктивність соленоїда з (1.79) і силу струму I з виразу для магнітної індукції соленоїда ($B = \mu_0 \mu_r W I$, див. (1.64) і (1.1)). Тоді енергія

$$P = B^2 V / (2 \mu_0 \mu_r), \quad (1.103)$$

де V – об'єм соленоїда.

Енергія всередині довгого соленоїда розподілена рівномірно, тому її щільність дорівнює:

$$p = P / V = B^2 / (2 \mu_0 \mu_r) = \mu_0 \mu_r H^2 / 2 = H B / 2. \quad (1.104)$$

Зазначимо, що хоча ми отримали вираз (1.104) для однорідного магнітного поля, але він є справедливим і для неоднорідних полів. При цьому необхідно обмежувати місце локальним об'ємом.

Дуже важливо розуміти, що наявність у магнітного поля енергії говорить про його матеріальність. Тобто магнітне поле не просто зручний спосіб опису взаємодії, воно є реально існуючим фізичним об'єктом.

1.7. Рівняння Максвелла

В роботах Максвелла ідеї Фарадея зазнали подальшого поглиблення та розвитку і були перетворені на математичну теорію. Думка про тісний зв'язок електричних і магнітних явищ набула остаточного оформлення [1,2]. Рівняння Максвелла містять у собі основні закони електричних і магнітних явищ. Ці рівняння лежать в основі всієї електротехніки, радіотехніки та її численних відгалужень (телебачення, радіолокації та інше).

Система рівнянь Максвелла в інтегральному вигляді є узагальненням усіх наявних дослідних даних з електрики та магнетизму, яким Максвелл надав математичну форму, призводить до кількох основних рівнянь:

$$\oint_L E dr = - \int_S (dB dt) dS ; \quad (1.105)$$

$$\oint_S B dS = 0; \quad (1.106)$$

$$\oint_L H dr = \int_S (j + dD/dt) dS; \quad (1.107)$$

$$\oint_S D dS = \int_V \rho dV. \quad (1.108)$$

де E –напруженість електричного поля;

j – густина електричного струму;

D – електрична індукція;

ρ – густина електричного заряду.

Розглянемо фізичний зміст рівнянь Максвелла.

Перше рівняння є наслідком закону електромагнітної індукції, записаного з використанням поняття вихрового електричного поля. З нього видно, що електричне поле може породжуватися магнітним полем, що змінюється в часі.

Друге рівняння відображає властивість замкненості ліній вектора B , тобто відсутність «магнітних зарядів», у яких ці лінії могли починатися і закінчуватися. Потік вектора магнітної індукції через будь-яку замкнену поверхню завжди дорівнює нулю.

Третє рівняння (узагальнений закон повного струму) стверджує, що магнітне поле породжується струмами провідності або електричними полями, що змінюються в часі. Циркуляція вектора напруженості магнітного поля за будь-яким замкнутим контуром дорівнює сумі струмів провідності і струмів зміщення через поверхню, обмежену цим контуром.

Справді, на відміну від струму вільних чи зв'язаних зарядів струм зміщення у вакуумі не пов'язаний з переміщенням чи зміною стану будь-яких частинок. Тому термін «струм усунення» є суто умовним. Фактично, струм зміщення – це електричне поле, що змінюється із часом. Підставою для того, щоби назвати струмом величину dD / dt служить лише те, що розмірність цієї величини збігається з розмірністю щільності струму. Сміливість ідеї Максвелла стає особливо очевидною, якщо врахувати, що гіпотеза про струм зміщення не спиралася на досвід і вимагала експериментальної перевірки. З усіх фізичних властивостей Максвелл приписав струму усунення лише одну властивість – здатність створювати у навколишньому просторі магнітне поле. Будь-яка зміна електричного поля повинна викликати появу навколишнього простору вихрового магнітного поля. Введення струму усунення «зрівняло в правах» електричне та магнітне поля. Струм зміщення є скрізь, де є електричне поле, яке змінюється в часі, зокрема, він існує і всередині провідників, по

яких протікає змінний струм. Однак, усередині провідників струм зміщення зазвичай є дуже малим у порівнянні із струмом провідності.

На кінець, останнє рівняння (теорема Гаусса) показує, що лінії вектора D починаються і закінчуються на вільних зарядах, тобто джерелами електричного поля можуть бути вільні заряди. Інтеграл ліворуч у формулі (1.108) – це потік вектора зміщення через замкнуту поверхню S , а інтеграл праворуч – це сума зарядів усередині цієї поверхні.

Крім векторів, що характеризують електричне та магнітне поле, друга пара рівнянь, на відміну від першої, містить величини, які характеризують джерела: це щільність електричного заряду ρ і щільність струму j .

З першого та третього рівнянь Максвелла випливає, що електричне та магнітне поля в загальному випадку не можна розглядати як незалежні, бо зміна в часі одного з них призводить до виникнення іншого.

Співвідношення (1.105)-(1.108) є системою рівнянь Максвелла в інтегральній формі. Проте, як неодноразово зазначалося, для розрахунків зручніше диференціальна форма запису законів, яка визначає зв'язок між величинами у кожній точці простору.

Щоб записати рівняння Максвелла в диференціальній формі, можна скористатися теоремами, які встановлюють зв'язок між лінійними, поверхневими та об'ємними інтегралами.

Відповідно до теореми Остроградського-Гаусса, потік будь-якого вектора A через довільну замкнуту поверхню дорівнює інтегралу від дивергенції цього вектора за об'ємом, обмеженим обраною поверхнею:

$$\oint_S A dS = \int_V \operatorname{div} A dV. \quad (1.109)$$

Ця теорема дозволяє легко перетворити рівняння (1.106) та (1.108) системи у диференціальну форму:

$$\oint_S B dS = 0 \equiv \int_V 0 dV; \quad \oint_S B dS = \int_V \operatorname{div} B dV \Rightarrow \operatorname{div} B = 0, \quad (1.110)$$

$$\oint_S D dS = \int_V \rho dV; \quad \oint_S D dS = \int_V \operatorname{div} D dV \Rightarrow \operatorname{div} D = \rho. \quad (1.111)$$

Теорема Стокса (яку ми наведемо без доказу) пов'язує лінійний інтеграл з поверхневим: циркуляція вектора A довільним замкнутим контуром дорівнює потоку ротора цього вектора через поверхню, обмежену обраним контуром:

$$\oint_L A dr = \int_S \text{rot} A dS, \quad (1.112)$$

де $\text{rot } A$ – ротор вектора A (від лат. *roto* – обертаюсь).

Ротор є векторною характеристикою «обертальної складової» поля A . Він може бути розтлумачений механічно в такий спосіб. Нехай v є полем швидкостей потоку рідини. Помістимо в деякій точці потоку дуже маленьке коліщатко з лопатями і орієнтуємо його вісь вздовж напрямку вектора $\text{rot} v$ у цій точці. Тоді кутова швидкість обертання коліщатка під впливом потоку буде максимальною і її значення дорівнює $|\text{rot} v| / 2$. Диференціальна операція знаходження ротора вектора A в декартових координатах може бути записана за допомогою визначника:

$$\text{rot } A = \mathbf{i}((\partial A_z / \partial y) - (\partial A_y / \partial z)) + \mathbf{j}((\partial A_x / \partial z) - (\partial A_z / \partial x)) + \mathbf{k}((\partial A_y / \partial x) - (\partial A_x / \partial y)). \quad (1.113)$$

З урахуванням виразу (1.112) рівняння (1.105) та (1.107) можуть бути перетворені:

$$\oint_L E dr = \int_S \text{rot} E dS = - \int_S (\partial B / \partial t) dS \Rightarrow \text{rot} E = - \partial B / \partial t, \quad (1.114)$$

$$\oint_L H dr = \int_S \text{rot} H dS = - \int_S \left(j + \frac{\partial D}{\partial t} \right) dS \Rightarrow \text{rot} H = j + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1.115)$$

У результаті виходить наступна еквівалентна до (1.105)-(1.108) система диференціальних рівнянь:

$$\text{rot} E = - \partial B / \partial t; \quad (1.116)$$

$$\text{div} B = 0; \quad (1.117)$$

$$\text{rot} H = j + \frac{\partial D}{\partial t}; \quad (1.118)$$

$$\text{div} D = \rho. \quad (1.119)$$

Система рівнянь (1.105)-(1.108) або еквівалентна їй система рівнянь (1.116)-(1.119) не є повними і тому не дозволяють вирішувати конкретні завдання електродинаміки. Дійсно, ці системи містять по вісім скалярних рівнянь (рівняння (1.116) і (1.118) – векторні). Вважаючи струми та розподіл зарядів заданими, отримуємо дванадцять скалярних невідомих функцій (по три проекції кожного з векторів E , B , H та D).

Для того щоб доповнити систему рівнянь Максвелла, використовують рівняння, які визначають зв'язки між компонентами полів і залежать від властивостей матеріального середовища, для якого вирішується завдання, наприклад:

$$D = \epsilon \epsilon_0 E; \quad (1.120)$$

$$B = \mu_r \mu_0 H; \quad (1.121)$$

$$j = \gamma E, \quad (1.122)$$

де ϵ і ϵ_0 – діелектричні проникності середовища (речовини) і вакууму (електрична константа) відповідно;

γ - електрична провідність середовища.

Ці додаткові рівняння зв'язку називають матеріальними рівняннями. З їх урахуванням системи рівнянь (1.105)-(1.108) або (1.116)-(1.119) описують всі електромагнітні процеси, як у вакуумі, так і в речовині.

Проте слід пам'ятати, що система рівнянь Максвелла з матеріальними умовами (1.120)-(1.122) є надмірною (порахуйте рівняння і невідомі), тобто не всі рівняння наразі є незалежними.

Також відзначимо, що рівняння Максвелла в диференціальній формі можуть бути однозначно вирішені тільки в тому випадку, якщо до них додати умови (граничні або крайові), що накладаються на поля на межах досліджуваної області. Застосовуючи рівняння (1.116)-(1.119) в області, яка приймає до межі двох матеріалів з різними властивостями, для нормальних та тангенціальних складових полів можна отримати наступні умови:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \epsilon_2 D_{1\tau} = \epsilon_1 D_{2\tau}, \epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}, D_{1n} = D_{2n}; \quad (1.123)$$

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}, \mu_2 B_{1\tau} = \mu_1 B_{2\tau}, \mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}, B_{1n} = B_{2n}. \quad (1.124)$$

Додавши до системи рівнянь Максвелла з матеріальними рівняннями вираз для сили Лоренца (1.23), ми охоплюємо всі електромагнітні явища.

Теорія Максвелла стала першою в історії теорією, рівняння якої виявилися інваріантними щодо перетворень спеціальної теорії відносності (перетворень Лоренца). Електродинаміка в такій інтерпретації від початку є релятивістською теорією. Сьогодні вважається, що будь-яка правильна теорія, яка адекватно описує наш світ, має задовольняти принципу відносності Ейнштейна. Область застосування рівнянь Максвелла обмежена лише більшими частотами електромагнітних хвиль, коли суттєвими стають квантові ефекти. Тим не менш, навіть така досконала теорія, як теорія Максвелла, зазнає краху при переході до світу елементарних частинок, де все визначається законами квантової механіки. Тому сучасною теорією електромагнетизму є квантова електродинаміка, яка зберегла багато ідей теорії Максвелла і в тому числі її основну рису – релятивістську інваріантність.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Яким параметром характеризується магнітне поле?
2. Сформулюйте закон Ампера.
3. Яке фізичне явище є джерелом магнітного поля?
4. Від чого залежить обертовий момент рамки зі струмом в магнітному полі?
5. Як визначити величину та напрямок сили Лоренца?
6. Сформулюйте закон Біо-Савара-Лапласа.
7. Сформулюйте закон повного струму.
8. Сформулюйте закон електромагнітної індукції.
9. Поясніть явище самоіндукції та взаємної індукції.
10. Поясніть природу виникнення струмів Фуко. Їх позитивні та негативні властивості.
11. В чому особливість ефекту Холла для магнетиків?
12. Що собою являють рівняння Максвелла?

Розділ 2. МАГНІТНІ МАТЕРІАЛИ

2.1. Атомна структура матеріалу

Усе, що ми говорили про магнітне поле дотепер, стосувалося магнітного поля в вакуумі. Разом з тим, із самого початку досліджень електромагнетизму було встановлено, що деякі речовини істотно змінюють магнітне поле, яке створене електричними струмами.

Переконатися в цьому можна, дослідивши дію котушки зі струмом (соленоїда) на магнітну стрілку (або на провідник із струмом) при внесенні в котушку залізного осердя. Як показує досвід, із двох однакових котушок, в яких протікає однаковий струм, більш сильне поле створює котушка із залізним осердям (електромагніт). Легко переконатися, що ця властивість заліза не пов'язана з його електропровідністю: оскільки осердя виготовлене з алюмінію або міді майже не змінюють поля котушки.

Насправді більш точні вимірювання показують, що і мідь, і алюміній теж дещо змінюють магнітне поле, але їхній вплив істотно менший, ніж у випадку із залізом. Тому всі речовини прийнято ділити на слабомагнітні (їх більшість) і сильно магнітні (наприклад, залізо, нікель, кобальт).

Всі речовини в природі є магнетиками, тобто здатні набувати магнітних властивостей під дією зовнішнього магнітного поля. Розглянемо причини виникнення та прояв магнітних властивостей речовини [4-6].

Ще в 1820 р. Ампер припустив, що магнітні властивості речовини пов'язані з існуванням у ньому незатухаючих колових електричних струмів. Однак природа цих струмів до початку ХХ століття залишалася невідомою.

В часи Ампера ще не було відомо про будову атомів і молекул, тому він не став уточнювати природу мікрострумів. На даний час завдяки розвитку фізики у нас достатньо знань, щоб показати, що магнітні властивості тіл обумовлені магнітними властивостями атомів.

На початку ХХ століття на підставі вивчення розсіювання α -частинок у речовині Резерфорд прийшов до висновку, що позитивний заряд атома сконцентрований у досить малому об'ємі в його центрі і в цьому позитивному ядрі зосереджена майже вся маса атома.

Резерфорд запропонував планетарну модель атома, в якій навколо позитивного ядра обертаються електрони. Із цього погляду кругові струми Ампера ототожнювались з обертанням навколо ядра електронів. Розглянемо магнітні властивості такої моделі атома.

Кожен такий мікро струм має магнітний момент і створює магнітне поле в навколишньому просторі. Під час відсутності зовнішнього магнітного поля ці кругові струми орієнтовані хаотично, і обумовлене ними результуюче поле дорівнює нулю.

Під дією зовнішнього магнітного поля магнітні моменти мікро струмів орієнтуються вздовж поля, і речовина намагнічується, тобто в ній виникає власне внутрішнє магнітне поле – поле мікро струмів. Якщо провідники зі струмами (макрострумами) перебувають у речовині, то поле, створюване цими провідниками, складається з полем мікрострумів. Таким чином, магнітне поле, створене мікрострумами в речовині, відрізняється від поля створюваного ними в вакуумі.

Носіями магнетизму в металах є елементарні електричні струми в атомах (гіпотеза Ампера), створювані обертанням електронів навколо ядра (рис. 2.1,*а*), прецесійним рухом (хитанням) електронних орбіт (рис. 2.1,*б*) і спином електрона (рис. 2.1,*в*), що вносить найбільший вклад в утворення магнітного поля в атомі.

Елементарні струми в кожному атомі формують атомні магнітні моменти $p_{тоб}$, $p_{мп}$, p_{ms} , які в сумі утворюють магнітне поле атома, а в кінцевому рахунку речовини в цілому. Однак більшість речовин не проявляє магнітних властивостей, тому що магнітні моменти їх атомів спрямовані хаотично й взаємно компенсують один одного, тобто розмагнічуються в невеликому своєму об'ємі [5].

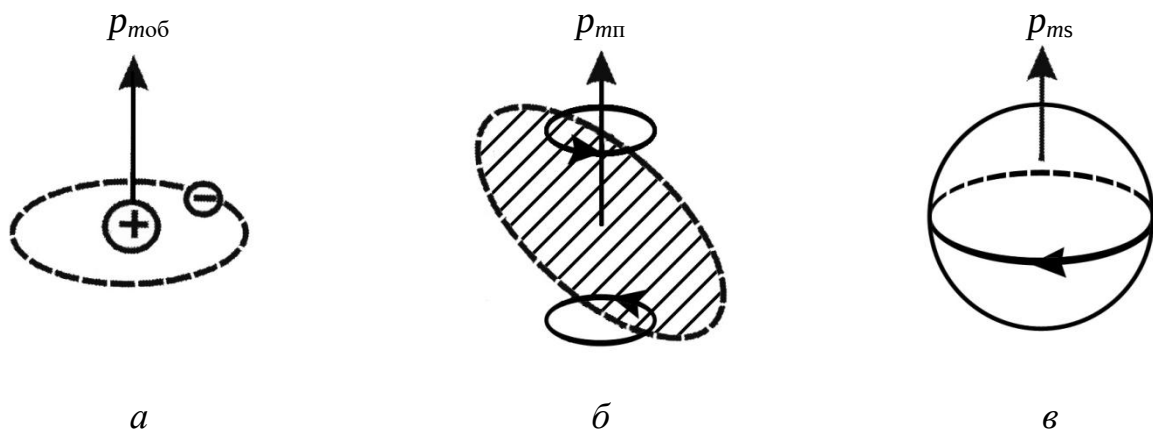


Рисунок 2.1 – Магнітні моменти в атомі, сформовані елементарними струмами: а – рухом електрона навколо ядра; б – прецесією електронної орбіти; в – спином електрона.

Розглянемо найпростіший випадок, виходячи із внутрішньої побудови речовини, коли один електрон із зарядом e рухається на орбіті радіуса r на-

вколо нерухомого ядра з постійною швидкістю v . У цьому випадку рух електрона можна вважати подібним коловому струму.

Знайдемо магнітний момент цього струму. Один оберт навколо ядра електрон зробить за час $T = 2\pi r/v$. За одиницю часу через деякий перетин своєї орбіти електрон пройде $n = 1/T$ раз, отже, через перетин за цей час пройде заряд $n e$.

Як відомо, заряд, який проходить через поперечний переріз за одиницю часу, є струм $I = n e = e v/(2\pi r)$.

Тоді магнітний момент контуру зі струмом, відповідно до формули (1.6), дорівнює:

$$p_m = I S = e v r/2. \quad (2.1)$$

Магнітний дипольний момент електрона, згідно (2.1), має розмірність: $[p_m] = \text{А м}^2$.

Як відомо, електрон масою m , що рухається на орбіті радіуса r , володіє й механічним моментом імпульсу [6]:

$$M = m \omega r = m v r. \quad (2.2)$$

Відношення орбітального магнітного моменту до орбітального моменту імпульсу називається гіромагнітним відношенням. Ця величина постійна й дорівнює:

$$\gamma_{\text{орб}} = p_m/M = e/(2 m). \quad (2.3)$$

Оскільки з магнітним моментом електрона в атомі пов'язаний момент імпульсу, магнітні моменти атомів, орієнтуючись за напрямком зовнішнього магнітного поля, викликають зміну атомних механічних моментів. Тому, якщо помістити вертикально підвішений стрижень (краще залізний) всередину котушки й включити струм, то стрижень, відповідно до закону збереження моменту імпульсу, повинен почати обертатися.

Цей ефект експериментально відкритий і теоретично пояснений в 1915 р. Альбертом Ейнштейном разом з нідерландським фізиком В. де Гаазом. Ефект підтверджує наявність мікрострумів у речовині, пов'язаних з рухом електронів (зарядів). Більше того, за скручуванням пружної нитки можна

визначити момент імпульсу стрижня та обчислити гіромагнітне відношення для електронів. Воно виявилось у два рази більшим, ніж за формулою (2.3).

Модель атома Резерфорда не дозволяла пояснити багато того, що було експериментально встановлено. В 1913 р. Нільс Бор запропонував нову теорію побудови атома, що іноді називають наполовину квантовою. Бор уперше показав неприйнятність класичної фізики для пояснення явищ усередині атома, що характеризується, насамперед дискретністю.

У квантовій механіці доведено, що проєкція орбітального механічного моменту M на заданий напрямок z може приймати тільки дискретні, квантові значення, тобто:

$$M_z = n \hbar. \quad (2.4)$$

Значення $\hbar$ кроку, кванта дискретизації, дорівнює: $\hbar = h/2\pi$, де $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постійна Планка, $n = 1, 2, 3, \dots$ – ціле число. Величину $\hbar$ також називають *постійною Планка* [1].

З формули (2.1) випливає, що магнітний дипольний момент p_m змінюється із кроком, який називають магнетоном Бора:

$$\mu_B = |\gamma_{\text{орб}}| \hbar = e \hbar / (2m), \quad (2.5)$$

У квантовій механіці показано, що електрон, крім орбітального механічного моменту, має власний механічний момент, який називають спіном. Відповідно, електрон має власний магнітний дипольний момент, пов'язаний із спіном. Термін «спін» відбувся від англійського дієслова to spin – обертатися.

Відразу після відкриття в електрона власних моментів – механічного M_S і магнітного p_{ms} – їх спробували пояснити обертанням електрона навколо власної вісі.

Однак оцінка швидкості обертання електрона, з використанням його класичного електромагнітного радіусу, показує, що таке уявлення суперечить законам класичної фізики.

Тому, в сучасній інтерпретації, прийнято вважати спін внутрішньою властивістю електрона, яке достовірно описують тільки квантово-механічними законами. Ця величина не пов'язана з рухом електрона на орбіті і на даний момент вважається, що власний (спіновий) механічний момент електрона та власний (спіновий) магнітний момент є такими ж невід'ємними властивостями електрона, як його маса та заряд [6].

Відповідно до законів квантової механіки, проєкція спінового механічного моменту M_{Sz} на заданий напрямок z може приймати тільки квантові значення:

$$M_{Sz} = m_s \hbar, \quad (2.6)$$

де $m_s = \pm 1/2$.

Відношення власного спінового магнітного моменту до власного спінового механічного моменту має назву *спінового гіромагнітного відношення*:

$$\gamma_s = e/m. \quad (2.7)$$

Гіромагнітне відношення для спінового магнітного моменту в два рази більше, ніж для орбітального моменту, тому магнітний момент дорівнює:

$$\mu_{ms} = 2 \mu_B m_s. \quad (2.8)$$

Магнітний момент електрона може бути орієнтований тільки у двох взаємно протилежних напрямках.

Таким чином, ми бачимо, що наявність магнітного поля в речовині можна достовірно описати, лише використовуючи закони квантової механіки.

Проте, деякі основні характеристики для магнітного поля в речовині можна вивести й на основі класичних фізичних понять.

Магнітні моменти атомів, які містять багато електронів, є векторна сума орбітальних і спінових магнітних моментів окремих електронів (магнітним моментом ядра можна зневажати):

$$P = \sum P_{mi} + \sum P_{msi}. \quad (2.9)$$

При цьому, в деяких атомів ця сума може дорівнювати нулю, тобто атом не має власного магнітного моменту, а в інших атомів сума магнітних моментів електронів не дорівнює нулю, і тоді атом має власний результуючий магнітний момент.

Існують матеріали з високою здатністю до намагнічування – феромагнетики. Їх у природі налічується небагато. Головний серед них – залізо. На його основі з добавками нікелю, кобальту, вольфраму й інших елементів створені різні сплави - феромагнетики. У них зовсім особлива структура. На-

вільно якщо немає зовнішнього магнітного поля, моменти мільйонів сусідніх атомів самовільно шикуються паралельно один одному, створюючи мікроскопічні області, так звані домени – ідеальні магніти в мініатюрі. Це маленькі, у звичайному розумінні, але величезні, в порівнянні з розмірами атомів, області. Число атомів у них становить порядку 10^{15} , а розміри в перерізі – близько 10 мкм. Всі магнітні моменти атомів усередині домену орієнтовані однаково, тобто ця область намагнічена до насичення і являє собою відносно сильний постійний магніт. Вона характеризується магнітним моментом $P_{\text{мд}}$ домену.

Якщо немає зовнішнього магнітного поля, то магнітні моменти доменів спрямовані хаотично і взаємно компенсують один одного. Тому феромагнетик у звичайному своєму стані не має результуючого магнітного моменту, тобто його намагніченість дорівнює нулю.

При накладенні на феромагнетик зовнішнього магнітного поля кожен домен дає свій внесок магнітного моменту за напрямком цього поля. Моменти доменів складаються, і феромагнетик здобуває результуючий магнітний момент $\Sigma P_{\text{мд}}$.

Під дією магнітного поля всі тіла здобувають магнітні властивості тому у речовини з'являється власне магнітне поле, яке всередині речовини складається із зовнішнього поля та власного.

З погляду сучасних поглядів про будову речовини неважко помітити, що гіпотеза Ампера передбачала електронну теорію побудови атома, де кожен електрон, який обертається навколо ядра атома являє собою елементарний коловий струм.

При накладенні зовнішнього магнітного поля магнітні моменти орієнтуються вздовж силових ліній цього поля (також як рамка зі струмом) так, що кожен нескінченно малий об'єм ΔV речовини здобуває відмінний від нуля магнітний момент.

Властивість речовини збільшувати свій магнітний момент за рахунок появи елементарних магнітних моментів під дією зовнішнього магнітного поля називають намагнічуванням. В якості міри намагнічування прийнято рахувати вектор намагніченості J , кількісно відповідає магнітному моменту деякого об'єму V в середині речовини:

$$J = \left| \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\sum \overline{P_{\text{мд}}}}{V} \right|. \quad (2.10)$$

З формули (2.10) видно, що розмірність намагніченості визначається як: $[J] = \text{А м}^2 / \text{м}^3 = \text{А/м}$.

Вектор намагніченості характеризує власне магнітне поле речовини, яке виникає всередині від сумарної дії доменів. Воно в десятки, а то й у сотні, разів перевищує першопричину, тобто напруженість зовнішнього поля H , що його намагнічує.

Цьому сприяє не тільки значення напруженості H зовнішнього поля, але й кристалічна структура феромагнетика, тому що в межах кристалу моменти доменів легше шикуються в одному напрямку.

Для встановлення співвідношення між намагніченістю та молекулярними струмами уявно виділимо усередині речовини (див. рис. 2.2) деяку поверхню S , обмежену контуром L , і знайдемо повний молекулярний струм через цю поверхню. Зрозуміло, що внесок у цей струм дають тільки ті молекулярні струми, які охоплюють лінію контуру L . Розрахуємо спочатку струм ΔI_M на малому елементі Δl . Цей елемент охоплює тільки ті струми, центри яких лежать усередині зображеного на рис. 2.2 циліндра.

Число таких струмів дорівнює добутку концентрації молекул n_0 на об'єм циліндра $s \Delta l \cos \alpha$, де s – площа молекулярного струму, α – кут між елементом Δl і вектором намагніченості J . Позначивши силу кожного елементарного струму через i , можна знайти, що $\Delta I_M = i n_0 \Delta l \cos \alpha$.

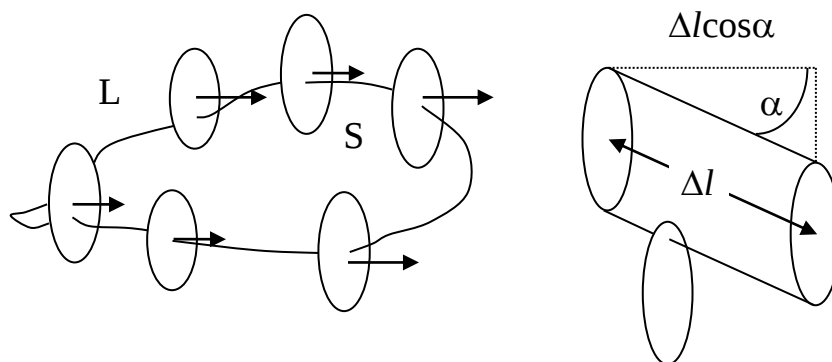


Рисунок 2.2 – Картина розподілу молекулярних струмів

Враховуючи, що $i s = p_m$, а $n_0 p_m = J$. Крім того, $J \cos \alpha = J_l$ й $\Delta I_M = J_l \Delta l$. Повний молекулярний струм через поверхню отримаємо в результаті суми усіх ΔI_M в контурі L :

$$I_M = \oint_L J_l dl, \quad (2.11)$$

тобто повний молекулярний струм визначається циркуляцією вектора намагніченості.

Точна теорія магнетизму доводить, що для молекулярних струмів на поверхні отримана формула зберігає свій вигляд, лише замість ΔI_m фігурують поверхневі струми I_n . У кожному випадку, при наявності речовини, в праву частину теореми про циркуляцію додаються молекулярні струми, тобто:

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 (\sum_k I_k + I_m) = \mu_0 (\sum_k I_k + \oint_L J_l dl). \quad (2.12)$$

Перетворимо цей вираз, перенісши інтеграл циркуляції в ліву частину, отримаємо:

$$\oint_L (B - \mu_0 J) dl = \mu_0 \sum_k I_k. \quad (2.13)$$

Порівнюючи останнє співвідношення (2.13) з теоремою про циркуляцію магнітного поля в вакуумі, знаходимо:

$$\oint_L (B_0)_l dl = \mu_0 \sum_k I_k, \quad (2.14)$$

де позначення B_0 відповідає магнітному полю у вакуумі.

Неважко помітити, що вирази під інтегралами в двох останніх формулах повинні бути однаковими. Із цього виходить, що

$$(B - \mu_0 J) = B_0. \quad (2.15)$$

Коефіцієнт пропорційності, який потрібно ввести, щоб встановити точне співвідношення між J і B_0 , залежить від вибору системи одиниць. В обраній нами системі SI цей коефіцієнт дорівнює χ/μ_0 , де χ – магнітна сприйнятливості речовини. Тоді

$$J = \frac{\chi B_0}{\mu_0}. \quad (2.16)$$

Підставивши цей вираз для намагніченості в рівняння (2.15), одержимо:

$$B = (1+\chi) B_0 = \mu_0 \mu_r H. \quad (2.17)$$

Величина $(1+\chi) = \mu_r$ називається відносною магнітною проникністю речовини.

Намагніченість J , пов'язана з напруженістю зовнішнього нуля H залежністю:

$$J = 4\pi \chi H, \quad (2.18)$$

Магнітна сприйнятливість χ – безрозмірна величина, що характеризує здатність речовини намагнічуватися. Вона складним чином залежить від напруженості магнітного поля H , температури, тиску, способу виготовлення, термообробки й хімічного складу, а також від «магнітної передісторії» матеріалу. Залежно від модуля та знака сприйнятливості χ всі речовини умовно ділять на діамагнетики, парамагнетики та феромагнетики. Крім зазначених трьох груп варто виділити ще дві: антиферомагнетики і феримагнетики. Однак при цьому формальна класифікаційна ознака χ виявляється неспроможною.

Антиферомагнітний ефект характеризується наявністю антиферомагнітного атомного порядку, який полягає в тому, що під час відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти однакових сусідніх атомів або іонів внаслідок взаємодії орієнтовані антипаралельно, так що результуючий магнітний момент дорівнює нулю.

При дії зовнішнього магнітного поля магнітні моменти прагнуть вишикуватися вздовж нього, і антиферомагнетик володіє малою позитивною χ , значення якої залежить від температури.

Феримагнітний ефект являє собою не скомпенсований антиферомагнетизм (феримагнітний атомний порядок).

Антиферомагнетизм і феримагнетизм існують при температурі не вище крапки Нееля.

При температурі вище крапки Кюрі у феромагнетиків і крапки Нееля в антиферомагнетиків і феримагнетиків атомний магнітний порядок руйнується, і речовини переходять у парамагнітний стан.

2.2. Типи магнітних матеріалів

Магнетиками називаються речовини, які при внесенні в зовнішнє магнітне поле самі стають джерелами додаткового магнітного поля. При цьому повна індукція магнітного поля дорівнює сумі індукцій зовнішнього магнітного поля й поля, породжуваного магнетиком [7].

Кількісно властивості магнетиків характеризуються магнітною сприйнятливістю χ . Оскільки поле атомних (молекулярних) магнітних моментів залежить від їхньої кількості в одиниці об'єму (наприклад, у газах їх приблизно в тисячу разів менше, ніж у конденсованих середовищах), то часто в розрахунках використовують молярну сприйнятливість (χ_m), яка знаходиться з виразу:

$$\chi_m = \chi V_m, \quad (2.19)$$

де V_m – об'єм моля речовини (молекулярний об'єм).

Відповідно до різних механізмів намагнічування магнетики розділяють на три класи: *діамагнетики*, *парамагнетики* та *феромагнетики*. Антиферомагнетики також відносять до магнетиків, хоча вони й не створюють магнітного поля.

У діамагнетиків молярна сприйнятливість негативна й за абсолютною величиною становить порядку $\chi_m = 10^{-11} \div 10^{-10} \text{ м}^3/\text{моль}$. Парамагнетики мають позитивну магнітну сприйнятливість $\chi_m = 10^{-10} \div 10^{-9} \text{ м}^3/\text{моль}$.

На відміну від діамагнетиків і парамагнетиків, магнітна сприйнятливість феромагнетиків не постійна, а має складну функціональну залежність від напруженості зовнішнього поля. Вона позитивна та досягає значної величини, порядку $\chi_m = 10^{-3} \div 10 \text{ м}^3/\text{моль}$.

Класифікація магнетиків проводиться за значеннями магнітної сприйнятливості χ та відносної магнітної проникності μ_r :

- для діамагнетиків $\mu_r < 1$, $\chi < 0$, $|\chi| \ll 1$ не залежать від температури. $|\chi| \approx - (1 \div 10) 10^{-6}$, $\mu_r \approx 1 - (0,1 \div 10) 10^{-6}$;

- для парамагнетиків $\mu_r > 1$, $\chi > 0$, $|\chi| \ll 1$ залежать від температури. $|\chi| \approx (1 \div 10) 10^{-5}$, $\mu_r \approx 1 + (0,1 \div 10) 10^{-5}$ при $T \approx 300\text{K}$;

- для феромагнетиків $\mu_r \gg 1$, $\chi > 0$, $|\chi| > 1$ залежать від температури й нелінійно залежать від величини магнітного поля B_0 . $\mu_r = 5000$ для заліза, при $T \approx 300\text{K}$, поза зоною насичення.

2.2.1. Діамагнетики

Розглянемо хімічні сполуки, у яких електронна оболонка симетрична, тобто електронні орбіти розташовані в просторі так, що орбітальні дипольні

магнітні моменти окремих електронів і їх спинові магнітні моменти взаємно компенсують один одного, сумарний магнітний момент молекули дорівнює нулю.

Якщо таку речовину помістити в магнітне поле, то на електрони, що рухаються, буде діяти сила Лоренца, яка прагне повернути орбіту електрона. Як наслідок почнеться обертання електронної орбіти відносно вектора магнітної індукції.

У цьому випадку виникаючий магнітний дипольний момент спрямований проти поля, тобто $\chi < 0$, вектор магнітної індукції зменшується. Це явище називається діамагнетизмом.

Воно обумовлено законом електромагнітної індукції. В момент включення магнітного поля елементарні молекулярні струми в речовині змінюються таким чином, щоб перешкодити виникненню зовнішнього поля, тобто індукований додатковий магнітний момент спрямований проти зовнішнього поля. Сумарна дія всіх елементарних індукованих моментів приводить до того, що зовнішнє магнітне поле B_0 зменшується: $B = B_0 - B_{\text{інд}}$. Це означає, що $\mu = (1 + \chi) < 1$ або $\chi < 0$.

Електрон, що рухається навколо ядра, подібний до колового струму, отже, має магнітний момент. Помістимо цей атом у зовнішнє магнітне поле. Поле буде впливати на магнітний момент орієнтуючи його. Оскільки електрон подібний до гіроскопу, то він почне прецесіювати навколо напрямку магнітного поля. Частоту цієї прецесії називають ларморівською частотою (Джозеф Лармор (1857-1942) - англійський фізик-теоретик).

Струм, пов'язаний з ларморівською прецесією, спричиняється додатковий магнітний момент. Можна показати, що цей додатковий момент спрямований протилежно зовнішньому полю, незалежно від напрямку орбітального моменту електрона.

Розрахунок показує, що намагніченість речовини за рахунок додаткового магнітного моменту виражається формулою:

$$J = - e^2 Z R^2 n \mu_0 H / 6m, \quad (2.20)$$

де e – заряд електрона,

m – його маса,

Z – кількість електронів в атомі,

R^2 – середнє значення квадрата відстаней електронів від осі ларморівської прецесії,

n – кількість атомів в одиниці об'єму (концентрація атомів).

При цьому:

$$\chi = - e^2 Z R^2 n \mu_0 / 6m. \quad (2.21)$$

Отже, діамagnetизм є універсальне явище, яке проявляється в усіх без винятку речовинах і в діамagnetиках, і в парамагнетиках. Але в парамагнетиках діамagnetний ефект перекривається більше сильним парамагнетним явищем. У діамagnetних речовин значення μ_r на декілька десятитисячних часток менше одиниці.

Теорія діамagnetних явищ була розроблена Ланжевенем на основі загальних висновків електронної теорії. Міркування Ланжевена не змінюються від додаткових міркувань, і його результати можуть бути легко змінені згідно із квантовою теорією. Згідно Ланжевену діамagnetний ефект є наслідком прецесійного руху електронних орбіт (Ларморова прецесія). Оскільки діамagnetики мають негативну магнетну сприйнятливість χ , то це означає, що вони намагнічуються в зовнішньому магнетному полі назустріч вектора напруженості цього поля.

Магнетна сприйнятливість χ і магнетна проникність μ_r у діамagnetиків не залежить від температури. Цей факт був експериментально встановлений в 1895 р. французьким фізиком П'єром Кюрі (1859 – 1906).

Взаємодія діамagnetиків із зовнішнім полем відбувається тільки в дуже сильних магнетних полях. Залежність J від H для діамagnetиків лінійна та не має області насичення (рис. 2.3).

Властивості діамagnetиків обумовлюються тим, що вони дуже слабо намагнічуються протилежно напрямку зовнішнього поля. Вони виштовхуються з неоднорідного магнетного поля. Стрижень із діамagnetної речовини прагне розташуватися поперек ліній магнетної індукції. Характерна риса діамagnetиків полягає в тому, що вони не насичуються навіть у сильних магнетних полях.

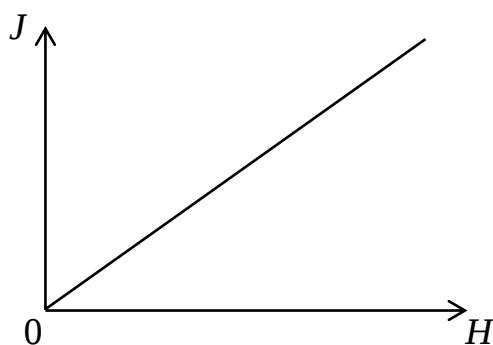


Рисунок 2.3 – Залежність намагніченості діамagnetика від зовнішнього магнітного поля

До діамagnetиків відносяться: мідь, цинк, срібло, золото, вісмут (один з найдужчих діамagnetиків), азот, кремній, вода й багато інших речовин. Майже всі органічні сполуки, крім одиничних виключень, діамagnetні.

Прояв абсолютного діамagnetизму демонструють надпровідники. Їхня намагніченість компенсує зовнішнє магнітне поле, тобто магнітне поле не проникає в надпровідник. Однак діамagnetизм надпровідників обумовлений не внутрішньоатомними, а макроскопічними поверхневими струмами.

2.2.2. Парамагнетики

Розглянемо тепер речовини, у яких орбітальні або спинові магнітні дипольні моменти електронів повністю не компенсуються. Власні магнітні моменти таких атомів і молекул відмінні від нуля. Поки зовнішнє магнітне поле відсутнє, атоми парамагнетика орієнтовані хаотично й у цілому парамагнетик не намагнічений.

Якщо цю речовину помістити в магнітне поле, то магнітні дипольні моменти окремих атомів будуть прагнути орієнтуватися в напрямку силових ліній поля, оскільки у цьому випадку потенційна енергія магнітного диполя мінімальна.

Зрозуміло, у цьому випадку також спостерігається обертання електронних орбіт, але дипольний момент, що виникає за рахунок обертання, так званий природний діамagnetизм, набагато менше дипольного моменту за рахунок орієнтації орбітальних моментів атомів, у результаті сумарний дипольний момент орієнтований за полем, тобто $\chi > 0$ і в результаті зовнішнє поле підсилюється. Це явище називають парамагнетизмом.

До парамагнетиків відносяться речовини, атоми яких мають незаповнені електронні орбіти, причому число електронів на них повинне бути не парно. Тоді кожен атом можна розглядати як елементарний молекулярний струм, магнітний момент якого орієнтується вздовж напрямку зовнішнього

поля, тобто $B = B_0 + B_{\text{прир}}$. Очевидно, що для цих речовин $\chi > 0$. Значення χ парамагнетиків досягають величини порядку 10^{-5} . У парамагнетиків магнітна проникність більше одиниці, але відрізняється від одиниці на дуже малу величину. Як і для діамгнетиків, у більшості випадків можна вважати магнітну проникність парамагнетиків рівній одиниці.

Орієнтація атомів відбувається в процесі їх взаємного зіткнення. При зіткненні атом міняє свою орієнтацію в просторі, при цьому енергетично більше вигідна орієнтація, при якій магнітний момент атома збігається з напрямком зовнішнього поля, чим протилежна орієнтація. Тому при зіткненнях атомів переважають повороти, в результаті яких вони орієнтуються за напрямком поля.

Цій орієнтації перешкоджає тепловий рух, тому магнітна проникність парамагнетика залежить від температури: чим вище температура, тим слабкіше виражена орієнтація атомів, тим менше магнітна проникність.

Оскільки ступінь орієнтації орбітальних магнітних моментів залежить від температури, тому в парамагнетиків спостерігається залежність магнітної сприйнятливості χ і проникності μ_r від температури (див. рис. 2.4).

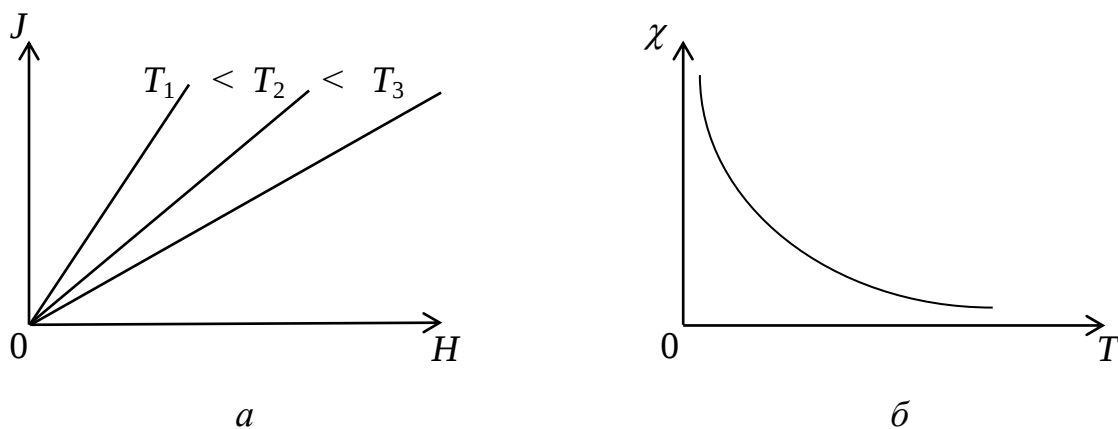


Рисунок 2.4 – Залежність намагніченості парамагнетика від зовнішнього магнітного поля при різних температурах (а) і температурна залежність сприйнятливості парамагнетика (б)

Оскільки ступінь орієнтації орбітальних магнітних моментів залежить від температури, тому у парамагнетиків спостерігається залежність магнітної сприйнятливості χ і проникності μ_r від температури.

Кюрі експериментально встановив закон, відповідно до якого сприйнятливості парамагнітних речовин обернено пропорційна абсолютній температурі:

$$\chi = C / T, \quad (2.22)$$

де C – постійна Кюрі, що залежить від типу речовини.

Для парамагнетиків, у яких взаємодією між елементарними носіями магнітного поля зневажити не можна, справедливий більше загальний закон Кюрі-Вейса

$$\chi = C / (T - \theta), \quad (2.23)$$

де θ - постійна Вейса, різна для різних речовин, може бути й більше нуля й менше нуля.

Класична теорія парамагнетизму була розвинена французьким фізиком Полем Ланжевром (1872-1946). Використовуючи методи статистичної фізики, можна одержати формулу для визначення магнітної сприйнятливості:

$$\chi = \mu_0 n p_m^2 / (3k T) \text{ або } \chi = \mu_0 N_A p_m^2 / (3k T). \quad (2.24)$$

де p_m – магнітний момент молекули;

n – концентрація молекул,

N_A – число Авогадро;

k – постійна Больцмана.

Ця формула добре збігається з експериментальними даними за умови, якщо речовина знаходиться в слабкому магнітному полі та при не занадто низькій температурі.

Парамагнетики мають властивість насичення, тобто в дуже сильних магнітних полях або при дуже низьких температурах їхня намагніченість прагне до певної межі. Для намагнічування парамагнетиків до такого стану, коли всі елементарні магнітні моменти стануть паралельними зовнішньому полю, при кімнатній температурі напруженість магнітного поля повинна бути приблизно 10^{11} А/м, а при температурі 1К становить $3 \cdot 10^5$ А/м.

Парамагнетики (цей термін увів Фарадей) поведуться подібно як і ферромагнетики (втягуються в область більшої неоднорідності магнітного поля та розташовуються вздовж ліній магнітної індукції), але їхня взаємодія із зовнішнім полем на кілька порядків слабша. Тому для виявлення парамагнітного ефекту потрібні дуже сильні магнітні поля. Властивості парамагнетиків можна пояснити тим, що вони слабо намагнічуються вздовж напрямку зовнішнього поля.

Якщо парамагнетик розмістити в магнітне поле, то поведження молекул буде визначатися двома факторами: магнітне поле прагне впорядкувати

напрямки магнітних моментів, орієнтуючи їх уздовж силових ліній; молекули беруть участь у хаотичному тепловому русі, який прагне розкидати магнітні моменти рівномірно за різними напрямками. У результаті дії цих двох факторів установлюється деяка переважна орієнтація магнітних моментів уздовж поля.

До парамагнетиків відносяться лужні й лужноземельні метали, алюміній, хром, платина, марганець, кисень, азот і ін.

2.2.3. Феромагнетики

Феромагнетики названі так за назвою типового представника цього класу магнетика - заліза. Крім заліза, із чистих металів до феромагнетиків відносяться нікель, кобальт, деякі рідкоземельні метали. Сплави багатьох металів мають феромагнітні властивості, причому компоненти сплавів окремо можуть бути й не феромагнетиками. Феромагнетиками є також деякі з'єднання марганцю й хрому з неферомагнітними елементами. Встановлено, що феромагнетиками є, як правило, тільки речовини які мають кристалічну структуру [8-10].

Відомо, що залізо притягується до магніту, тому підвішений залізний стрижень прагне розташуватися вздовж ліній магнітної індукції. Такі властивості феромагнетиків пояснюються тим, що вони сильно намагнічуються вздовж напрямку зовнішнього магнітного поля.

Намагнічування феромагнетиків і феримагнетиків пов'язане з тим, що електрони володіють магнітним моментом, який перебуває в певному зв'язку з їх механічним моментом. Намагнічування такого класу магнетиків пов'язане з певним орієнтуванням спинів і тому називається спинковим.

У більшості речовин спин електрона в атомах орієнтовані так, що спинові магнітні моменти компенсують один одного. В хімічних елементах перехідної групи (залізо, нікель, хром), рідкоземельні елементи, а також їх сплави, будова електронних орбіт така, що через «обмінну» взаємодію електронів (що має суцільно квантово-механічне походження й класичного пояснення не має, тому ми не розглядаємо) енергетично вигідно, щоб власні магнітні моменти електронів були спрямовані в одну сторону. Вони впорядковані в межах області спонтанного намагнічування, так називаного магнітного домену (від французького *domaine* – область), і результуюча намагніченість становить $J = (1,6 \div 2) \cdot 10^6$ А/м. Між доменами розташовуються прикордонні зони $10^{-4} \div 10^{-5}$ мм, характерні розміри доменів 10^{-3} мм (прикордонна зона містить $10^3 \div 10^5$ атомів).

Може виникнути питання: чому в результаті «обмінної» взаємодії не встановлюється строго паралельна орієнтація всіх атомів у феромагнетику, тобто не утворюється один суцільний домен, що займає весь об'єм феромагнетику? Але такий феромагнетик створював би в навколишньому просторі сильне магнітне поле й, відповідно, мав би значну магнітну енергію. Прагнення до мінімуму енергії при рівновазі приводить до розбиття феромагнітного зразка на домени - не великі зони, які намагнічені до насичення.

У результаті подрібнення на домени феромагнетик у цілому не намагнічений, і енергія магнітного поля практично відсутня, але виникає енергія доменних границь, на яких міняється орієнтація магнітних моментів. Зменшення енергії магнітного поля феромагнетику при подрібненні його на домени компенсується зростанням енергії доменних границь і подрібнення феромагнетику на домени закінчується. Однак це приводить до виникнення значної енергії, пов'язаної із внутрішнім магнітним полем.

Кожен домен створює сильне магнітне поле, але домени у феромагнетиках розташовані випадковим образом, і їхнє результуюче поле дорівнює нулю.

На рис. 2.5 схематично представлений розподіл доменної структури монокристала феромагнетику із границями спонтанного намагнічування під час відсутності зовнішнього магнітного поля. Стрілками показаний напрямок намагніченості доменів.

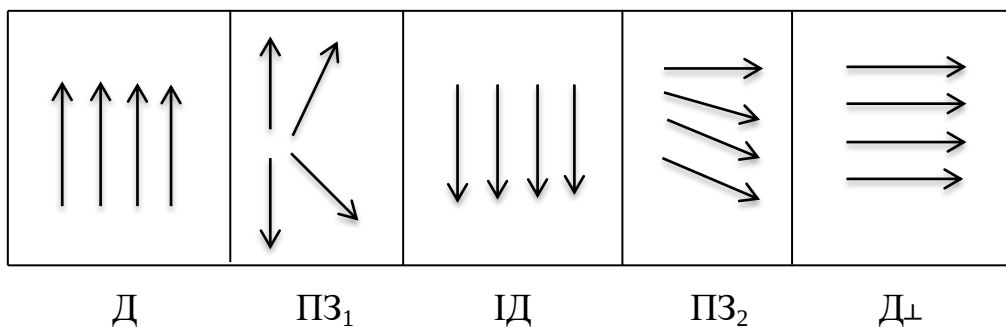


Рисунок 2.5 – Доменна структура феромагнетику із границями спонтанного намагнічування: Д – основний домен; ПЗ₁ – перша прикордонна зона;

ІД – інверсний домен стосовно основного; ПЗ₂ – друга прикордонна зона;

Д_⊥ – домен з результуючим магнітним моментом спрямованим перпендикулярно стосовно основного домену

Феромагнетики мають анізотропні магнітні властивості в різних напрямках. Це пов'язане з розмаїтістю кристалічних ґрат феромагнітних речовин. Крім того кристалічні ґрати самі анізотропні. Феромагнетики мають три

типи кристалічних ґрат: кубічну грани-центричну, кубічну об'ємно центричну й гексагональну. Тип ґрат може змінюватися залежно від температури.

Криві намагнічування показують, що кристали мають магнітну анізотропію та напрямок найлегшого намагнічування (100) для монокристала заліза є ребра куба, а для монокристала нікелю – просторові діагоналі; самому важкому намагнічуванню (111) для заліза відповідають просторові діагоналі, для нікелю - ребра куба (100).

Для прикладу, на рис. 2.6 наведена кристалічні ґрати монокристала заліза та нікелю, коли зовнішнє магнітне поле спрямоване вздовж одного з ребер куба (ЛН), що пов'язане з мінімальним відбором енергії для намагнічування тіла від зовнішнього джерела магнітного поля. Для заліза ЛН – легеньке намагнічування (ребро куба); СН – середнє намагнічування (діагональ грані), ВН – важке намагнічування (діагональ куба).

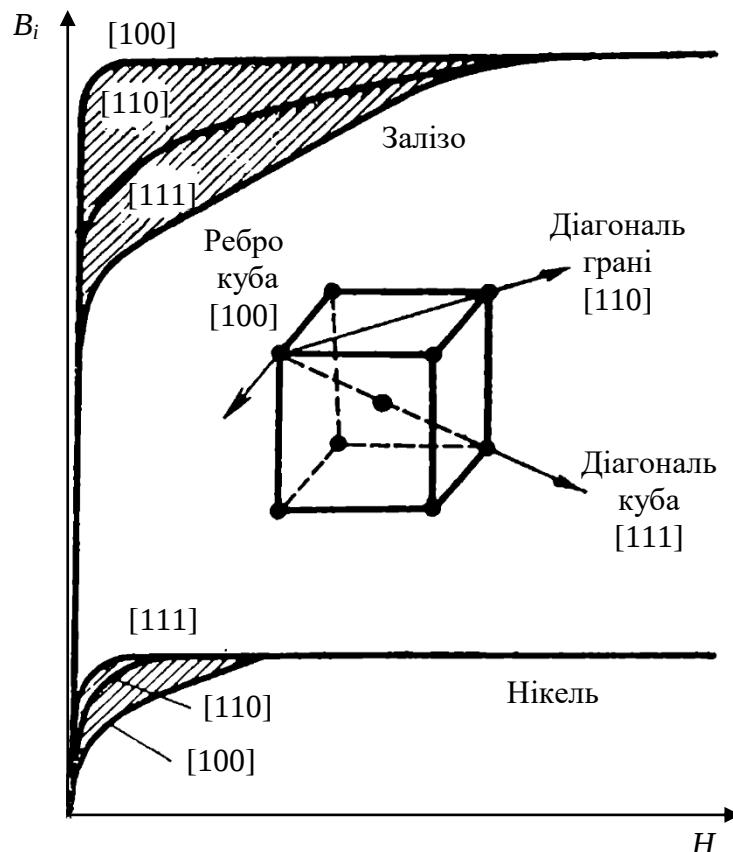


Рисунок 2.6 – Криві намагнічування в різних напрямках монокристалів заліза й нікелю

Границі доменів можна спостерігати експериментально. Для цього ретельно відполіровану поверхню феромагнетику покривають тонким шаром рідини, у якій зважені частки феромагнітної речовини (наприклад, Fe_3O_4). Ча-

стки феромагнітного порошку збираються на межі доменів, і їх добре видно в мікроскоп з невеликим збільшенням.

Зовнішнє магнітне поле прагне орієнтувати всі домени в одному напрямку й зразок намагнічується. Це приводить до того, що одні домени збільшуються, а інші зменшуються, і, крім того, відбувається розворот доменів. Ріст доменів обумовлений рухом доменних стінок. Цьому руху заважає наявність у зразку різних дефектів, які закріплюють доменні стінки в деяких положеннях і потрібні досить сильні магнітні поля для того, щоб їх зрушити. Тому, наприклад, при зменшенні поля H до нуля в зразку зберігається залишкова намагніченість.

Якщо теплова енергія атомів досягає значення енергії зв'язку між магнітними моментами атомів за рахунок обмінної взаємодії, доменна структура руйнується, і феромагнетик перетворюється у звичайний парамагнетик. Такий перехід зворотній, при зниженні температури феромагнетик відновлює свої властивості. Температура, що відповідає переходу феромагнетика в парамагнетик, називається крапкою Кюрі (наприклад, для заліза $T_K = 1043$ К).

Характерною рисою феромагнетиків є те, що власне магнітне поле значно перевищує зовнішнє, тобто для них $\mu_r \gg 1$ для деяких сплавів заліза досягає значення $\mu_r \approx 10^6$.

Магнітні матеріали умовно можна розділити на 3 групи:

- магнітом'які;
- магнітотверді;
- сплави з особливими магнітними властивостями.

Якщо матеріал має вузьку петлю гістерезису ($H_c \rightarrow 0$), більше високі значення $\mu_{\text{поч}}$, то його відносять до магнітом'яких матеріалів (МММ) (рис. 2.7). Це незагартовані слабо вуглецеві електротехнічні сталі та пермалой. До гранично магнітом'яких матеріалів ($H_c < 100$ А/м) відносять переважно залізонікелеві сплави.

До магнітотвердих матеріалів (МТМ) відносять феромагнетики в яких $H_c > 10^3$ А/м. Ширина петлі магнітотвердих матеріалів у десятки, а то й сотні, разів перевищує ширину петлі гістерезису магнітом'яких матеріалів (рис. 2.7). До магнітотвердих матеріалів відносять загартовані високо вуглецеві (інструментальні) леговані конструкційні сталі, ферити, а також сплави для постійних магнітів.

Магнітом'які матеріали – це матеріали, у яких коерцитивна сила ($H_c < 10^3$ А/м). До них відносяться: хімічно чисте залізо, електротехнічні сталі, сплави типу пермалой, деякі типи слабо вуглецевої сталі.

Для прикладу розглянемо характеристики деяких магнітом'яких матеріалів.

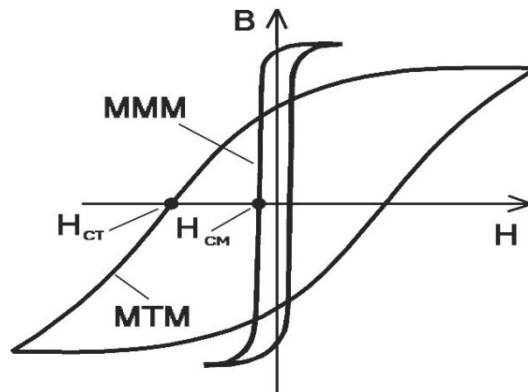


Рисунок 2.7 – Петлі гістерезису магнітом'яких (MMM) і магнітотвердих (MTM) матеріалів

Холоднокатана сталь із малим змістом кремнію від 0 до 0,5% має наступні електромагнітні параметри:

$$H_m = (10^4 \div 105) \text{ А/м};$$

$$B_m = (1,7 \div 1,9) \text{ Тл};$$

$$H_c < 10^3 \text{ А/м};$$

$$B_r = (1,4 \div 1,5) \text{ Тл};$$

$$\mu_{r\text{поч}} = 500; \mu_{r\text{мах}} = 4000 \div 5000;$$

$$\text{питома електрична провідність } \sigma = 10^7 \text{ См/м}.$$

Використається в магнітопроводах реле постійного струму, в індукційних датчиках, у електродвигунах постійного струму. Вони мають велику індукцію насичення та велику питому електричну провідність. Основний недолік – це велика питома електрична провідність.

Гарячекатані електротехнічні сталі від цього недоліку вільні, тому що вводиться домішки кремнію.

Мають наступні електромагнітні параметри:

$$H_m = 3 \cdot 10^4 \text{ А/м};$$

$$B_m = (1,8 \div 2) \text{ Тл};$$

$$H_c = 4 \cdot 10^3 \text{ А/м};$$

$$B_r = (1,6 \div 1,7) \text{ Тл};$$

$$\mu_{r\text{поч}} = 120 \div 250; \mu_{r\text{мах}} = (3,5 \div 4,5) \cdot 10^3;$$

$$\sigma = (0,15 \div 0,2) \cdot 10^7 \text{ См/м};$$

питомі втрати в сталі становлять $P_{\text{пит}} = 1,5 \text{ Вт/кг}$ (при $B = 1,5 \text{ Тл}$ й $f = 50 \text{ Гц}$).

Використовуються в трансформаторах силових і вимірювальних, двигунах і генераторах змінного струму, електромагнітних реле, електромагнітах змінного струму.

Пермалосві сплави – сплав заліза з нікелем (68÷79% Ni+Fe).

Основні електромагнітні характеристики: $B_m = (0,5 \div 1,4)$ Тл;

$$H_m = (2 \div 8) \text{ А/м};$$

$$B_r = (0,4 \div 1,3) \text{ Тл};$$

$$H_c = (0,5 \div 1) \text{ А/м};$$

$$\mu_{\text{поч}} = (3 \div 50) 10^3; \mu_{\text{max}} = 10^5 \div 10^6;$$

$$\sigma = (0,3 \div 0,4) 10^7 \text{ См/м}.$$

Мають досить велику магнітну проникність, малу коерцитивну силу, прямокутну петлю гістерезису. Використаються в імпульсних трансформаторах, ферозондах, у магнітопружних і магнітострикційних сенсорах.

Магнітотверді матеріали, у яких $H_c > 4 \cdot 10^3$ А/м. Вони призначені для виробництва постійних магнітів. До них можна віднести наступні магнітні матеріали. Вуглецеві, вольфрамові, молібденові сталі найбільш слабкі в магнітному відношенні при створенні постійних магнітів. Допускають гарну механічну обробку.

Основні характеристики: $H_m = (5 \div 10) 10^3$ А/м;

$$B_m = (1,4 \div 1,6) \text{ Тл};$$

$$H_c = 48 \text{ кА/м};$$

$$B_r = (1,2 \div 1,4) \text{ Тл};$$

$$\mu_{\text{поч}} = 50 \div 100; \mu_{\text{max}} = 600 \div 1000;$$

$$\sigma = (0,4 \div 0,5) 10^7 \text{ См/м}.$$

Використаються для виготовлення осердя у динаміках, деяких магнітопроводах.

Сплави з особливими магнітними властивостями. Сплави типу ферум-нікель-алюміній-кобальт (Fe-Ni-Al-Co). Маркування: ЮНДК-24Б → Ю(Al)Н(Ni)Д(Cu)ДО(Co) – 24Б (Ніобій).

Основні характеристики: $H_m = (250 \div 300)$ кА/м;

$$B_m = (1 \div 1,2) \text{ Тл};$$

$$H_c = 50 \text{ кА/м};$$

$$B_r = (0,8 \div 1) \text{ Тл};$$

$$\mu_{\text{поч}} = 2 \div 3. \mu_{\text{max}} = 5 \div 10;$$

$$\sigma = (0,35 \div 0,4) 10^7 \text{ См/м}.$$

Використовуються для виробництва потужних литих магнітів. Призначаються для створення електромагнітів, за допомогою яких можна піднімати

значні вантажі. Технологія виготовлення таких магнітів: нагрівання до крапки Кюрі без розплавлення, а потім охолодження в сильному магнітному полі. Така технологія створює можливість ефективного намагнічування, оскільки поблизу крапки Кюрі феромагнетик не має доменів, а при охолодженні всі магнітні моменти доменів орієнтуються уздовж напрямки сильного магнітного поля.

Такі значні напруженості поля для намагнічування цих магнітів важко отримати в стаціонарних режимах роботи, частіше використовуються імпульсні магнітні поля.

Сплави на основі дорогоцінних металів. На основі їх одержують найпотужніші магніти: Pt Fe (78% Pt), Co Fe (80% Co).

Основні характеристики: $H_m = (400 \div 500)$ кА/м;

$$B_m = (0,6 \div 0,8) \text{ Тл};$$

$$H_c = (250 \div 300) \text{ кА/м.}$$

$$B_r = (0,84 \div 0,6) \text{ Тл};$$

$$\mu_{\text{поч}} \approx 1; \mu_{\text{max}} = 1 \div 1,5;$$

$$\sigma = (0,3 \div 0,5) 10^7 \text{ См/м.}$$

Серед них є як магнітом'які, так і магнітотверді матеріали. Магнітотверді матеріали – хімічна сполука таких металів, як барій, стронцій, кобальт з такими ж окислами. За своїми властивостями вони можуть замінити не тільки магнітні матеріали, але й магніти на основі дорогоцінних металів, при цьому вони набагато дешевші. Їх параметри: $H_c = 220 \div 250$ кА/м; $B_r = 0,36 \div 0,4$ Тл.

Сплави з особливими властивостями призначені для виділення тієї або іншої фізичної властивості, яка надалі може бути використана в різних галузях науки й техніки.

Добавка хрому в залізо дає сильну залежність B від температури. Добавка Cu 40% в Fe дає кальмалой, який використовується в різних пристроях термо-стабілізації. $B_m = (2,4 \div 2,5)$ Тл – Має найбільше значення індукції серед сплавів з Fe ($B_m = 2,4 \div 2,5$ Тл).

Магнітодіелектрики. Магнітодіелектрики являють собою сполучення дрібнозернистої суміші феромагнетику й діелектричного компаундного зв'язку. Їхнє основне призначення це магнітопроводи для роботи в пристроях височастотній техніці. Існує три типи:

– на основі порошку Al-Si-Fe, застосовується у височастотних пристроях, що працюють до 100 МГц. Діелектричне зв'язування не дає можливості розвиватися вихровим струмам.

- карбонільне залізо $50 \div 100$ МГц.
- порошок на основі пермалою $10 \div 20$ МГц.

Ферити. Хімічна сполука двох валентних металів з окислами заліза Fe_2O_3 , Fe_3O_4 . Два типи: $\text{HFe}_3\text{O}_4 \rightarrow \text{H} = \text{Ni} + \text{Cu}$; $\text{KO Fe}_2\text{O}_3 \rightarrow \text{ДО} = \text{Кадмій} + \text{Zn}$.

Ферит типу 2000 НМЗ: $H_m = 800$ А/м;

$$B_m = 0,36 \text{ Тл};$$

$$\mu_{\text{гпоч}} = 1700 \div 2500; \mu_{\text{гмах}} = 3500.$$

Їх переважно використовують в надвисокочастотній техніці (>1000 МГц), $\rho = (6 \div 10) \cdot 10^{10}$ Ом·м, що практично не дає можливості розвиватися вихровому струму.

2.3. Характеристики магнітних матеріалів в полях постійного струму

В загальному випадку намагніченість (індукція) не є однозначною функцією залежності від напруженості магнітного поля, а залежить від магнітної «передісторії» зразка. За початковий стан приймають такий стан, при якому зразок повністю розмагнічено. Тобто одночасно намагніченість і напруженість магнітного поля дорівнюють нулю ($J = 0$ і $H = 0$).

Важливою характеристикою феромагнітних матеріалів є основна крива намагнічування. Кожна точка основної кривої намагнічування це вершини симетричних петель гістерезису, отриманих багаторазовим комутаційним намагнічуванням. На практиці магнітних вимірювань і розрахунків комутаційна крива є основою для отримання інших характеристик феромагнітних матеріалів, таких як початкова, максимальна, диференціальна та інші види магнітної проникності [11-13].

Намагніченість феромагнетиків від напруженості зовнішнього магнітного поля має складну залежність. Якщо розмістити феромагнітний зразок у магнітне поле та поступово збільшувати величину напруженості поля, то ми отримаємо криву намагнічування. Ця залежність має нелінійний характер і ілюструє процес зміни намагнічування феромагнетику. Слід зазначити, що в діапазоні 1 – 2% для феромагнетику крива намагніченості наближена до кривої індукції.

На рис. 2.8 наведені залежності $B = \mu_0 H$, $B = \mu_0 J$ і $B = \mu_0 \mu_r H$, причому крива $B = \mu_0 J$ показує, що намагнічування зразка спочатку стрімко збільшується, а потім її значення повільно наближується до максимального значення $\mu_0 J_m$. Складова $B = \mu_0 H$ змінюється пропорційно напруженості зовнішнього магнітного поля H .

Сумуючи ординати кривих $B = \mu_0 H$ і $B = \mu_0 J$, отримаємо криву залежності $B = \mu_0 \mu_r H$ (рис.2.8), яку називають кривою первинного намагнічування.

Крива $B = \mu_0 \mu_r H$ (рис. 2.8) нелінійна і може бути умовно розділена на п'ять областей.

Область лінійності 1, відповідає пружному зміщенню границь між доменами ($H = 0 \div 10$ А/м, $\mu_r = \text{const}$ і не залежить від H). Ця область є зворотною і описується рівнянням прямої $B = \mu_0 \mu_r H$. При зростанні H індукція B зростає по прямій, при зменшенні H , індукція B зменшується по цій же прямій, тобто в цій області відсутній гістерезис. Індукція B збільшується на цьому відрізку тільки за рахунок зменшення розмірів граничних зон, тобто за рахунок організації магнітних моментів атомів граничних зон вздовж напрямку зовнішнього магнітного поля.

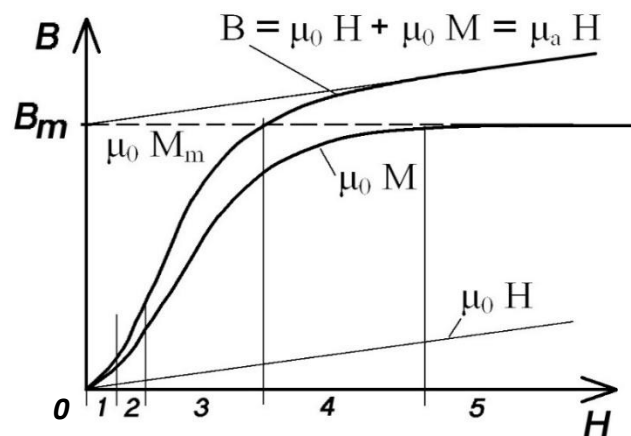


Рисунок 2.8 – Крива намагнічування феромагнетика

В області 2 (область Релея) орієнтація доменів у напрямку зовнішнього магнітного поля змінюється стрибком і намагніченість феромагнетика збільшується. Безповоротний відрізок ($H < 100$ А/м), на ньому утворюються петлі гістерезису, причому збільшення B від H відбувається за квадратичною параболою і пов'язано з перекиданням інверсних доменів таким чином, щоб їх магнітні моменти були направлені вздовж напрямку зовнішнього магнітного поля. $B = \mu_0 \mu_r H + \mu_0 \beta H^2$, β – розмірний коефіцієнт пропорційності.

В області 3 відбуваються незворотні зміщення границь між доменами. В цій області утворюються найбільші петлі гістерезису та максимальна крутизна характеристики. Приріст B при збільшенні H відбувається за рахунок орієнтації всіх магнітних моментів доменів (інверсних, взаємно перпендикулярних) вздовж напрямку зовнішнього магнітного поля. Така орієнтація маг-

нітних моментів відбувається стрибкоподібно (стрибки Баркгаузена). В цій області магнітна проникність досягає максимального значення μ_{max} .

В області 4 домени виростають до максимально можливих розмірів, і більшість атомних магнітних моментів у феромагнітному зразку виявляються вистроєними вздовж зовнішнього магнітного поля. Резерви зростання внутрішнього поля J за рахунок доменів вичерпані, матеріал досягає стану насичення J_s або технічного насичення, для якого характерні максимальне значення індукції B_m і напруженості H_m .

Збільшення $H > H_m$ в області 5 вже не призводить до збільшення внутрішнього поля J , а індукція B зростає за рахунок парамагнітних ефектів, тобто за рахунок орієнтації магнітних моментів заряджених частинок (електронів, іонів, ядер), вздовж напрямку зовнішнього поля H . Цей відрізок зворотний і крива намагнічування стає лінійною, $\mu_r \rightarrow 1$, $\chi \rightarrow 0$.

Якщо в кожній точці основної кривої намагнічування знайти відношення B/H , тобто магнітну проникність μ , то можна отримати залежність магнітної проникності від напруженості магнітного поля. Магнітна проникність вказує на підсилювальні властивості матеріалу. Вона не вимірюється безпосередньо, а розраховується виходячи з кривих залежності намагнічування або індукції.

Із-за нелінійного характеру кривої намагнічування магнітного матеріалу $B = f(H)$, можна в кожній точці кривої індукції отримати відповідне значення магнітної проникності. Початкову магнітну проникність $\mu_{\text{поч}}$ знаходять за допомогою дотичної, проведеної з точки $H = 0$, а максимальне значення магнітної проникності μ_{max} знаходять за допомогою дотичної, проведеної з початку координат до коліна кривої намагнічування, тобто визначають тангенси кутів нахилу дотичних до кривої намагнічування в точках $H = 0$ і $H = H_m$:

$$\mu_{\text{нач}} = \lim_{H \rightarrow 0} (B/\mu_0 H) = \text{tg} \alpha_n ; \quad (2.25)$$

$$\mu_{\text{max}} = \left. \frac{B}{\mu_0 H} \right|_{H=H_m} = \text{tg} \alpha_m . \quad (2.26)$$

Можна виділити чотири області в поведінці магнітної проникності в залежності від напруженості магнітного поля: початкова, наростання, спад, насичення.

Більш доцільним є використання диференційної магнітної проникності $\mu_{\text{диф}}$, яка визначається з виразу:

$$\mu_{\text{диф}} = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \frac{\Delta B}{\mu_0 \Delta H} = \frac{dB}{\mu_0 dH} \quad (2.27)$$

Співвідношення між статичною та диференційною магнітною проникністю можна отримати, знаючи, що $B = \mu_r \mu_0 H$, тоді:

$$\mu_{\text{диф}} = d(\mu_0 \mu_r H)/d(H \mu_0) = d(\mu_r H)/dH = \mu_r + H(d\mu_r/dH). \quad (2.28)$$

Диференційна магнітна проникність більш точно описує властивості кривої намагнічування, оскільки вона являє собою тангенс нахилу дотичних, проведених в кожній точці кривої намагнічування.

Перечисленні види залежностей магнітної проникності від напруженості магнітного поля зображені на рис. 2.9.

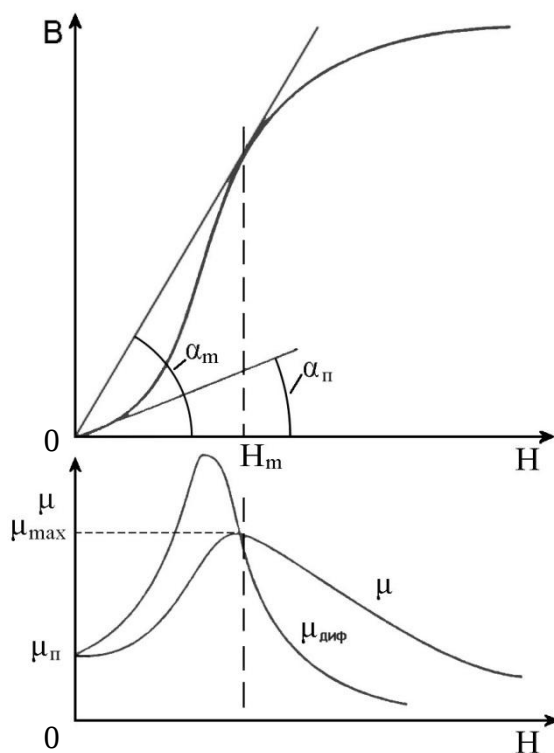


Рисунок 2.9 – Функціональні залежності μ_n , μ_{max} і $\mu_{\text{диф}}$ від H

Чим вище намагніченість матеріалу при заданому значенні напруженості зовнішнього поля, тим вище його відносна магнітна проникність і індукція всередині матеріалу. Проникність $\mu_{\text{поч}}$ характеризує властивості матеріалу

в слабких магнітних полях. В полях, близьких за значенням до коерцитивної сили, проникність досягає максимального значення $\mu_{\max}$.

Другою важливою характеристикою намагнічування феромагнітного матеріалу є петля гістерезису, що наведена на рис. 2.10.

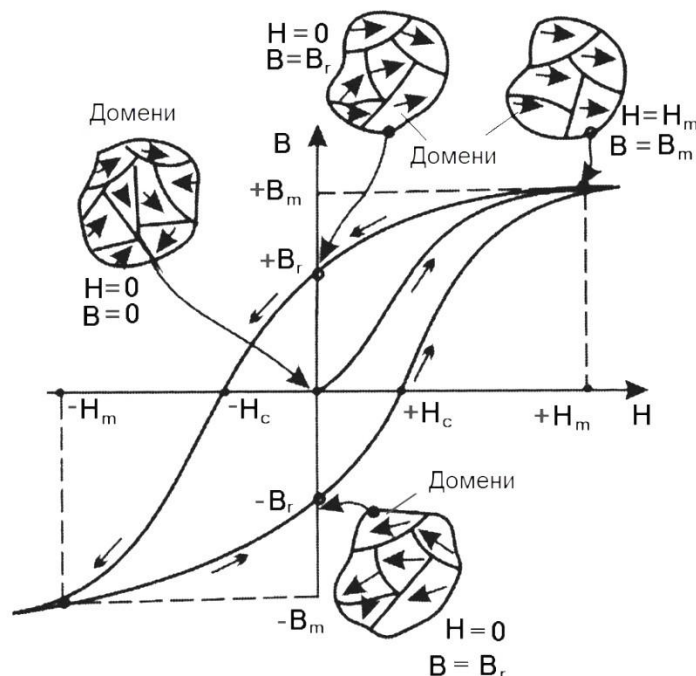


Рисунок 2.10 – Початкова крива намагнічування і петля гістерезису

В початковий момент, напруженість зовнішнього поля $H = 0$, домени зорієнтовані хаотично. При подальшому збільшенні напруженості H границі між доменами переміщуються таким чином, що об'єм доменів з орієнтацією магнітних моментів за намагнічуючим полем H зростає за рахунок доменів з іншим напрямком. Магнітна індукція B у матеріалі формується як сума намагніченості J , тобто індукції, створюваної доменами, і напруженістю зовнішнього магнітного поля H .

Якщо після досягнення H_m почати зменшувати напруженість H , то індукція B в феромагнетику також буде зменшуватися, але не вздовж тієї кривої, за якою вона зростала (см. рис. 2.10). Це явище називають магнітним гістерезисом (від грец. hysteresis – відставання, запізнення).

При $H = 0$ індукція B в феромагнетику не стає рівною нулю, а приймає позитивне значення B_r . Це значення індукції, яке залишається в матеріалі. Залишковою індукцією B_r (див. рис. 2.10) називають індукцію, яка залишається в попередньо намагніченому до насичення феромагнетику після зняття намагнічуючого поля.

Якщо величина B_r значна, то матеріал може бути гарним постійним магнітом. Щоб розмагнітити зразок, тобто зменшити B_r до нуля, необхідно змінити знак і збільшити зовнішнє поле H в зворотному напрямку до значення коерцитивної сили.

Коерцитивною силою H_c називають величину магнітного поля, яке потрібно прикласти, щоб встановити значення індукції в феромагнетик рівним нулю, тобто розмагнітити зразок.

Точки перетину граничної петлі гістерезису з осями координат $J_r(B_r)$ і $H_c(BH_c)$ є важливими характеристиками феромагнітних матеріалів. На рис. 2.11 показано два способи графічного визначення коерцитивної сили.

Магнітний стан матеріалу, відповідає полю, що дорівнює коерцитивній силі, яка визначається точці на петлі гістерезису і задовольняє рівнянню магнітного стану феромагнетика:

$$B/\mu_a = H + J. \quad (2.29)$$

Якщо маємо криву $B(H)$ (рис. 2.11, *a*), то коерцитивна сила H_c знаходиться як абсциса точки перетину цієї кривої і прямої $B = \mu_a H$, отриманої з виразу (2.26) при умові $J = 0$.

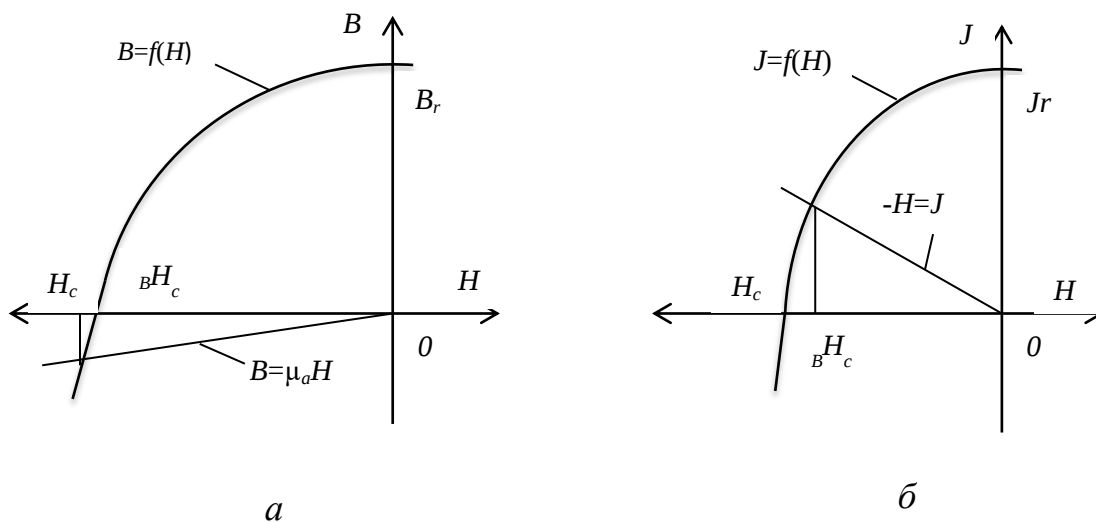


Рисунок 2.11 – Графічний спосіб визначення коерцитивної сили за намагніченістю (*a*) і за індукцією (*б*)

Якщо маємо криву $J(H)$ (рис. 2.11, б), то коерцитивна сила $B H_c$ знаходиться як абсциса точки перетину цієї кривої і прямої $-H = J$, отриманої з виразу (2.26) при умові $B = 0$.

Коли діюче магнітне поле здійснить повний цикл зміни (від $+H_m$ до 0 і знову до $-H_m$, а потім в зворотному напрямку до 0 і потім до $+H_m$), то магнітна індукція B зміниться за симетричною замкненою кривою, яка називається петлею гістерезису. При здійсненні декількох таких циклів (10–12 разів) перемагнічування петля приймає незмінну форму і називається граничною.

Феромагнітні матеріали часто працюють на так званих несиметричних петлях гістерезису.

При несиметричній, відносно нуля, зміні значення напруженості поля, як правило, в невеликих діапазонах, але з збереженням знаку, формуються несиметричні часткові петлі (рис. 2.12, а).

Часткові петлі формуються також коли граничні значення напруженості магнітного поля мають різні знаки і за абсолютною величиною не дорівнюють одна одній (див. рис. 2.12, б).

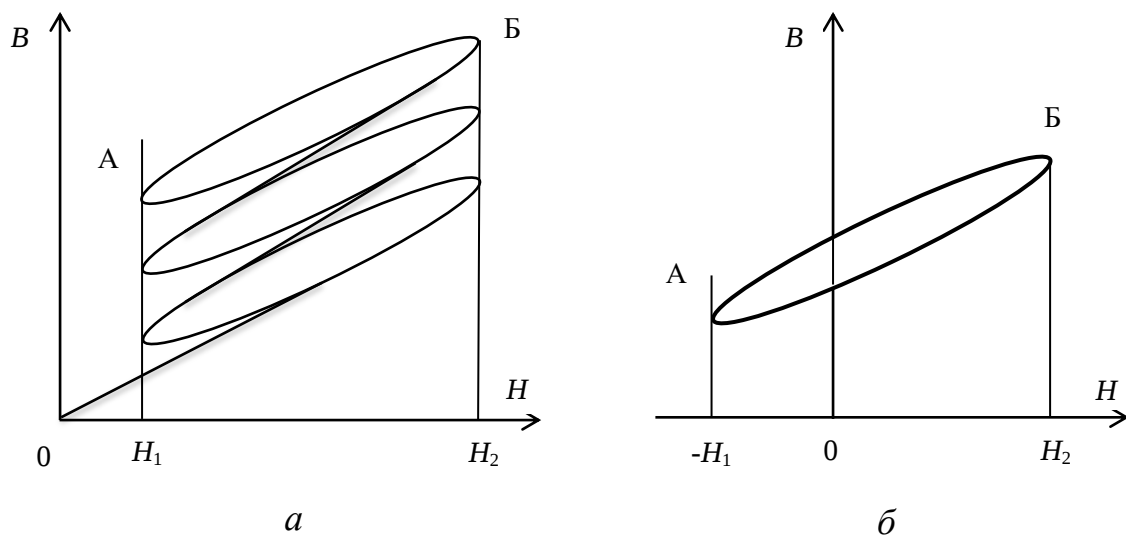


Рисунок 2.12 – Часткові цикли гістерезису

В деяких випадках феромагнітний матеріал працює в частковому несиметричному циклі гістерезису. В цьому випадку його властивості характеризуються середньою проникністю на частковому циклі (рис. 2.13) μ_{cp} :

$$\mu_{cp} = (B_2 - B_1) / \mu_0 (H_2 - H_1). \quad (2.30)$$

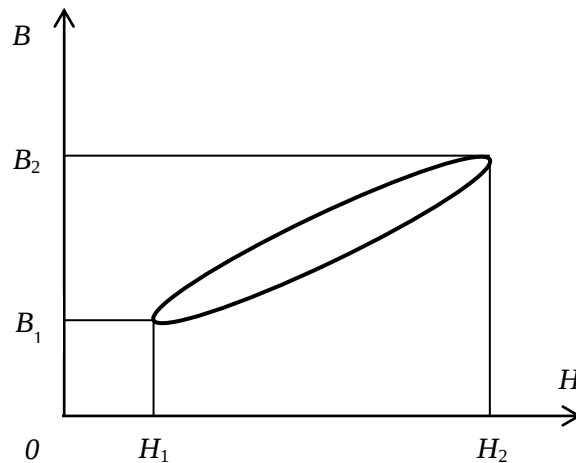


Рисунок 2.13 – Визначення середньої проникності на частковому циклі

Площа петлі гістерезису пропорційна питомій енергії втрат на гістерезис. Втрати на гістерезис визначають, як інтеграл за контуром граничної петлі гістерезису:

$$S = \oint B \, dH \quad (2.31)$$

За розмірністю $[B \, H] = [(B \, \text{с/м}^2) \, \text{А/м}] = [\text{ВАс/м}^3] = [\text{Дж/м}^3]$ виходить, що площа, яка обмежена кривою $B(H)$, відповідає втратам енергії на перемагнічування одиниці об'єму феромагнетика.

Фізична сутність цих втрат на постійному струмі полягає в тому, що домен, як макро частина, розвертається в зовнішньому магнітному полі.

Енергія, яка витрачається на перемагнічування, або як її називають, втрати на гістерезис, є важливою характеристикою феромагнітного матеріалу. Якість магнітного матеріалу тим вище, чим менші втрати на гістерезис при циклічному перемагнічуванні.

Втрати на гістерезис часто вимірюють в Вт/кг (питомі втрати), відносячи їх до певної частоти перемагнічування та максимальної індукції:

$$P_r = S f / \gamma, \quad (2.32)$$

де f – частота перемагнічування, Гц;

γ – щільність матеріалу.

Розрізняють статичну (отриману на постійному струмі) і динамічну (отриману на змінному струмі) петлі гістерезису.

Статичну петлю отримують при дуже повільній зміні H , в разі чого нехтують дією вихрових струмів на результат.

Всі характеристики, які розглядалися вище стосуються феромагнітного матеріалу, тобто на феромагнітний зразок діє тільки зовнішнє магнітне поле. З великим ступенем наближення можна рахувати, що ці умови виконуються для однорідного магнітного кола замкненої форми (тобто без повітряного зазору).

Якщо в магнітному полі знаходиться зразок розімкненої форми, наприклад циліндр (рис. 2.14), то на його кінцях утворюються полюси, які створюють всередині зразка магнітне поле зворотного напрямку по відношенню до зовнішнього поля.

Поле розмагнічування H_0 , направлено назустріч зовнішньому полю $H_{\text{зов}}$ і пропорційно намагніченості зразка:

$$H_0 = N J, \quad (2.33)$$

де N коефіцієнт пропорційності (фактор розмагнічування).

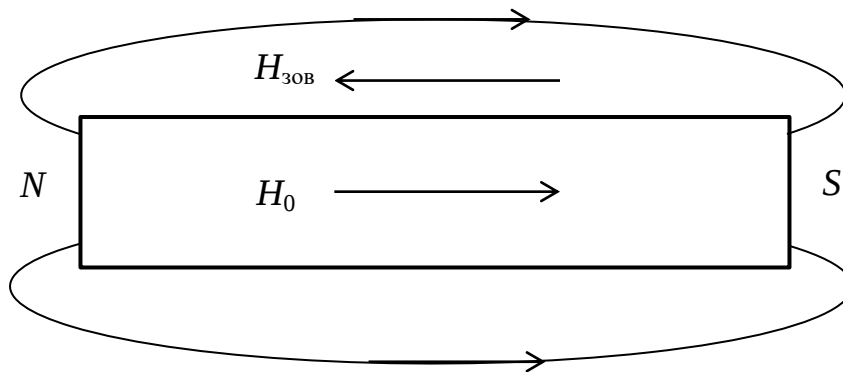


Рисунок 2.14 – Поява полюсів на кінцях феромагнітного циліндра в магнітному полі

Дійсна напруженість магнітного поля $H_{\text{д}}$, що діє в матеріалі зразка, менше напруженості зовнішнього поля:

$$H_{\text{д}} = H_{\text{зов}} - N J. \quad (2.34)$$

Криву намагнічування в розімкненому магнітному колі, як правило, знаходять експериментальним шляхом. Якщо відомий коефіцієнт розмагнічування N , то досить легко графічним шляхом із кривої намагнічування тіла (зразка) побудувати криву намагнічування матеріалу, з якого виготовлений зразок. Для цього, як показано на рис. 2.15, треба побудувати експеримента-

льну криву намагнічування тіла (крива OA) і криву залежності намагніченості J від поля розмагнічування H_0 (крива ON).

Оскільки коефіцієнт розмагнічування N , як правило, не залежить від намагніченості, то залежність $J(H_0)$ є пряма лінія ON з кутом нахилу α до осі ординат, який знаходимо зі співвідношення:

$$\operatorname{tg} \alpha = k N, \quad (2.35)$$

де k – масштабний коефіцієнт.

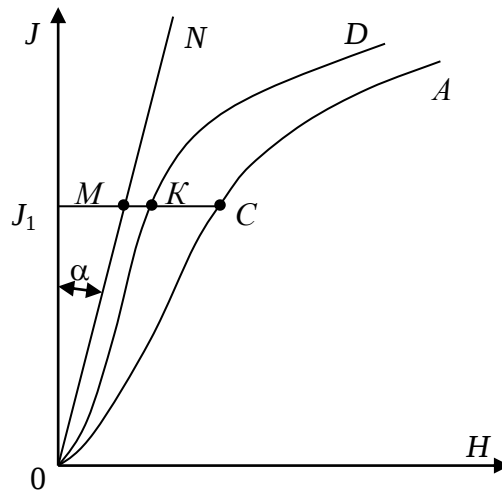


Рисунок 2.15 – Графічна побудова кривої намагнічування матеріалу на основі кривої намагнічування тіла

Проведемо пряму, паралельну осі абсцис, що проходить через точку $J = J_1$. Відрізок прямої J_1C пропорційний зовнішньому полю H_z , відрізок J_1M пропорційний полю розмагнічування H_0 . Тому, якщо ми перенесемо точку C на прямій J_1C вліво на величину відрізка J_1M , то отримаємо точку K нової кривої, для якої значення напруженості поля дорівнює дійсному значенню напруженості поля, що відповідає даному значенню намагніченості J_1 .

Такий же принцип побудови можна застосувати і для визначення дійсного значення кривої індукції. Основна складність такого процесу полягає в необхідності знання коефіцієнта N .

Коефіцієнт розмагнічування головним чином залежить від геометричної форми та розмірів тіла (зразка) і в меншій мірі від матеріалу феромагнітного зразка.

Так для деяких форм зразка коефіцієнт розмагнічування можна знайти за виразами: для кулі – $N = 4\pi/3$; для тонкої пластини – $N = 4\pi$; для нескінченно довгого циліндра $N = 2\pi$.

При розрахунках і вимірюваннях розрізняють два види коефіцієнтів розмагнічування: балістичний і магнітометричний (або дросельний).

Балістичний коефіцієнт розмагнічування N_B використовують в тих випадках, коли визначається залежність кривої індукції в центральній частині зразка від напруженості поля.

Магнітометричний коефіцієнт розмагнічування N_M використовують в тих випадках, коли визначається середня за довжиною зразка індукція або намагніченість від напруженості поля (вимірювальна обмотка рівномірно розподілена вздовж довжини зразка).

В деяких практичних випадках зручно використовувати залежність магнітної проникності (або сприйнятливості) тіла від магнітної проникності (або сприйнятливості) матеріалу, які пов'язані виразами:

$$\mu_r = \mu / [1 + N(\mu - 1)]; \quad (2.36)$$

$$\chi_r = \chi / (1 + N \chi). \quad (2.37)$$

При значних величинах магнітної проникності матеріалів магнітна проникність і сприйнятливості зразків розімкненої форми практично залежить тільки від коефіцієнта розмагнічування.

Необхідно підкреслити, що розглянуті параметри – залишкова індукція B_r , коерцитивна сила H_c , максимальна напруженість H_m , максимальна індукція B_m , відносна початкова $\mu_{\text{поч}}$ і максимальна $\mu_{\text{мах}}$ магнітні проникності є основними характеристиками феромагнітних матеріалів. За цими параметрами проводять аналіз і вибір магнітних матеріалів для вирішення різних технічних завдань. Їх значення наведено в довідниках для магнітних матеріалів.

2.4. Характеристики магнітних матеріалів в полях змінного струму

На відміну від магнітних характеристик в полях постійного струму, що визначаються в основному властивостями матеріалу, розмірами та формою зразка (в границях похибок вимірювання), магнітні характеристики в полях змінного струму залежать від багатьох інших факторів і лише умовно можуть бути названими характеристиками матеріалу. Якщо час встановлення напруженості поля сумірний з часом перемагнічування матеріалу, то характеристики, що визначаються в цьому режимі, називаються *динамічними*. Основним фактором при цьому є вихрові струми, які виникають всередині феромагнітного матеріалу.

При розміщенні зразка в змінне магнітне поле в ньому виникають макроскопічні та мікроскопічні вихрові струми, які створюють свій магнітний потік, направлений в кожний момент часу назустріч магнітному потоку створеного зовнішнім магнітним полем. Це призводить до нерівномірного розподілу індукції та напруженості поля в перетині зразка. Причому, індукція та напруженість поля всередині зразка зменшується з віддаленням від поверхні.

При визначенні магнітних характеристик в змінних магнітних полях напруженість поля може бути визначена тільки на поверхні зразка, а індукція тільки, як середня за його перетином, незалежно від методу випробування.

Розподіл B і H в середині зразка залежить від статичних магнітних властивостей досліджуваного матеріалу. Чим більша його магнітна проникність, тим сильніше зменшуються напруженість поля та індукція в глибину зразка. Як правило, при роботі в змінних магнітних полях, використовують тонкі пластини, причому чим тонші пластини, з яких виготовляють зразки, тим ближче отримаємо характеристику матеріалу до аналогічної з характеристикою, отриманої в полях постійного струму. Крім цього, магнітні характеристики в змінних магнітних полях визначаються також і формою кривої індукції та напруженості поля, тобто залежать від присутності та величини вищих гармонік у кривих індукції та напруженості поля [11,13].

Все перелічене підтверджує умовність магнітних характеристик феромагнітних матеріалів, що визначаються в змінних магнітних полях. Для того, щоб використовувати магнітні характеристики в змінних магнітних полях, необхідно знати умови, при яких вони визначалися, а саме: матеріал зразка; товщину (форму) зразка; частоту зміни магнітного поля; форму кривої індукції, або напруженості поля (коефіцієнт форми); метод визначення магнітних характеристик.

Для розуміння того, що відбувається в феромагнітному матеріалі, розташованому в змінному магнітному полі, розглянемо вплив поверхневого ефекту на процеси перемагнічування. Розглянемо одномірну задачу розповсюдження магнітного поля для двох нескінченних середовищ. Якщо на поверхню феромагнітного зразка з магнітною проникністю $\mu = \text{const}$ діє періодичне магнітне поле $H = H_m \sin \omega t$, то на глибині z амплітуда напруженості поля H_i знаходиться з виразу:

$$H_i = H_0 e^{\frac{-z}{\delta}} \sin(\omega t - \frac{z}{\delta}), \quad (2.38)$$

де H_i – напруженість магнітного поля в будь-якій точці феромагнітного середовища, віддаленої від поверхні на відстані z ;

ω – циклічна частота зміни напруженості магнітного поля;

δ – глибина проникнення магнітного поля в зразок.

Із виразу (2.36) випливає, що магнітне поле згасає на відстані z від поверхні за експоненціальним законом і на кожній відстані z , воно змінюється за фазою $\varphi = z / \delta$.

Картина проникнення змінного магнітного поля в феромагнітне середовище наведена на рис. 2.16.

Причому глибина проникнення змінного поля δ залежить від електромагнітних характеристик магнітного матеріалу та частоти змінного магнітного поля і визначається за формулою:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \mu_r \omega}}, \quad (2.39)$$

де σ – питома електропровідність феромагнетику.

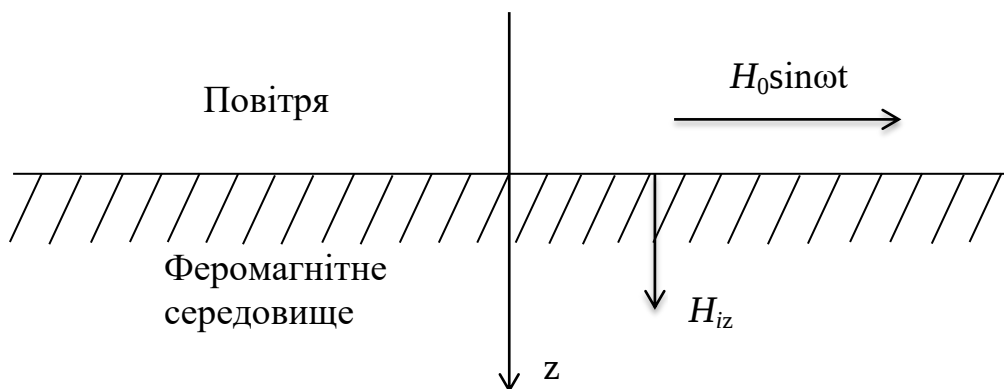


Рисунок 2.16 – Проникнення змінного магнітного поля в феромагнітне середовище

Проникаючи в феромагнітне середовище, напруженість магнітного поля та магнітний потік наводять в зразку вихрові струми, які створюють свою напруженість направлену протилежно до зовнішнього магнітного поля H_0 . Таким чином виникає згасання магнітного поля всередині феромагнітного зразка.

На рис. 2.17 наведено годограф згасання вектора магнітного поля H_i , що проникає в феромагнітне середовище, який являє собою геометричне місце точок вершин цього вектора на фазовій площині.

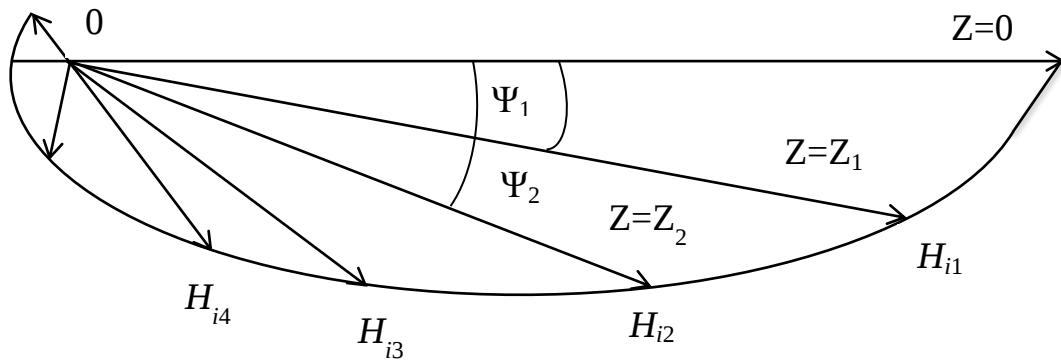


Рисунок 2.17 – Годограф вектора напруженості магнітного поля H_i , що пронизує феромагнітне середовище

Фізичний зміст глибини проникнення поля в феромагнітний зразок полягає в тому, що якщо відносне згасання магнітного поля $H_i / H_0 = e^{-z/\delta}$, то при $z = \delta$, отримаємо $H_i / H_0 = e^{-1} = 1/e$. Тобто, глибина проникнення δ , це така відстань від поверхні феромагнітного зразка, на якій напруженість магнітного поля згасає в e ($\approx 2,7$) раз порівняно з амплітудою поля на його поверхні.

При використанні феромагнітних матеріалів в змінних магнітних полях необхідно оцінювати, наскільки ефективно використовується перетин пластини (зразка) для проведення змінного магнітного потоку. Тобто, немає сенсу використовувати суцільні зразки значного перетину, якщо вони практично не проводять магнітний потік. Порівняння результатів вимірювань в змінних магнітних полях з результатами вимірювань в постійних магнітних полях буде справедливим, коли подвійна глибина проникнення змінного магнітного поля буде більшою ніж товщина зразка, тобто $2\delta > a$.

Так, наприклад, якщо вибрати феромагнітний зразок з електротехнічної сталі з параметрами $\mu_r = 25000$ (в області максимальної проникності) і $\sigma = 0,5 \cdot 10^7$ См/м, який працює на частоті зміни магнітного поля $f = 50$ Гц, то використовуючи вираз (2.37), отримаємо, що товщина пластини має бути не більше ніж:

$$\alpha=2\delta=2\sqrt{\frac{2}{4\pi\cdot10^7\cdot500\cdot0,5\cdot10^7\cdot2\pi\ 25000}}\approx3,3\cdot10^{-3}\text{ м}\approx0,3\text{ мм.}$$

Цей розрахунок показує, що при збільшенні частоти перемагнічування до значення f глибина проникнення магнітного поля в феромагнітний зразок зменшується в $\sqrt{f}/50$ разів.

Такі незначні розміри призводять до зменшення чутливості при вимірюванні, тобто накладаються більш високі вимоги до вимірювальних приладів, які використовують, оскільки магнітний потік в таких перетинах зразка дуже малий. Для того, щоб послабити вимоги до вимірювальних приладів, необхідно збільшити магнітний потік в зразку та зменшити втрати на вихрові струми. Для цього доцільно використовувати в змінних магнітних полях шихтовані зразки, або зразки у вигляді навитої стрічки.

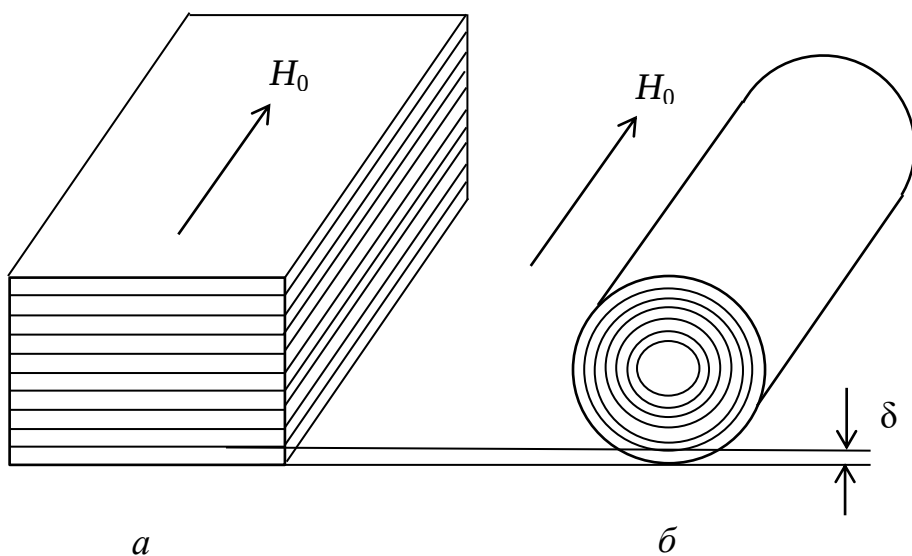


Рисунок 2.18 – Шихтовані зразки (а), зразки у вигляді навитої стрічки (б)

Шихтований зразок набрано у вигляді окремих феромагнітних тонких пластин, між поверхнями яких знаходиться тонкий шар клею, лаку, або іншого шару, який не проводить струм. Такий зразок можна набрати таким чином, щоб він мав значний розмір поперечного перетину, що призведе до збільшення магнітного потоку через зразок. Стандартні пластини, з яких можна виготовити шихтований зразок і які випускаються промисловістю, мають товщину: 0,08; 0,15; 0,35; 0,5; 1 і 2мм.

Оскільки магнітне поле проникає в зразок з усіх напрямків, то можна ввести поняття *повного промагнічення зразка*, або умови практичної однорідності магнітного поля в зразку.

З іншого боку, вихровий струм не протікає через всю товщину шихтованого зразка, а локалізований тільки в самій тонкій пластині, отже, втрати потужності $P_{\text{вс}} = i_{\text{вс}}^2 R_{\text{вс}}$ будуть значно менші ніж у суцільному зразку.

Якщо частота зміни магнітного поля збільшується, то вихрові струми зростають і крива намагнічування знижується. Вихрові струми викликають теплові втрати в матеріалі, що призводить до розширення петлі гістерезису. Порівняння статичної та динамічної петель гістерезису наведено на рис. 2.19.

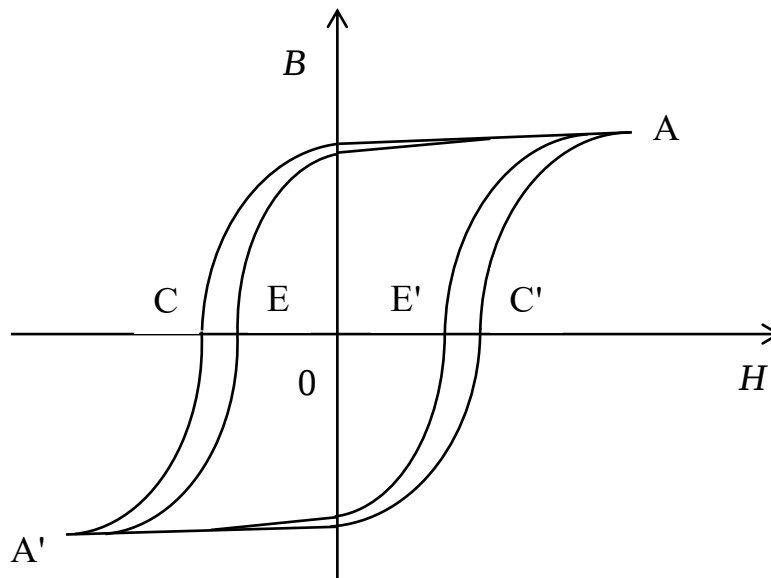


Рисунок 2.19 – Порівняння статичної (AEA'E') і динамічної (ACA'C') петель гістерезису

На відміну від статичної або квазістатичної (при повільній зміні напруженості поля) петлі гістерезису площа петлі динамічного перемагнічування, для одного й того ж матеріалу, пропорційна не тільки втратам на гістерезис, а і втратам на вихрові струми, а в деяких випадках і втратам енергії в наслідок присутності магнітної в'язкості матеріалу (втрати на післядію). При перемагнічуванні феромагнетиків змінним магнітним полем, коли вихрові струми стають значними, отримують динамічну петлю гістерезису. Динамічна петля гістерезису має відношення до амплітудних значень B_a і H_a , а їх відношення називають динамічною магнітною проникністю $\mu_{\text{дин}}$.

Існує два режиму отримання динамічної петлі гістерезису. В змінних магнітних полях індукція і напруженість поля виражають собою різні функції часу. Якщо індукція є синусоїдальною функцією часу: $B = B_m \sin \omega t$, то крива напруженості поля (рис. 2.20) містить вищі гармоніки і залежність напруженості поля від часу має вигляд:

$$H = H_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) + H_{3m} \sin(3\omega t + \varphi_3) + H_{5m} \sin(5\omega t + \varphi_5) + \dots, \quad (2.40)$$

де H_{1m} H_{3m} H_{5m} – відповідно амплітудні значення першої, третьої та п'ятої гармонік напруженості поля.

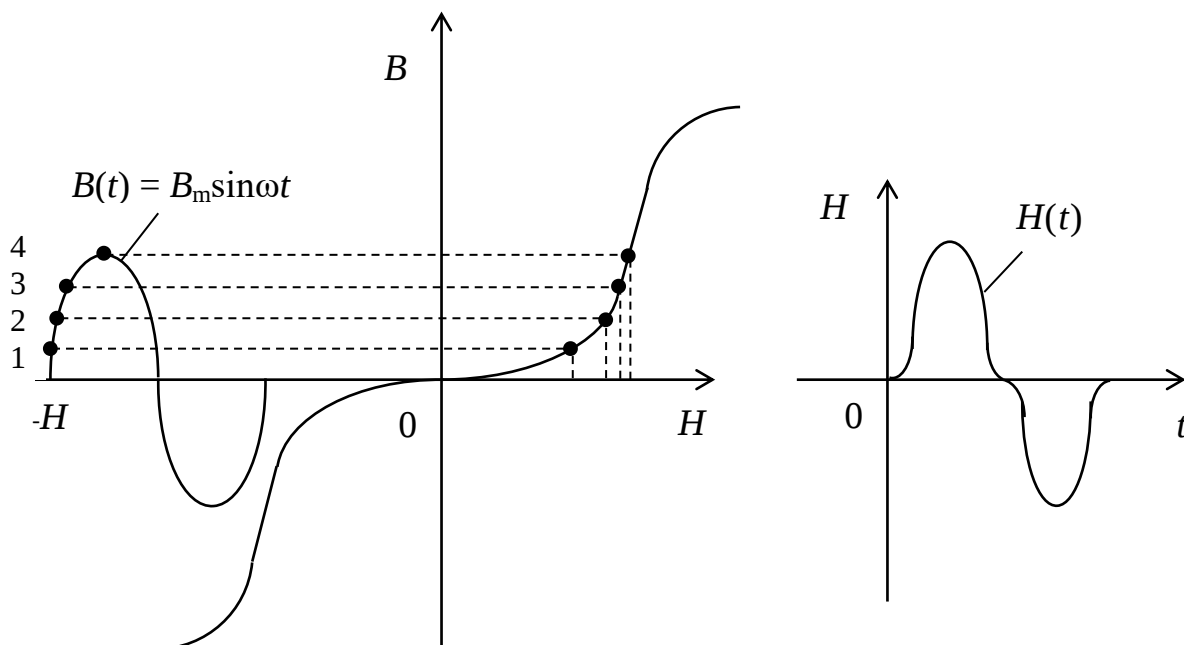


Рисунок 2.20 – Режим синусоїдальної індукції магнітного поля

Із рисунка видно, що якщо використовувати режим синусоїдальної індукції, то напруженість поля матиме несинусоїдальний характер. Такий режим можливо реалізувати, якщо для живлення намагнічуючої обмотки використовувати генератор стабільної синусоїдальної напруги.

Магнітне поле, проникаючи у феромагнетик, є джерелом виникнення вихрових струмів під дією вихрової ЕРС. Якщо записати закон електромагнітної індукції для виникнення вихрового струму в зразку для цього випадку, то отримаємо:

$$E_{\text{вс}} = - d\Phi / dt = - S_{\text{еф}} dB / dt, \quad (2.41)$$

де $E_{\text{вс}}$ – е.р.с., що створює вихрові струми;

Φ – магнітний потік, який пронизує зразок, $\Phi = \mu_0 \mu_r H S_{\text{еф}} = S_{\text{еф}} B$;

$S_{\text{еф}}$ – ефективна площа перетину протікання вихрових струмів.

При цьому втрати на вихрові струми можна визначити за формулою:

$$P_{\text{вс}} = (S_{\text{еф}}^2 / R_{\text{вс}}) B_m^2 \omega^2 \cos^2 \omega t = (\omega^2 B_m^2 S_{\text{еф}}^2 / 2R_{\text{вс}}) (1 + \cos 2\omega t), \quad (2.42)$$

Таким чином, в режимі синусоїдальної індукції результуючі втрати на вихрові струми вносять лише постійна складова та друга гармоніка цих втрат. В цьому режимі втрати будуть значно меншими, тому в силових агрегатах і вимірювальній апаратурі, де використовують магнітопроводи, завжди бажано використовувати режим синусоїдальної індукції, що дозволяє отримати максимальний ККД.

Для режиму використання синусоїдальної напруженості магнітного поля $H = H_m \sin \omega t$ при побудові динамічної петлі гістерезису функціональна залежність магнітної індукції буде несинусоїдальна (рис. 2.21). Якщо напруженість є синусоїдальною функцією часу, то крива індукції поля містить вищі гармоніки і залежність напруженості поля від часу має вигляд:

$$B = B_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) + B_{3m} \sin(3\omega t + \varphi_3) + B_{5m} \sin(5\omega t + \varphi_5) + \dots \quad (2.43)$$

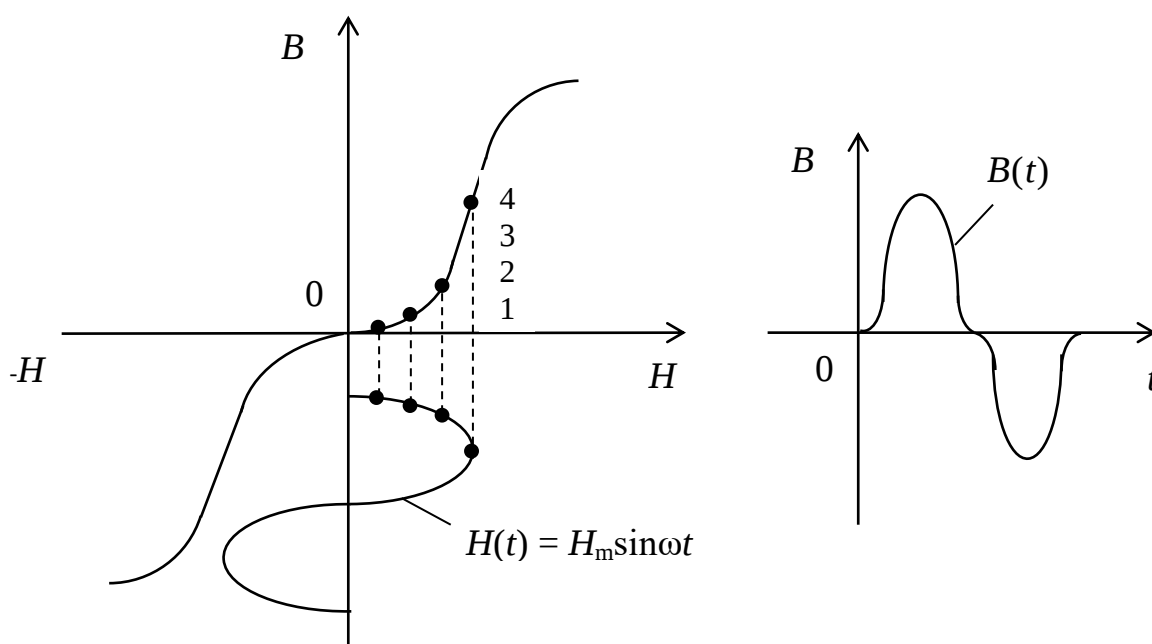


Рисунок 2.21 – Режим синусоїдальної напруженості поля

Нехтуємо 5-ою гармонікою, оскільки ряд Фур'є суттєво згасає. При цьому:

$$E_{\text{вс}} = -S_{\text{эф}} \frac{dB}{dt} = -S_{\text{эф}} \omega (B_{1m} \cos \omega t + 3B_{3m} \cos 3\omega t). \quad (2.44)$$

При цьому втрати на вихрові струми можна визначити за формулою:

$$P_{\text{вс}} = (\omega^2 S_{\text{сф}}^2 / 2R_{\text{вс}}) (B_{1\text{м}}^2 + 9B_{3\text{м}}^2 + (B_{1\text{м}}^2 + 6B_{1\text{м}} B_{3\text{м}}) \cos 2\omega t + 6B_{1\text{м}} B_{3\text{м}} \cos 4\omega t + 9B_{3\text{м}}^2 \cos 6\omega t + \dots). \quad (2.45)$$

Втрати на вихрові струми при цьому включають постійну складову, а також парні гармоніки, причому вклад в загальні втрати на вихрові струми від 2-ї, 4-ї та інших парних гармонік можуть бути між собою співрозмірні, оскільки зростають коефіцієнти при них, які пов'язані з номерами гармонік.

Цей режим є менш вигідним при побудові петлі гістерезису з енергетичної точки зору. Режим синусоїдальної напруженості здійснюється з використанням генератора стабільного синусоїдального струму, який використовує глибокий негативний зворотній зв'язок за струмом.

Динамічна крива індукції для змінного магнітного поля будується в координатах $B_a = f(H_a)$.

Диференційна магнітна проникність справедлива як для статичної кривої намагнічування, так і для динамічної. Причому, значення $\mu_{\text{диф}}$, які отримують як для висхідної так і для низхідної частин петлі гістерезису, відрізняються одне від одного.

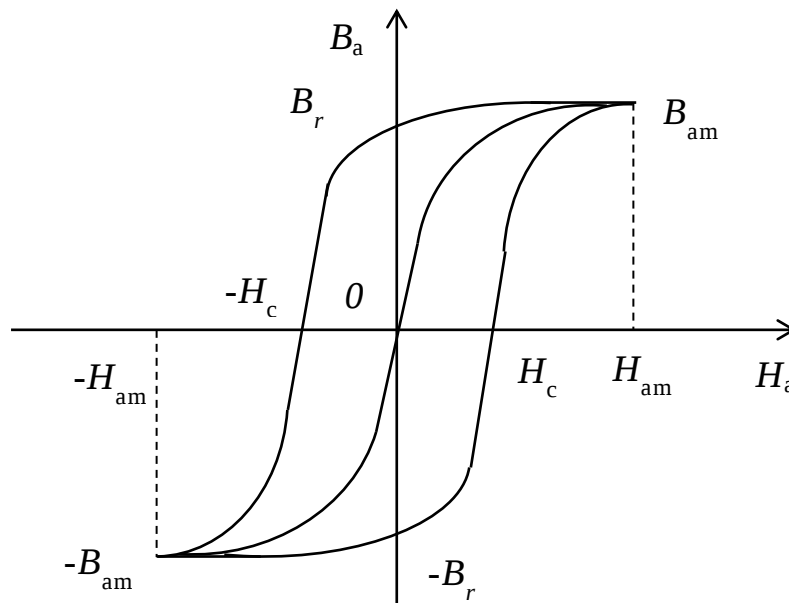


Рисунок 2.22 – Динамічна крива намагнічування

Графік залежності динамічної амплітудної магнітної проникності від напруженості магнітного поля $\mu_{\text{рда}} = f(H_a)$ має такий же вигляд, як і для статичної магнітної проникності, та в кінцевому рахунку співпадає, коли глибина проникнення зовнішнього магнітного поля в зразок значно більше харак-

терних поперечних розмірів зразка. Амплітудна магнітна проникність розраховується за динамічною кривою індукції за формулою:

$$\mu_{rда} = \mu_{ra} + H_a(d\mu_{ra} / dH_a). \quad (2.46)$$

Амплітудна магнітна проникність розповсюджується і на несинусоїдальну функцію намагніченості або індукції, але симетричну відносно осі t .

Основною характеристикою матеріалу, що працює при одночасній дії постійного та змінного магнітних полів, є крива залежності максимального значення змінної складової індукції на частковому циклі від максимального значення напруженості змінного магнітного поля.

На рис. 2.23 показано, що якщо на зразок одночасно діє постійне магнітне поле H_0 , яке зміщує робочу точку на кривій індукції, та змінне магнітне поле з амплітудою H_3 ($H_0 > H_3$), то це призводить до появи несиметричної петлі гістерезису.

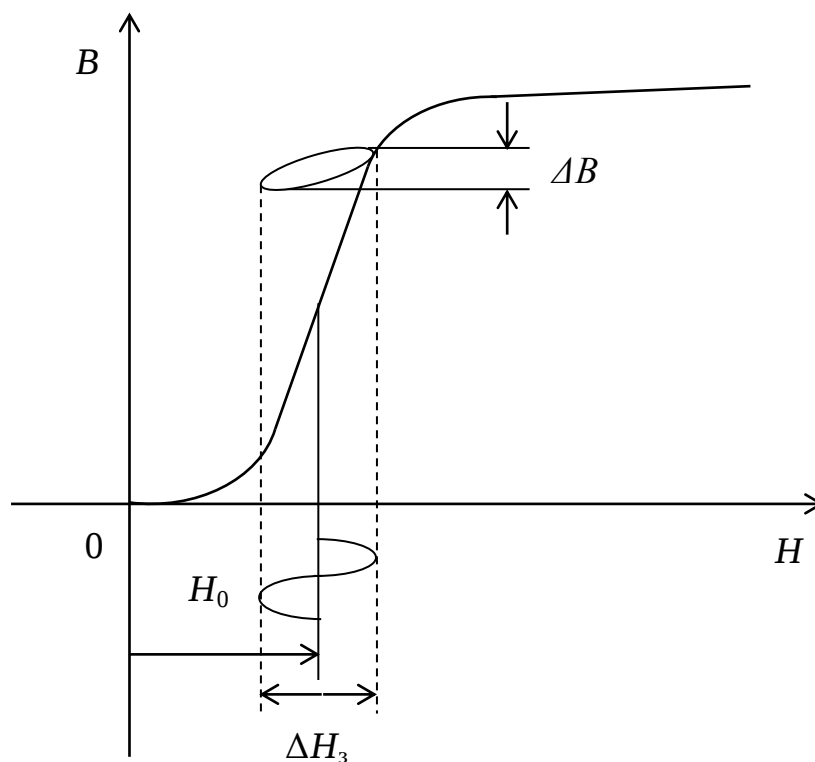


Рисунок 2.23 – Несиметричний цикл петлі гістерезису

Причому магнітна проникність для несиметричної петлі визначається за формулою:

$$\mu_{rнц} = \Delta B / (2 \mu_0 H_3). \quad (2.47)$$

Оборотна магнітна проникність це окремий випадок магнітної проникності на несиметричному частковому циклі і визначається з формули (2.30).

При визначенні магнітних характеристик феромагнітних матеріалів на високих частотах їх визначають за величиною постійної розповсюдження електромагнітних хвиль в середовищі. Постійна розповсюдження електромагнітних хвиль γ в металевому середовищі визначається за формулою:

$$\gamma = \sqrt{j\omega\sigma\mu_0\mu_r}, \quad (2.48)$$

де σ – комплексна електропровідність;
 μ_r – комплексна відносна магнітна проникність.

Причому γ залежить від величини згасання (β – постійна згасання) та від фазової швидкості (α – фазова константа) розповсюдження хвилі, тобто: $\gamma = \beta + j\alpha$.

Комплексна магнітна проникність в загальному випадку має вигляд:

$$\mu_r = \mu_{1r} - j\mu_{2r}, \quad (2.49)$$

де $\mu_{1r} = 2\alpha\beta/(\omega\sigma\mu_0)$ – пружна магнітна проникність;
 $\mu_{2r} = (\beta^2 - \alpha^2)/(\omega\sigma\mu_0)$ – в'язка магнітна проникність.

Дуже часто на високих частотах використовують магнітну проникність, що визначають за опором μ_R , та проникність, що визначають за індуктивністю. Ці види магнітної проникності мають сенс тільки на високій частоті при сильно вираженому поверхневому ефекту.

Якщо комплексний магнітний опір феромагнітного осердя виразити як: $Z_M = R_M - j\omega L_M$, то μ_R і μ_L визначають за формулами:

$$\mu_R = R_M l / (\omega\mu_0 w^2 S); \quad (2.50)$$

$$\mu_L = L_M l / (\mu_0 w^2 S), \quad (2.51)$$

де w – кількість витків обмотки;
 l – довжина магнітної лінії.

Якщо відомі μ_R і μ_L , то можна легко розрахувати складові комплексної магнітної проникності:

$$\mu_{1r} = \sqrt{\mu_R \mu_L} ; \quad (2.52)$$

$$\mu_{2r} = (\mu_R - \mu_L)/2; \quad (2.53)$$

$$|\mu|_r = \sqrt{\mu_{1r}^2 + \mu_{2r}^2} = (\mu_R + \mu_L)/2. \quad (2.54)$$

При роботі в імпульсному режимі магнітний стан матеріалу змінюється по частковим динамічним циклам петлі гістерезису. За величину напруженості імпульсного магнітного поля приймають максимальну зміну (скачок) напруженості поля при імпульсному намагнічуванні, яке позначають $\Delta H_{\text{імп}}$ ($H_{\text{max}} = \Delta H_{\text{імп}}/2$).

Процес імпульсного намагнічування характеризують імпульсною магнітною проникністю $\mu_{\text{імп}}$, яка є по суті середньою проникністю на частковому циклі:

$$\mu_{\text{імп}} = \Delta B_{\text{імп}} / \Delta H_{\text{імп}} = B_{\text{max}} / H_{\text{max}}. \quad (2.55)$$

Важливою характеристикою є залежність часу перемагнічування τ від $H_{\text{імп}}$, але частіше використовують зворотну характеристику $1/\tau = f(H_{\text{імп}})$. Для розрахунку процесу перемагнічування осердь з прямокутною петлею гістерезису в динамічних умовах використовують залежність динамічної рівноваги:

$$dB/dt = r(B)(H - H_0), \quad (2.56)$$

де $r(B) = r_m(1 - B^2/B_{\text{max}}^2)$ – нормований опір;

r_m – максимальне значення відносного динамічного опору;

H_0 – початкова напруженість поля.

Час перемагнічування, як правило, визначають за величиною імпульсу перемагнічування $S_{\text{п}}$ (коефіцієнт перемикавання):

$$S_{\text{п}} = \int_0^{\tau} (H - H_0) dt. \quad (2.57)$$

Таким чином, основними характеристиками магнітних матеріалів з прямокутною петлею гістерезису в імпульсному режимі є залежність максимуму похідної індукції (dB/dt) та зворотної величини часу перемагнічування ($1/\tau$) від максимальної напруженості магнітного поля для часткового циклу перемагнічування.

2.5. Приклади практичного використання магнітних матеріалів

Розглянемо деякі питання практичного використання магнітних матеріалів, які все більше завойовують світовий ринок промислової продукції в електроенергетиці, машинобудуванні, приладобудуванні та інших галузях [14-16].

Важливе значення мають магнітом'які матеріали, які використовують при виготовленні трансформаторів, електродвигунів, електромагнітних реле та багато іншого електроенергетичного обладнання. Тому велике значення має завдання створення електротехнічних магнітом'яких матеріалів самого високого гатунку. Їх виробництво сягає мільйони тон на рік. Яскраво цю проблему можна прокоментувати, якщо розглянути постачання електроенергії від електростанції до споживача. Великі втрати енергії виникають в лініях електропостачання, а також багатокаскадному трансформуванні, при якому завжди є втрати на перемагнічування із-за магнітного гістерезису та струмів Фуко. Рис. 2.24 ілюструє основні втрати електроенергії при її постачанні від електростанції до користувача. Так, в залежності від навантаження, втрати в лініях електропостачання складають 3,5 – 4,0 %, а загальні втрати, з урахуванням втрат в обмотках і колах, складають 6 ÷ 7 %.

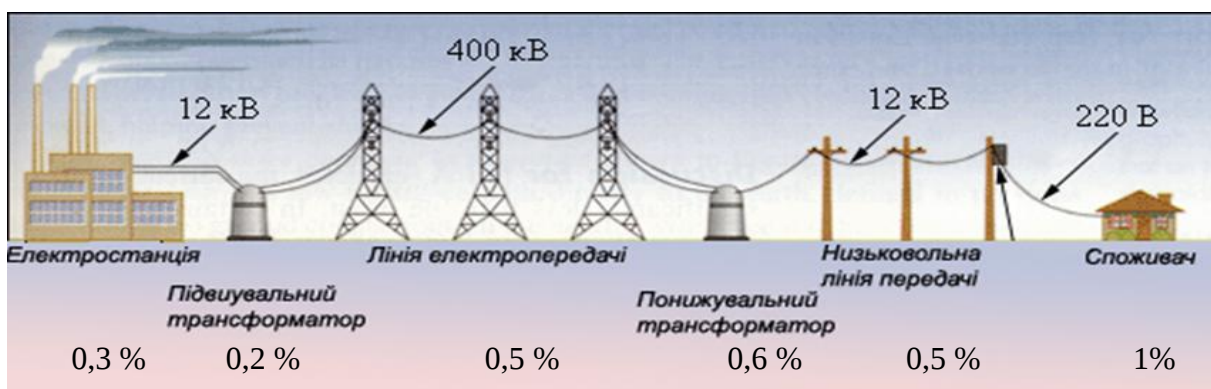


Рисунок 2.24 – Втрати електроенергії в магнітопроводах електричних машин, трансформаторах і в лініях електропостачання

Тому, підвищення якості електротехнічних матеріалів, дає економію не тільки за рахунок зменшення втрат енергії, а також дозволяє значно зменшити габарити машин і трансформаторів, що в свою чергу економить витрати кольорових металів і інших дефіцитних матеріалів. Не випадково, що над проблемою покращення магнітних і інших фізичних характеристик магнітом'яких електротехнічних матеріалів інтенсивно працюють в багатьох науково-дослідних лабораторіях світу.

Крім електротехнічної сталі промисловість використовує магнітом'які залізо-нікелеві сплави типу пермалой, а також напівпровідникового класу типу ферити. Завдяки своєму високому електричному опору вони є незамінними матеріалами для НВЧ техніки. Останнім часом, на практиці, багато використовують аморфні феромагнітні сполуки перехідних елементів з неметалами (наприклад залізо з галоїдами). Магнітні та інші фізичні властивості аморфних матеріалів мають свої особливості завдяки відсутності в них кристалічної решітки, а це призводить до того, що в них практично відсутня магнітна анізотропія.

Щорічно використовують мільйони тон електротехнічних магнітом'яких матеріалів. Зменшення втрат енергії в них всього на 1% дозволило б зекономити колосальну кількість електроенергії, яку можна порівняти з потужністю найбільших електростанцій світу. З іншого боку, використання перспективних магнітних матеріалів в сучасній радіотехніці, НВЧ техніці, оптоелектроніці, обчислювальній техніці дозволяє створювати нові сучасні пристрої, які більш компактні, надійні та економічні традиційних.

Розглянемо практичне використання магнітотвердих (магнітожорстких) матеріалів. Всім відома техніка запису звуку в магнітофонах та запис відео в відеоманітофонах, які використовуються в техніці та в побуті. В цих пристроях використовуються явище залишкової намагніченості в жорстких феромагнітних матеріалах з досить великим значенням коерцитивної сили. Запис, зчитування та стирання інформації здійснюється з допомогою магнітних голівок. На рис. 2.25 приведена функціональна схема магнітного запису та зчитування інформації на феромагнітну плівку.

Коли виконується запис інформації, то в обмотку 1 записуючої голівки ГЗ через підсилювач запису ПЗ надходить електричний сигнал звукової частоти від мікрофона М. Магнітне поле, що виникає в зазорі 2 голівки, замикається через магнітний порошок на плівці і порошок намагнічується до різного ступеня намагніченості. Таким чином, записаний сигнал зберігається у вигляді залишкової намагніченості магнітного носія на плівці. Для якісного запису інформації необхідно щоб час перемагнічування плівки був в декілька разів менше часу дії на неї магнітного поля, а залежність намагнічування від поля була лінійною.

При зчитуванні інформації магнітна плівка проходить мимо зазору голівки відтворення ГВ. Магнітне поле вузької ділянки плівки замикається через магнітопровід голівки З, збуджує в ньому магнітний потік, який повторює за формою раніше записаний сигнал. Індукована при цьому в обмотці голов-

ки 1 електрорушійна сила після підсилювача ПВ запускає в дію вихідний динамік Д, або інший вимірювальний пристрій.

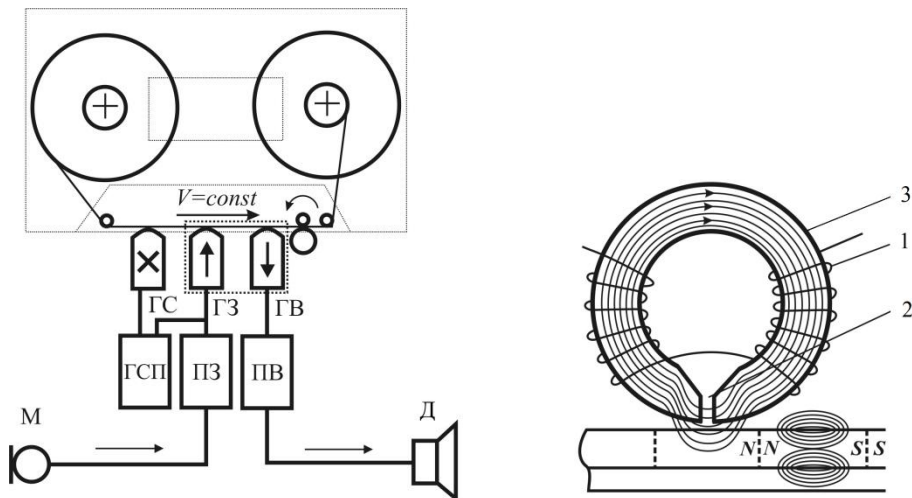


Рисунок 2.25 – Схема пристрою магнітного запису та зчитування інформації

Якість зчитування визначається якістю запису, чутливістю котушки індуктивності головки зчитування, а також величиною та стабільністю швидкості проходження плівки повз головку зчитування.

В якості матеріалу для магнітної стрічки використовують окисел заліза Fe_2O_3 або окисел хрому Cr_2O_3 .

Якщо на плівку не діє зовнішній подразник (сильне магнітне поле, нагрівання та інші сили), то інформація може зберігатися досить довго. Для того щоб підготувати плівку для запису нової інформації, її розміщують у спадаюче за амплітудою змінне магнітне поле, яке за допомогою генератора стирання-підмагнічування ГСП створене змінним струмом ультразвукової частоти, який протікає в обмотці головки стирання ГС. Цей процес здійснює розмагнічування носія запису, і магнітна плівка знову може використовуватись для запису нової інформації.

В якості наступного прикладу наведемо використання феритів з майже прямокутною петлею магнітного гістерезису для магнітних запам'ятовуючих пристроїв. Ці матеріали використовуються в пристроях автоматики, техніці зв'язку в пристроях програмного керування та ЕОМ. В цих матеріалах, як і в матеріалах для відео та звукозапису, використовується явище залишкової намагніченості феромагнетику. Для прикладу такими матеріалами можуть бути магнієво-марганцеві феритні матеріали ($\text{MgO MnO Fe}_2\text{O}_3$), які мають майже прямокутну петлю гістерезису. Інформація в магнітному запам'ятовуючому пристрої записується у двійковій формі, де символами «0» і

«1» позначаються два стани залишкової намагніченості магнітного матеріалу в двох різних протилежних напрямках. Перехід елементу магнітної пам'яті з одного стану в інший здійснюється під дією зовнішнього магнітного поля. При цьому розрізняють два типи магнітних запам'ятовуючих пристроїв: динамічні та статичні. Запис інформації в динамічному елементі пам'яті здійснюється за допомогою магнітних головок, аналогічно як і в попередньому випадку. На рис. 2.26 зображена загальна схема елемента статичної пам'яті та його петля магнітного гістерезису.

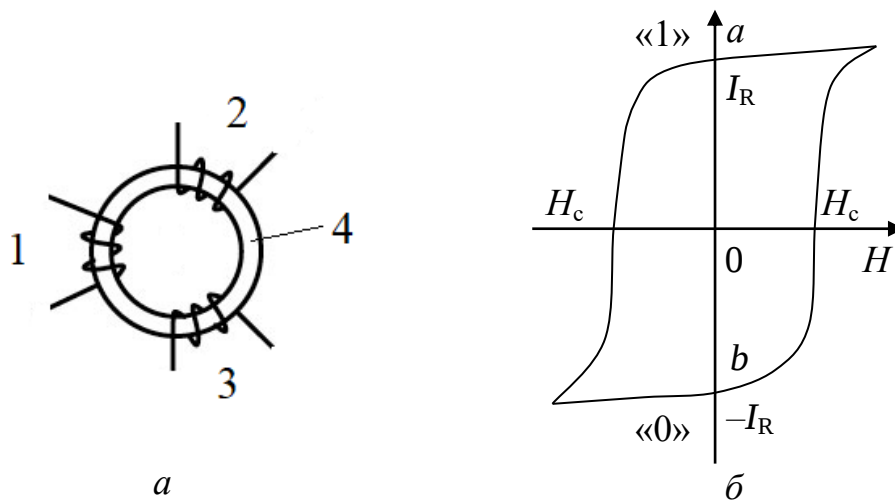


Рисунок 2.26 – Схема елемента статичної пам'яті на феритовому кільці (а) та петля магнітного гістерезису магнітного матеріалу кільця (б). Двійкова система зберігання інформації: «1» – точка a ; «0» – точка b

В статичних магнітних запам'ятовуючих пристроях для зберігання інформації використовують магнітний елемент у вигляді маленьких феритових кілець із зовнішнім діаметром близько 1 мм з прямокутною петлею гістерезису. Вибір потрібного елемента пам'яті здійснюється за допомогою дешифраторів строк та стовбців. Якщо через обмотку 1 кільця 4 пропустити імпульс струму, то в кільці 4 створюється залишкова намагніченість I_R (точка a на петлі гістерезису), тобто в елемент пам'яті записалась інформація. Якщо через обмотку зчитування 2 пропустити імпульс струму при якому в матеріалі кільця відбувається перемагнічування, то в кільці створюється залишкова намагніченість $-I_R$, що відповідає точці b петлі гістерезису. При цьому, в обмотці 3 виникає імпульс струму, за рахунок значної зміни магнітного потоку в феромагнітному кільці при його перемагнічуванні. У випадку, коли в обмотці зчитування 2 буде імпульс струму, який створює магнітне поле що співпадає з намагніченістю кільця, то в обмотці 3 вихідний сигнал відсутній. Тобто, при зчитуванні інформації з елемента пам'яті, маємо тільки «0» або

«1», що відповідає присутності або відсутності імпульсу в вихідній обмотці 3 кільця пам'яті.

Крім магнітних елементів пам'яті у вигляді кілець, використовують феритові пластини з багатьма отворами. Існують також магнітні елементи пам'яті у вигляді тонких феромагнітних плівок товщиною 1000 Å, які виготовлені з залізо-нікелевих сплавів типу пермалой та інших. Феромагнітні плівки мають значні переваги, оскільки швидкість їх перемагнічування на два-три порядки вища ніж для феритових елементів пам'яті. Магнітна плівка має анізотропію з двома напрямками легкого намагнічування з кутами $\xi = 0^\circ$ та $\xi = 180^\circ$. Ці два стани стійкої рівноваги і використовують для запису та зберігання інформації в двійковій системі «0» та «1».

В порівнянні з феритовими кільцями феромагнітні плівки мають наступні переваги:

- магнітні поля перемагнічування не обов'язково прикладаються в тільки в одному напрямку;
- площинна форма плівки дозволяє використовувати техніку друкованого монтажу всієї схеми пам'яті разом з провідниками керування;
- кожний елемент пам'яті на плівці може складатися з декількох шарів, що значно підвищує можливості для більш щільного запису та зберігання об'єму інформації.

На сьогодні особливу увагу приділяють матеріалам на основі плівки з циліндричними магнітними доменами (ЦМД). ЦМД являє собою тонку (порядку декілька ангстрем) плівку з феро-, феромагнітного та слабо феромагнітного матеріалу з різко вираженою магнітною анізотропією, причому вісь легкого намагнічування направлена перпендикулярно площині плівки. Для того, щоб намагніченість в об'ємі плівки була направлена тільки вздовж двох сторін вісі легкого намагнічування, її магнітна анізотропія повинна бути настільки великою, щоб побороти ефект розмагнічування поверхні. На практиці використання ЦМД користуються поняттям якості q , який визначається як відношення енергії анізотропії плівки $W_{\text{аніз}}$ до енергії поля розмагнічування $W_{\text{роз}}$, тобто $q > 1$, а також мати невеликі значення коерцитивної сили. На даний час цим вимогам задовольняють три типи ЦМД: феромагнітні рідкоземельні ферогранати (іттрієво-залізні гранати з різними домішками та ортоферити), тобто антиферомагнетики з незначним намагнічуванням. Загальна формула ортоферита RMO_3 , де R – тривалентний іон іттрія або якоїсь рідкоземельної сполуки, M – тривалентний іон заліза. Також плівки ЦМД можуть

включати рідкоземельний елемент і сплав гадолінія з кобальтом, або іншими сплавами.

Запис інформації виконується за допомогою спеціального генератора ЦМД, який за допомогою імпульсу струму або магнітного поля переміщує домен в місце де потрібно записати «0» або «1». Зчитування інформації виконується за допомогою детектора ЦМД, у вигляді контурної котушки, в якій при проходженні ЦМД, за законом Фарадея, наводиться ЕРС.

Стільникова структура ЦМД досить складна, а їх розміри можуть бути порядку долі мікрметра, що дозволяє отримати високу щільність запису інформації та енергонезалежність, але існує фізична проблема їх реалізації.

Останнім часом розробляють пристрої з об'ємним записом інформації на основі багатошарових плівок. Носіями інформації в цьому випадку виступають трьохмірні домени. Проводиться багато робіт пов'язаних з пошуком нових носіїв інформації, зокрема магнітні солітони різних типів.

Крім магнітом'яких і високо коерцитивних магнітних матеріалів, слід відзначити про магнітострикційні матеріали, які використовуються у випромінювачах та приймачах ультразвуку. В них використовується явище магнітострикції, тобто зміна геометричних розмірів феромагнітних матеріалів при їх намагнічуванні та розмагнічуванні.

Для типових феромагнетиків, таких як залізо, нікель, кобальт і їх сплави відносна магнітострикційна зміна геометричних розмірів незначна і становить близько $10^{-3} \div 10^{-5}$. Магнітострикційні зміни геометричних розмірів для рідко земельних матеріалів на порядок вищі.

Поряд з явищем прямого магнітострикційного ефекту існує зворотний магнітострикційний ефект, суть якого полягає в тому, що коли намагнічений феромагнетик піддається зовнішній механічній деформації, то в ньому змінюється намагніченість (магнітна проникність).

Магнітострикційні перетворювачі є одним із прикладів використання прямої та зворотної магнітострикції. Ці перетворювачі, як ехолоти, використовуються для визначення глибини моря. Ехолот монтується на днище корабля і спочатку він генерує короточасний ультразвуковий імпульс, який проходить товщу води, відбивається від дна моря і приймається ехолотом. За різницею в часі між випромінюваним і прийнятим імпульсами, за умови знання швидкості розповсюдження ультразвуку в воді, визначають глибину моря.

Важливим напрямком використання магнітних матеріалів є створення гігантських магнітопроводів прискорювачів елементарних частинок та пристро-

їв з отримання термоядерних реакцій (устаткування «Токамак»). На рис. 2.27 зображено сучасну термоядерну установку колайдера.

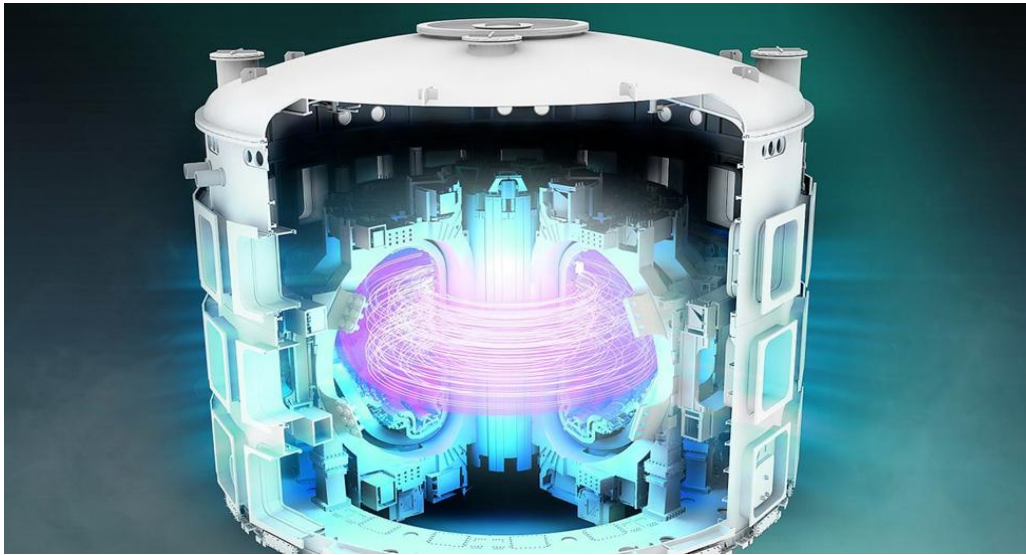


Рисунок 2.27 – Зовнішній вигляд термоядерного колайдера

При дослідженні високотемпературної термоядерної плазми є одна суттєва проблема. Річ у тім, що температура плазми настільки висока (близько 10^6 градусів), що будь-який контакт плазми зі стінкою устаткування, де вона знаходиться, в жодному разі недопустимий, оскільки всі елементи установки не тільки розплавляться, а перетворяться в газ і випаруються.

Оскільки плазма є діамантне середовище, то для її утримання можна використати дію магнітного поля на рухомий заряд. Як нам відомо, напруженість магнітного поля H примушує обертатись заряджену частину з циклічною частотою ω навколо силових ліній магнітного поля в площині перпендикулярній вектора H . Циклічну частоту можна знайти за формулою $\omega = eH / mc$. Тоді лінійна швидкість зарядженої частини $v = \omega r$, де r – радіус траєкторії, за якою заряджена частина обертається в магнітному полі. Таким чином можна отримати, що $r = v mc / eH$. Із формули видно, що чим більша напруженість магнітного поля H , тим менше радіус r і в меншому об'ємі рухається заряджена частина. Це явище стало теоретичною основою створення магнітної системи для утримання плазми.

Розглянемо деякі приклади практичного використання магнітних матеріалів у вимірювальній техніці.

Для вимірювання постійних магнітних полів використовують ферозонди з пермалоевим осердям (дуже магнітом'який матеріал). Принцип дії ферозондів засновано на не лінійності кривих намагнічування осердя, виготовле-

них з феромагнітного матеріалу. Конструктивно він складається із двох ідентичних на пів зондів, кожен з яких виконаний із магнітного осердя на який намотано дві котушки. Одна котушка - збуджуюча, яка підключена до джерела змінного струму, друга - вимірювальна.

В залежності від способу з'єднання обмоток, розрізняють ферозонди-полеміри та ферозонди-градієнтміри. Перші використовують для вимірювання абсолютних значень напруженості поля, а другі для вимірювання градієнту (зміни) напруженості магнітного поля від одної точки до іншої.

Схема підключення обмоток у ферозонді-полемірі показана на рис.2.28. В ньому обмотки збудження з'єднані на зустріч одна одній, а вимірювальні з'єднані послідовно узгоджено.

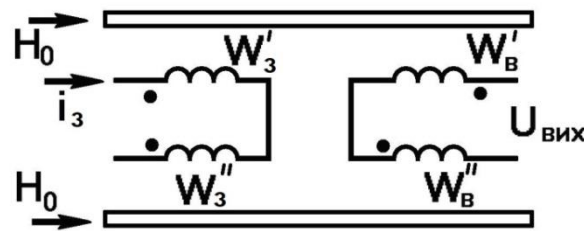


Рисунок 2.28 – Схема з'єднання обмоток ферозонда- полеміра

Синусоїдальний струм збудження $I_3 = I_m \sin \omega t$, вектор напруженості якого паралельний вісі осердя. Часові залежності напруженості та індукції в кожному осерді наведені на рис. 2.29.

Із рис. 2.29 видно, що характер зміни індукції в кожному осерді однаковий і відрізняється тільки знаком, тому вихідний сигнал у вимірювальній котушці дорівнює нулю.

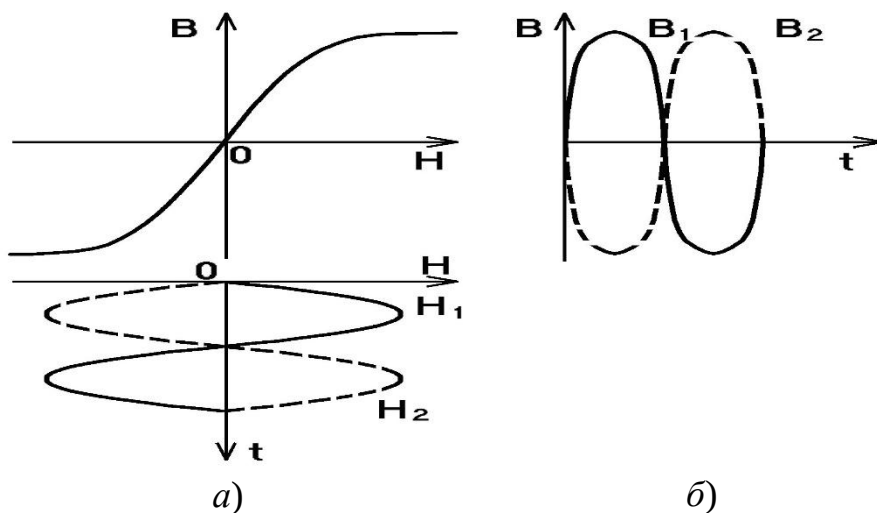


Рисунок 2.29 – Напруженість (а) і магнітна індукція (б) в осерді ферозонду

При дії постійного магнітного поля H_0 напруженість в першому осерді $H_1(t) = H_3 \sin \omega t + H_0$, а в другому – $H_2(t) = H_3 \sin \omega t - H_0$. Завдяки не лінійності кривої намагнічування, значення індукції в осерді будуть різними, що зображено на рис. 2.30.

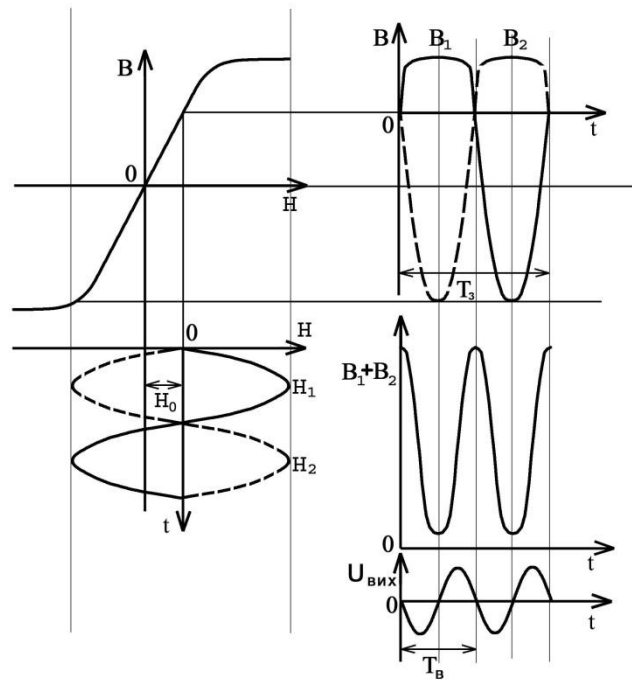


Рисунок 2.30 – Вихідний сигнал ферозонду при вимірі напруженості

Головна особливість полягає в тому, що вихідний сигнал має період T_b , який вдвічі менший від T_3 збуджуючого струму. Тому, друга гармоніка вихідного сигналу ферозонду є інформативною, і за її величиною визначають напруженість постійного магнітного поля.

Для оцінки неоднорідності магнітного поля використовують ферозонд-градієнтномір, який відрізняється від ферозонда-полеміра з'єднанням обмоток, як показано на рис. 2.31.

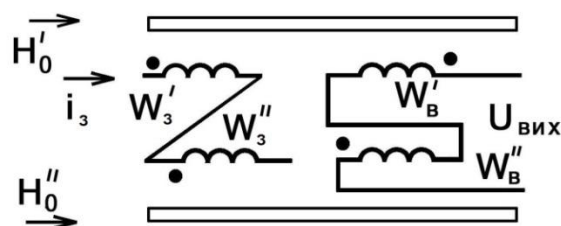


Рисунок 2.31 – Принципова схема з'єднання обмоток ферозонда-градієнтноміра

Обмотки збудження ферозонда з'єднані послідовно узгоджено, тобто при $H'_0 = H''_0$ індукція в кожному осерді однакова. Вимірювальні обмотки з'єднані послідовно назустріч і вихідна напруга ферозонда дорівнює нулю.

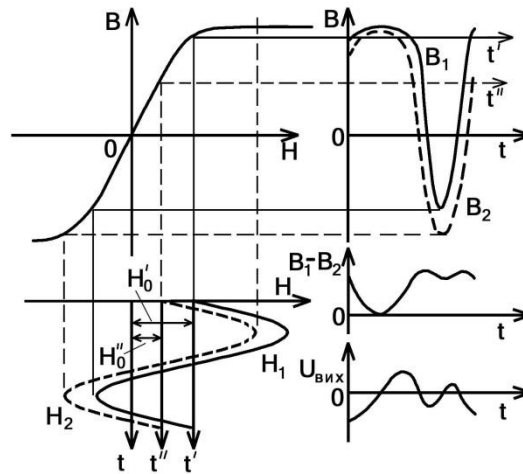


Рисунок 2.32 – Вихідний сигнал ферозонда градієнтоміра

Якщо напруженість поля змінюється в ортогональному напрямку вектора H_0 , то індукція в кожному осерді буде різною, що призведе до появи вихідного сигналу $U_{\text{вих}} = e_1(t) - e_2(t)$. Амплітуда другої гармоніки вихідного сигналу пропорційна ступеню неоднорідності зовнішнього магнітного поля, тобто $\Delta H = H'_0 - H''_0$.

Магнітометри з ферозондами довжиною 50÷70 мм дозволяють вимірювати напруженість магнітного поля порядку $8 \cdot 10^{-5}$ А/м. Вони використовуються для вимірювання магнітного поля Землі, визначення магнітних полів розсіювання навколо силового електрообладнання, виявлення феромагнітних включень у немагнітних виробах, а також використовується як магнітний метод пошуку нових покладів залізних руд в надрах Землі.

Магнітометри з ферозондами довжиною 1÷5 мм дозволяють вимірювати напруженості постійних магнітних полів порядку 4 А/м і менше. Вони також використовуються в магнітній дефектоскопії для визначення порушень структури в феромагнітних матеріалах.

Ферозондові магнітометри широко використовують в медицині при хірургічному видаленні феромагнітних чужорідних предметів із тіла людини (куль, осколків мін, голок та інших). Основна перевага в тому, що ферозонди з прецизійною точністю визначають місце знаходження чужорідних предметів в тілі людини. Також в медицині використовують надпотужні постійні магніти, або імпульсні соленоїди для видалення металевої стружки з тканини ока.

Ферозондові магнітні вимірювання – це тільки незначна частина невикористаних можливостей магнітних вимірювань, які можуть використовуватись в науці, техніці та в побуті людини. Також в медицині використовують надпотужні постійні магніти, або імпульсні соленоїди для видалення металевих стружки з тканини ока.

Оскільки, основна маса промислової продукції в авіації, машинобудуванні, енергетиці виготовляється з феромагнітних матеріалів (залізо та його сплави), то є можливість застосовувати магнітні вимірювання їх інформаційних параметрів, тобто проводити структурний аналіз і дефектоскопію.

Магнітна структуроскопія заснована на використанні зв'язку між основними параметрами феромагнітного матеріалу (намагніченість насичення, залишкова намагніченість, коерцитивна сила, залишкова індукція, магнітна проникність, втрати на гістерезис та інші) та фізичними властивостями матеріалу (механічна міцність, хімічний склад, електричні параметри, кристалічна аномалія та інші). Важливим є те, що магнітні параметри можна вимірювати без руйнування досліджуваного зразка. Це відкриває можливості розвитку неруйнівних методів контролю та діагностики [15,16].

Задачею магнітної дефектоскопії є визначення в феромагнітних виробах порушення суцільності метала, а також різноманітні включення, які можуть знаходитись навіть всередині виробу. Цей метод засновано на тому, що будь яке порушення однорідності матеріалу приведе до порушення однорідності магнітних властивостей. Тому при однорідній намагніченості матеріалу виникнуть поля розсіювання. На рис. 2.33 при однорідному намагнічуванні схематично зображена картина магнітних полів розсіювання біля зовнішнього дефекту (тріщина) та внутрішньому дефекту в феромагнітному виробі.

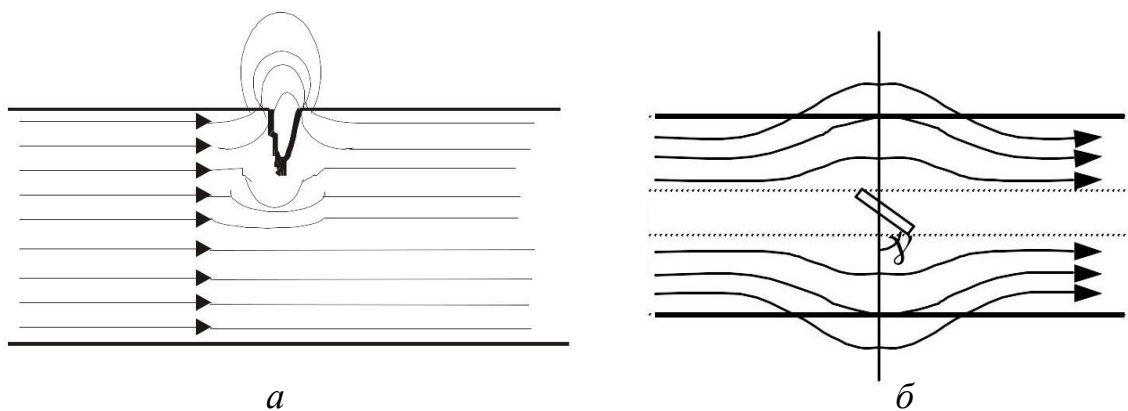


Рисунок 2.33 – Картина магнітних полів розсіювання біля зовнішніх (а) і внутрішніх (б) дефектів у феромагнітному виробі

Ці поля розсіювання можна визначати за допомогою чутливого ферозонда, який при його розміщенні біля поверхні деталі в зоні полів розсіювання, змінить свою намагніченість і на його вихідній обмотці з'явиться імпульс струму.

Важливим прикладом практичного використання методу магнітної дефектоскопії є використання її для контролю залізничних рейок, як при їх виробництві на прокатних станах в металургійних заводах, так і в період їх експлуатації на залізничних коліях. Для цього використовують спеціальні вагони, в яких між колісними парами над поверхнею рейок, як показано на рис. 2.30, встановлюють намагнічуючий пристрій 1, у вигляді постійного магніту або електромагніту, з допомогою якого намагнічують деяку незначну ділянку рейки. Між полюсами магніту розміщують ферозонд або індукційну котушку 2, яка разом з магнітом переміщується вздовж рейки колії. Якщо дефекти в рейці відсутні, то на виході ферозонду не виникає індукційний сигнал у вигляді імпульсу струму. При проходженні ферозонду над ділянкою рейки з дефектом, на виході ферозонду з'являється імпульс струму, який синхронно в часі з переміщенням вагону фіксується і таким чином дає можливість встановлювати місце пошкодженої рейки.

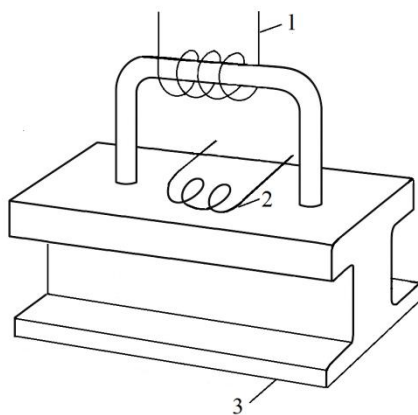


Рисунок 2.34 – Функціональна схема перетворювача для рейкового магнітного дефектоскопу:

1- намагнічуючий пристрій; 2- ферозонд; 3- контролююча рейка

У гірничій справі використовують так звані магнітні сепаратори, за допомогою яких здійснюють збагачення руди. Добута та подрібнена руда, яка включає в собі поряд з цінними компонентами і пусту породу, проходить через сильне магнітне поле сепаратора, створене зовнішнім джерелом (постійний магніт або електромагніт), де здійснюється просторове розділення корисного компоненту від пустої породи [16].

Розвиток фізики магнітних явищ і геології призвів до появи нового напрямку палеомагнетизму. В палеомагнітних дослідженнях вивчають напрямки намагніченості в різних вулканічних і осадових породах земної кори. Справа в тому, що при виверженні вулкану лава має дуже високу температуру. При її охолодженні всі феромагнітні матеріали, які знаходяться в лаві проходять точку Кюрі і навіть при слабкому магнітному полі Землі вони намагнічуються. Напрямок залишкової намагніченості породи збереже орієнтацію земного магнітного поля, яке існувало в той час в місці виверження вулкану. Таким чином, за напрямком залишкової намагніченості породи, можна судити про орієнтацію земного магнітного поля в ті далекі часи. Так наприклад, за допомогою палеомагнітних досліджень вдалося встановити, що північний магнітний полюс Землі за останні 500 років зробив складну подорож майже з екватора до свого сучасного північного розташування.

У всіх розглянутих вище прикладах використання магнітних матеріалів ми мали справу з практичним інформаційним аспектом магнетизму, але зараз не достатньо вивчати просто доменну структуру феромагнітного матеріалу. Необхідно в деталях розглядати неоднорідності розподілу зарядової та магнітної щільності в об'ємі окремого домені, в об'ємі його граничного шару і тому подібне. Тому фізики експериментатори та теоретики вивчають такі явища як феромагнітний та електронний парамагнітний резонанси, ядерний магнітний резонанс, нейтронну дифракцію, явище анігіляції та зародження електрон - позитронних пар і інші явища. Досліджують фізико-хімічні властивості феромагнетиків в екстремальних умовах, таких як наднизькі температури, надвисокий вакуум, надвисокий тиск, надсильні магнітні та електричні поля та інші.

Тільки глибина проведення таких досліджень можуть відкрити перед нами нові перспективи практичного використання магнетизму. Створення сучасних магнітних матеріалів одне з важливих умов технологічного процесу і ця проблема має велике значення в епоху інтенсивного технічного прогресу.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Які матеріали називають магнетиками?
2. Атомна модель Резерфорда.
3. Перерахуйте магнітні моменти елементарних часток за ступенем їх зростання.
4. Як класифікують магнетики за магнітною проникністю μ та магнітною сприйнятливістю χ ?
5. В чому полягає особливість доменної структури в розмагніченому стані магнітного матеріалу?
6. Які особливості петлі магнітного гістерезису притаманні магнітотвердим матеріалам?
7. Перерахуйте основні магнітні властивості матеріалів з прямокутною петлею гістерезису.
8. Назвіть основні магнітні властивості магнітотвердих феритів.
9. Перерахуйте основні параметри магнітодіелектриків.
10. Які основні вимоги до магнітних матеріалів, що використовуються в техніці НВЧ?
11. В чому основна різниця між кристалічними та аморфними магнітними матеріалами?
12. Як впливають домішки на магнітні властивості заліза та його сплави?
13. Що таке магнітострикція магнітного матеріалу?
14. Основні характеристики магнітних матеріалів в магнітних полях постійного струму.
15. Чому неможливо виготовити постійний магніт з матеріалу з низьким значенням коерцитивної сили?
16. Поясніть фізичний механізм незмінності магнітної проникності магнітного матеріалу в слабких магнітних полях.
17. Основні характеристики магнітних матеріалів в магнітних полях змінного струму.
18. Що таке несиметричний цикл петлі гістерезису?
19. Як впливає термічна обробка на магнітні властивості електротехнічної сталі?
20. Назвіть приклади практичного використання магнітних матеріалів.
21. Нарисуйте схеми ферозондів для вимірювання напруженості магнітного поля та вимірювання градієнта магнітного поля.

Розділ 3. ПРАКТИЧНІ ЗАВДАННЯ

3.1. Розрахунок магнітної індукції від кінцевого провідника зі струмом в повітряному просторі

Визначення індукції (напруженості) магнітного поля дуже важливе для встановлення електромагнітної сумісності магнітного поля з приладами, комп'ютерами та обслуговуючим персоналом. Потрібно визначити місце, де розмістити прилади, щоб магнітне поле мінімально впливало на показання приладів.

Основні теоретичні положення при розв'язанні завдання

Напрямок індукції B визначаємо за правилом Буравчика. φ_1 і φ_2 – кути, що обмежують провідник із струмом I .

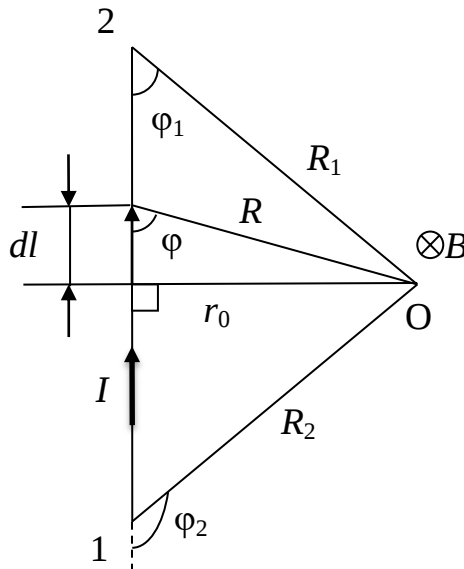


Рисунок 3.1 – До розрахунку індукції від провідника зі струмом в точці O через значення кутів φ_1 і φ_2

Згідно з законом Біо-Савара-Лапласа справедливі наступні рівняння:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_1^2 \frac{\vec{dl} \times \vec{R}}{R^3}; \quad (3.1)$$

$$l = r_0 \operatorname{ctg} \varphi; \quad (3.2)$$

$$dl = -r_0 \frac{1}{\sin^2 \varphi} d\varphi; \quad (3.3)$$

$$R = \frac{r_0}{\sin \varphi}; \quad (3.4)$$

$$|\vec{dl} \times \vec{R}| = dlR \sin \varphi; \quad (3.5)$$

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_1^2 \frac{dlR \sin \varphi}{R^3}; \quad (3.6)$$

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_1^2 \frac{r_0}{\sin^2 \varphi} \frac{\sin^2 \varphi}{r_0^2} \sin \varphi d\varphi; \quad (3.7)$$

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\sin \varphi d\varphi}{r_0} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \cos \varphi \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2); \quad (3.8)$$

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2). \quad (3.9)$$

Для нескінченного провідника, коли $l \rightarrow \infty$; $\varphi_1 \rightarrow 0$; $\varphi_2 \rightarrow \pi$, отримаємо:

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (1 - (-1)) = \frac{2\mu_0 I}{4\pi r_0} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}. \quad (3.10)$$

Іноді використання кутів φ_1 і φ_2 для визначення індукції в точці О не зовсім зручне, тому перейдемо до відрізків провідника зі струмом:

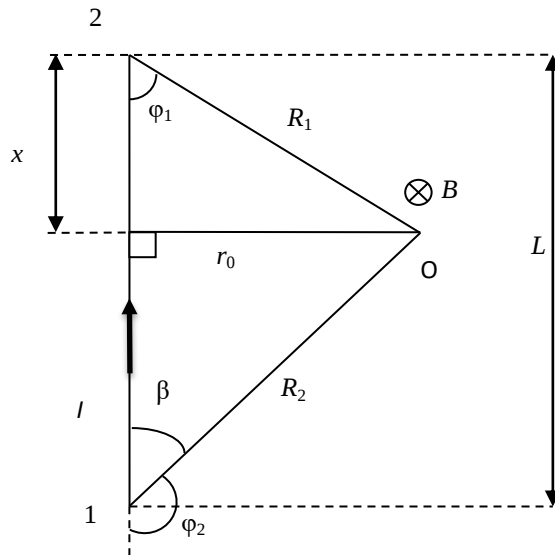


Рисунок 3.2 – До розрахунку індукції в точці О через відрізки x та $L-x$

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2); \quad (3.11)$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + r_0^2}}; \quad (3.12)$$

$$\cos \beta = \frac{L - x}{\sqrt{(L - x)^2 + r_0^2}}; \quad (3.13)$$

$$\beta = 180^\circ - \varphi_2; \cos \beta = \cos (180^\circ - \varphi_2) = -\cos \varphi_2;$$

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + r_0^2}} + \frac{L - x}{\sqrt{(L - x)^2 + r_0^2}} \right). \quad (3.14)$$

Приклад розв'язання задач

Визначити сумарну індукцію B_Σ та її напрямок в центрі квадрата, створеного провідниками зі струмом $I = 5\text{А}$ та стороною квадрата $a = 30\text{мм}$.

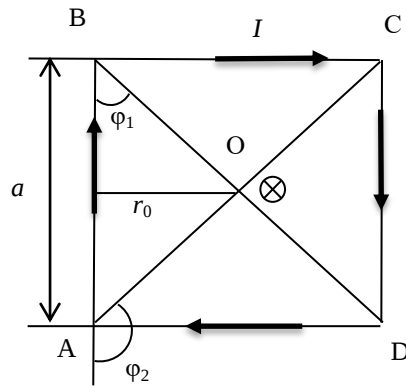


Рисунок 3.3 – Діаграми струмів, які протікають в сторонах чотирикутника в одному напрямку

Згідно з законом Біо-Савара-Лапласа:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2);$$

Оскільки для квадрата $r_0 = a/2$, а $\cos \varphi_1 = 45^\circ = \sqrt{2}/2$ і $\cos \varphi_2 = 135^\circ = -\sqrt{2}/2$, то для однієї сторони отримаємо формулу у вигляді:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I \cdot 2}{4\pi a} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{2\pi a}.$$

Оскільки всі сторони квадрата рівні, а кути φ_1 і φ_2 для кожного із струмів будуть відповідно становити 45° і 135° , то, при однаковому напрямі струмів, значення сумарної індукції буде визначатися як $4 B_1$, тобто формула для розрахунку має вигляд:

$$B_{\Sigma} = 4 \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{2\pi a} = \frac{2I\mu_0 \sqrt{2}}{\pi a}.$$

Підставивши значення струму, розміри сторони квадрата та константу μ_0 , отримаємо:

$$B_{\Sigma} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{\pi \cdot 0,03} = 0,189 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} \frac{\text{А}}{\text{м}^2} = 0,189 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}.$$

Відповідь: $B_{\Sigma} = 0,189 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$. Вектор сумарної індукції має напрямок від нас « $\otimes$ ».

Задачі для самостійного розв'язання студентами

3.1.1. Визначити величину і напрямок магнітної індукції B_{Σ} , яку створюють два провідника з струмами I_1 і I_2 в чотирьох точках простору вздовж лінії x під кутом α .

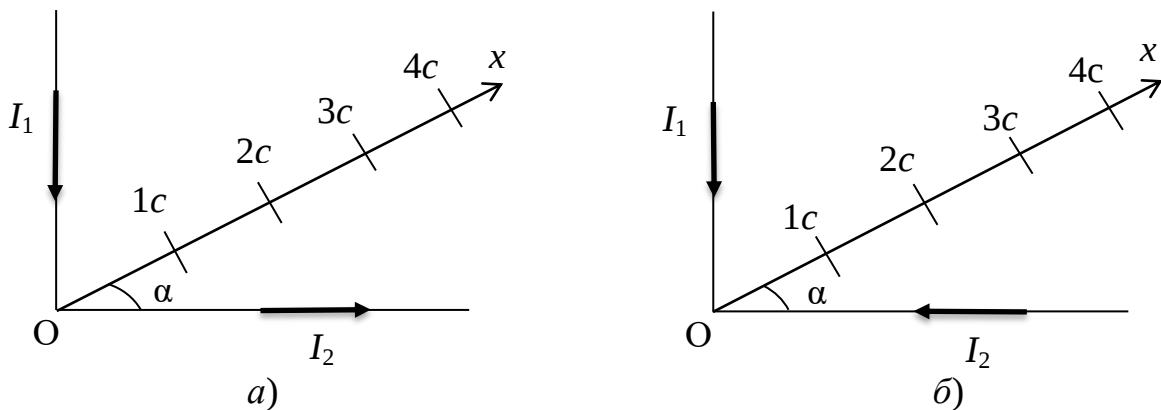


Рисунок 3.4 – Діаграми з одним напрямом струму (а) та з різними напрямом струму (б) в провідниках

Порядок виконання:

1. Знайти формулу для визначення індукції в точці $1c$ від струму I_1 .
2. Знайти формулу для визначення індукції в точці $1c$ від струму I_2 .
3. Використовуючи принцип суперпозиції та правило буравчика знайти формулу для визначення сумарної індукції B_{Σ} в точці $1c$.

4. Провести аналогічні дії для точок 2с, 3с та 4с.
5. Розраховані значення індукцій звести в табл. 3.1 та побудувати графік залежності $B_{\Sigma} = f(x)$.

Таблиця 3.1 – Розрахункові значення індукції B_{Σ} в точках 1с, 2с, 3с та 4с

x , см					
B_{Σ} , Тл					

Значення необхідних параметрів для розрахунку, згідно вибраного варіанту, беремо з табл. 3.2.

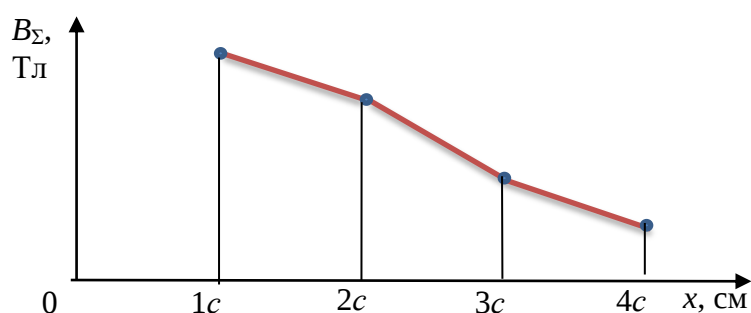


Рисунок 3.5 – Характерний вигляд графічної залежності $B_{\Sigma} = f(x)$

Таблиця 3.2 – Дані для розрахунку індукції B_{Σ}

Варіант	I_1 , А	I_2 , А	α , град.	АО, см.	ОВ, см.	c , см.
Рис. 3.3,а						
1	5	35	30	20	20	3
2	10	30	45	10	10	4
3	15	25	60	20	10	3
4	20	20	45	10	10	4
5	25	15	30	10	20	3
6	30	10	45	10	10	4
7	35	5	60	20	10	3
8	10	10	30	10	10	4
Рис. 3.3,б						
9	5	35	60	20	20	3
10	10	30	45	10	10	4
11	15	25	30	10	20	3
12	20	20	45	10	10	4
13	25	15	60	20	10	3
14	30	10	45	10	10	4
15	35	5	30	10	20	3
16	10	10	30	10	10	4

3.1.2. Визначити величину та напрямок магнітної індукції B в точці O на перетину медіан трикутника, в сторонах якого протікають струми I_1, I_2, I_3 .

Порядок виконання:

1. Для трикутника AOB отримати формулу та знайти величину і напрямок індукції в точці O від струму I_1 , що протікає в провіднику AB .
2. Для трикутника AOC отримати формулу та знайти величину і напрямок індукції в точці O від струму I_2 , що протікає в провіднику AC .
3. Для трикутника BOC отримати формулу та знайти величину і напрямок індукції в точці O від струму I_3 , що протікає в провіднику BC .
4. Використовуючи принцип суперпозиції, з урахуванням знаків, визначити сумарну індукцію в точці O .

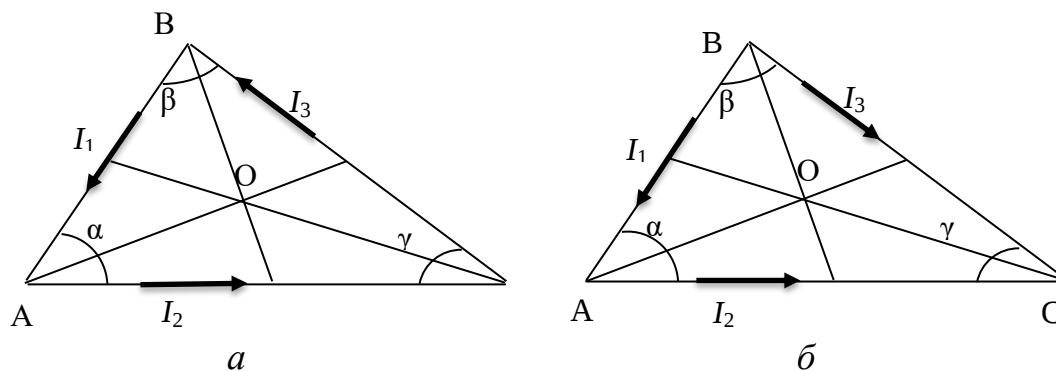


Рисунок 3.6 – Діаграми струмів, що протікають в сторонах трикутника в одному напрямку (а) та в різних напрямках (б)

Значення необхідних параметрів для розрахунку, згідно вибраного варіанту, беремо з табл. 3.3.

3.1.3. Визначити величину та напрямок магнітної індукції B в точці O перетину діагоналей чотирикутника зі струмами, що протікають в його сторонах.

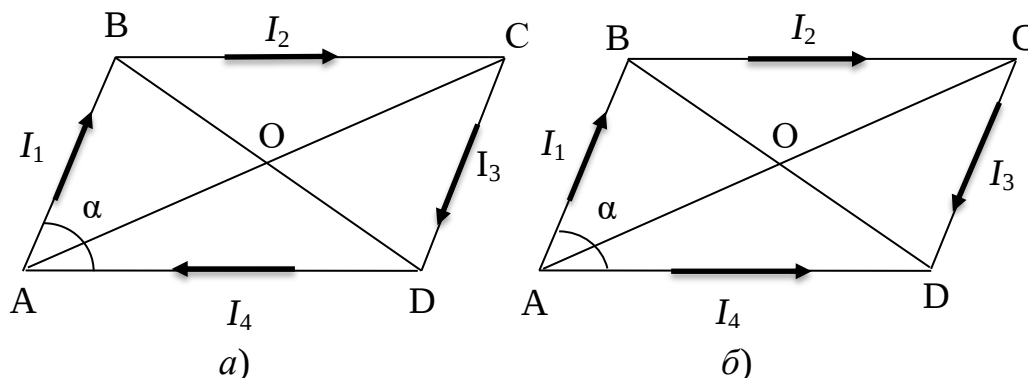


Рисунок 3.7 – Діаграми струмів, що протікають в сторонах чотирикутника в одному напрямку (а) та в різних напрямках (б)

Таблиця 3.3 – Дані для розрахунку індукції B_{Σ} в точці О

Варіант	I_1, A	I_2, A	I_3, A	AB, см.	BC, см.	AC, см.
Рис.3.4,а						
1	5	10	15	20	20	20
2	10	15	5	10	20	20
3	15	5	10	20	10	15
4	5	10	15	12	16	20
5	10	15	5	10	15	20
6	15	5	10	20	12	16
7	5	10	15	15	20	10
8	10	15	5	16	20	12
Рис.3.4,б						
9	5	10	15	20	20	20
10	10	15	5	10	20	20
11	15	5	10	20	10	15
12	5	10	15	12	16	20
13	10	15	5	10	15	20
14	15	5	10	20	12	16
15	5	10	15	15	20	10
16	10	15	5	16	20	12

Порядок виконання:

1. Із трикутника АОВ знайти величину та напрямок індукції в точці О від струму I_1 , що протікає в провіднику АВ.

2. Із трикутника ВОС знайти величину та напрямок індукції в точці О від струму I_2 , що протікає в провіднику ВС.

3. Із трикутника СОД знайти величину та напрямок індукції в точці О від струму I_3 , що протікає в провіднику CD.

4. Із трикутника АОД знайти величину та напрямок індукції в точці О від струму I_4 , що протікає в провіднику AD.

5. Використовуючи принцип суперпозиції, з урахуванням знаків, визначити сумарну індукцію в точці О.

Значення необхідних параметрів для розрахунку, згідно вибраного варіанту, беремо з табл. 3.4.

Таблиця 3.4 – Дані для розрахунку індукції B_{Σ} в точці О

Вариант	I_1, A	I_2, A	I_3, A	I_4, A	AB=CD, см.	BC=AD, см.	α , град.
Рис. 3.5,а							
1	5	10	15	20	20	20	90
2	10	15	20	5	10	10	60
3	15	20	5	10	10	20	45
4	20	5	10	15	20	10	30
5	5	10	15	20	20	20	45
6	10	15	20	5	10	20	60
7	15	20	5	10	10	20	90
8	20	5	10	15	20	10	60
Рис.3.5,б							
8	5	10	15		20	20	90
9	10	15	20		10	10	60
10	15	20	5		10	20	45
11	20	5	10		20	10	30
12	5	10	15		20	20	45
13	10	15	20		10	20	60
14	15	20	5		10	20	90
16	20	5	10	15	20	10	60

3.2. Розрахунок магнітної індукції B та напруженості H в центрі та вздовж осі x кільця зі струмом I

Основні теоретичні положення при розв'язанні завдання. Запишемо закон Біо-Савара-Лапласа для диференціала B :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{[d\vec{l} \times \vec{R}]}{R^3} \quad (3.15)$$

$\vec{dB}$ – можна розділити на дві складові dB_x і dB_y .

$\Sigma dB_y = 0$ – взаємно протилежні вектори, верхній діє зі знаком «+», а нижній діє зі знаком «-», тому не беруть участі в проекції на вісь x . Щоб визначити індукцію B на осі x , необхідно просумувати всі складові dB_x елементів кільця зі струмом. Вісь $x \perp$ до площині кільця.

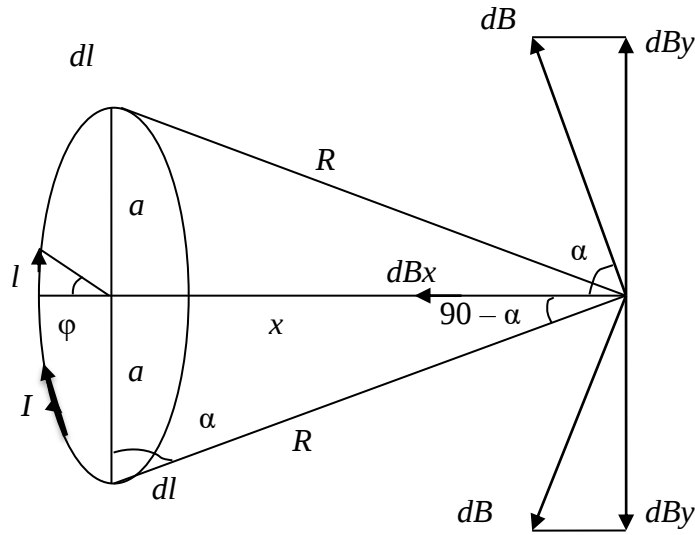


Рисунок 3.8 – До розрахунку індукції в центрі та на осі x від кільця зі струмом I

Кут α – є кутом між площиною кільця та відрізком R .

$$dB_x = dB \cdot \cos \alpha; \quad (3.16)$$

$$dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{R}}{R^3} \cdot \cos \alpha; \quad (3.17)$$

$$l = a \cdot \varphi - \text{величина дуги}, \quad (3.18)$$

$$dl = a \cdot d\varphi; \quad (3.19)$$

$$|d\vec{l} \times \vec{R}| = dl \cdot R \sin(\text{кут між } dl \text{ і } R = 90^\circ) = dl R, \text{ так як } dl \perp R; \quad (3.20)$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \oint \frac{dl \cdot R}{R^3} \cos \alpha; \quad (3.21)$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{a \cos \alpha}{R^2} d\varphi; \quad (3.22)$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}}; \quad (3.23)$$

$$R^2 = a^2 + x^2; \quad (3.24)$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{a \cdot a \cdot d\varphi}{\sqrt{a^2 + x^2} \cdot (a^2 + x^2)}; \quad (3.25)$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I \cdot a^2}{4\pi \cdot (a^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi; \quad (3.26)$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I \cdot a^2 \cdot 2\pi}{4\pi \cdot (a^2 + x^2)^{3/2}}; \quad (3.27)$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I \cdot a^2}{2 \cdot (a^2 + x^2)^{3/2}} \left[\frac{B \cdot c}{A \cdot m} \cdot \frac{A \cdot m^2}{m^3} \right] = \left[\frac{B \cdot c}{m^2} \right] = [T_L];$$

$$B = B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}}; \quad (3.28)$$

Якщо $x = 0$, то в центрі кільця індукція визначається за формулою:

$$B_{\text{ц}} = \frac{\mu_0 I \cdot a^2}{2 \cdot (a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2a}. \quad (3.29)$$

Оскільки $B = \mu_0 H$, то отримаємо формулу для напруженості поля $H_{\text{ц}}$:

$$H_{\text{ц}} = I / 2a. \quad (3.30)$$

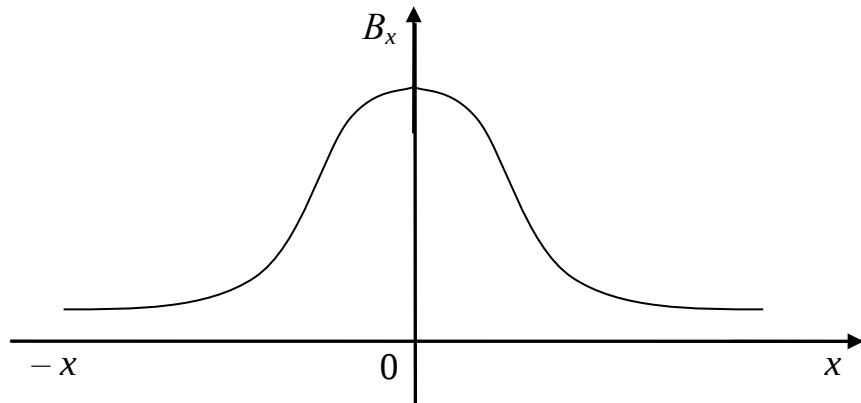


Рисунок 3.9 – Характер розподілу індукції від кільця зі струмом вздовж осі x

Система кілець Гельмгольца (див. рис. 3.10) використовується для отримання однорідного поля на осі x в центральній частині, зокрема в точці O . Характерною особливістю є те, що відстань між кільцями дорівнює радіусу кільця.

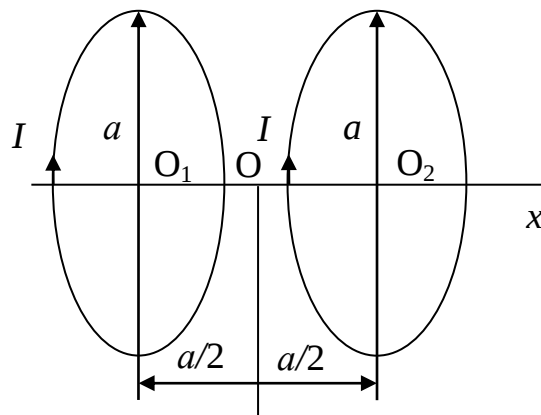


Рисунок 3.10 – Система кілець Гельмгольца

Сумарна індукція в точці О визначається за формулою:

$$B_z = \frac{\mu_0 I \cdot a^2 \cdot}{2[a^2 + (x + a/2)^2]^{3/2}} + \frac{\mu_0 I \cdot a^2 \cdot}{2[a^2 + (x - a/2)^2]^{3/2}}. \quad (3.31)$$

Задачі для самостійного розв'язання студентами

3.2.1. Знайти розподіл величини індукції B та її напрямок від кільця радіуса a зі струмом I вздовж осі x вправо і вліво на відстані від центру O в точках: $O, \pm c; \pm 2c; \pm 3c; \pm 4c$.

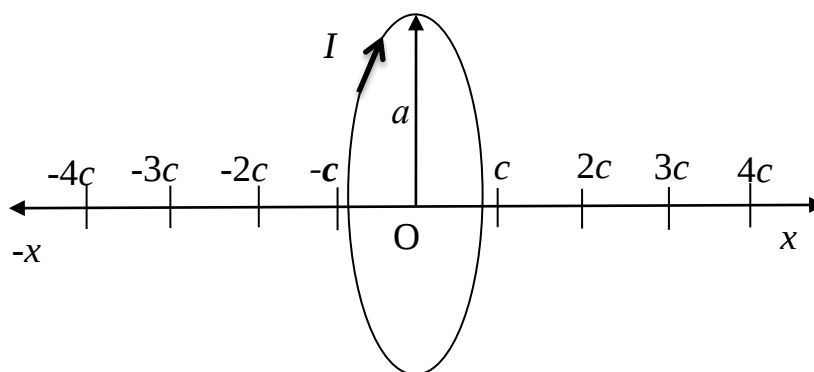


Рисунок 3.11 – Кільце зі струмом I і радіусом a

Порядок виконання:

1. За законом Біо-Савара-Лапласа знайти значення магнітної індукції в центрі кільця радіусом a зі струмом I (точка O).
2. Знайти значення магнітної індукції та її напрямок в точках, розташованих на осі x , на відстані $\pm c$ від центра O .
3. Провести аналогічні дії для точок $\pm 2c, \pm 3c$, та $\pm 4c$.
4. Розраховані значення індукції звести в табл. 3.5 й побудувати графік залежності $B = f(x)$.

Таблиця 3.5 – Розрахункові значення індукції B в точках $1c, 2c, 3c$ та $4c$

$x, \text{ см}$										
$B, \text{ Тл}$										

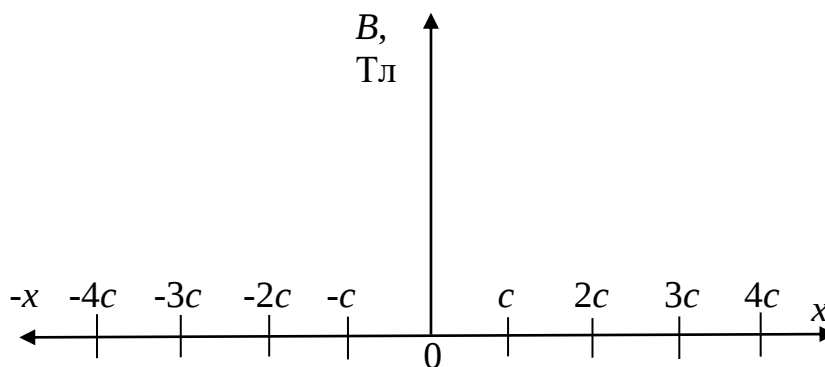


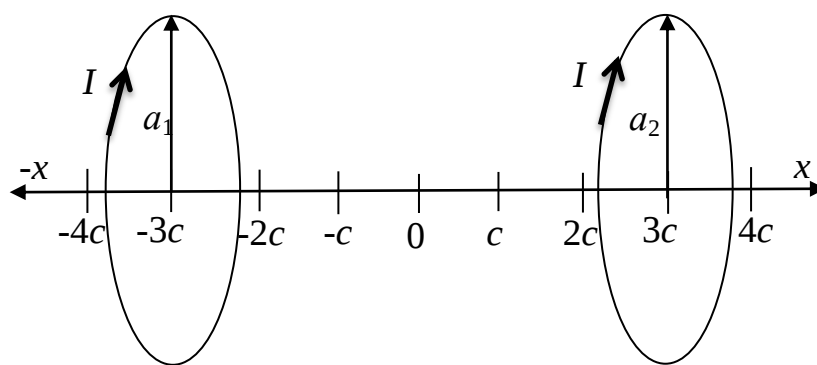
Рисунок 3.12 – Графік залежності $B = f(x)$

Значення необхідних параметрів для розрахунку згідно обраного варіанту беремо з табл. 3.6.

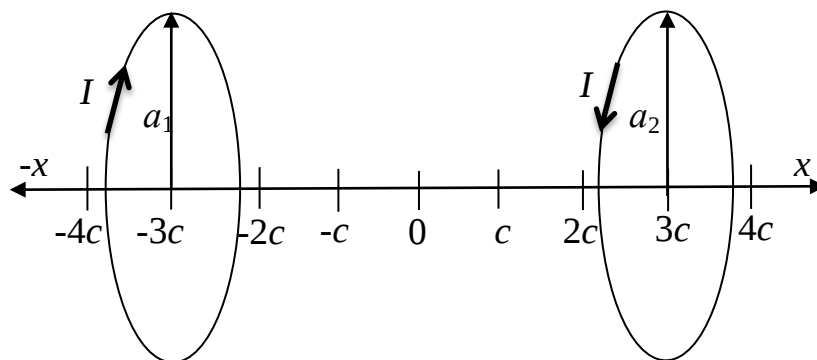
Таблиця 3.6 – Дані для розрахунку індукції B

Варіант	I, A	$a, \text{см.}$	$c, \text{см.}$
1	1	1	0,5
2	2	1	0,5
3	3	2	0,5
4	4	2	0,5
5	5	2	1
6	6	2	1
7	7	3	1
8	8	3	1
9	9	3	2
10	10	3	2
11	11	4	2
12	12	4	2
13	13	4	1
14	14	4	1
15	15	5	1
16	16	5	1

3.2.2 Знайти розподіл величини індукції B та її напрямок вздовж осі x для системи кілець з радіусами a_1 і a_2 зі струмами відповідно I_1 та I_2 в точках: $0; \pm c; \pm 2c; \pm 3c; \pm 4c$.



a



б

Рисунок 3.13 – Діаграми з одним напрямом струму (*a*) та з різними напрямками струму (*б*) в провідниках у вигляді кілець

Порядок виконання:

1. За законом Біо-Савара-Лапласа знайти значення магнітної індукції та її напрямок в точці 0 від кільця радіуса a_1 зі струмом I_1 .
2. За законом Біо-Савара-Лапласа знайти значення магнітної індукції та її напрямок в точці 0 від кільця радіуса a_2 зі струмом I_2 .
3. Використовуючи принцип суперпозиції та правило буравчика, знайти формулу для визначення сумарної індукції та її напрямок в точці 0.
4. Провести аналогічні дії для точок $\pm c, \pm 2c, \pm 3c$, та $\pm 4c$.
5. Розраховані значення індукції звести в табл. 3.7 та побудувати графік залежності $B = f(x)$.

Таблиця 3.7 – Розрахункові значення індукції B_Σ в точках $1c, 2c, 3c$ та $4c$

$x, \text{ см}$									
$B_\Sigma, \text{ Тл}$									

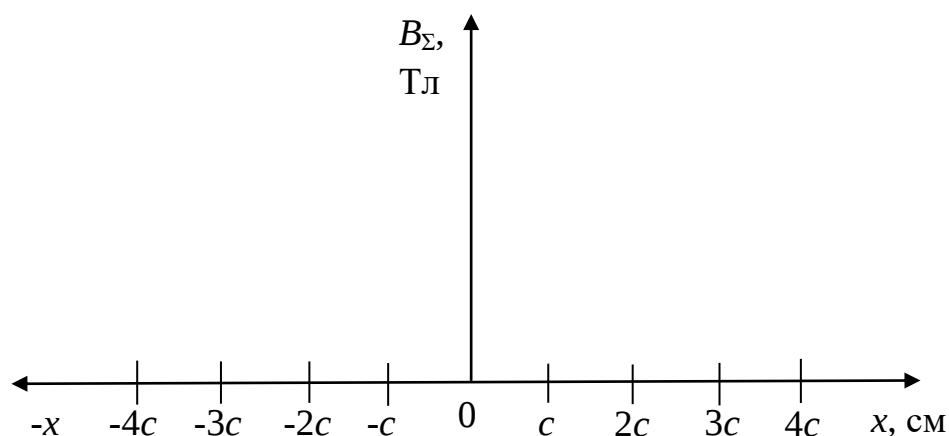


Рисунок 3.14 – Графік залежності $B_{\Sigma} = f(x)$

Значення необхідних параметрів для розрахунку, згідно вибраного варіанту, беремо з табл. 3.8.

Таблиця 3.8 – Дані для розрахунку індукції B_{Σ}

Варіант	I_1 , А	I_2 , А	a_1 , см	a_2 , см	c , см
Рисунок 1а					
1	5	5	1	1	0,2
2	5	10	2	2	0,4
3	10	5	3	3	0,5
4	10	10	1	2	0,2
5	10	3	2	1	0,2
6	3	15	2	3	0,4
7	15	15	3	3	0,5
8	15	3	1	3	0,4
Рисунок 1б					
9	5	5	1	1	0,2
10	5	10	2	2	0,4
11	10	5	3	3	0,5
12	10	10	1	2	0,5
13	10	3	2	1	0,4
14	3	15	2	3	0,2
15	15	15	3	3	0,5
16	15	3	1	3	0,4

3.2.3 Визначити величину індукції B та її напрямок в точці O перетину осей системи кілець з радіусами a_1 і a_2 зі струмами відповідно I_1 та I_2 , які розташовані в просторі довільним чином.

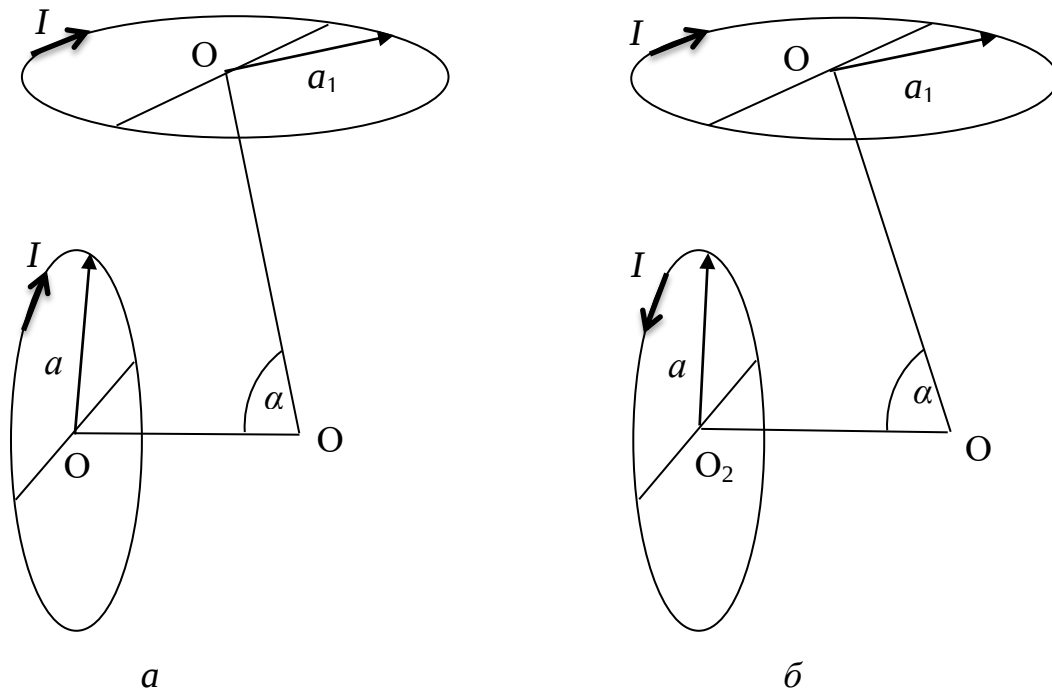


Рисунок 3.15 – Діаграми з одним напрямом струму (*а*) та з різними напрямками струму (*б*) в системі кілець довільно розташованих у просторі

Порядок виконання:

1. За законом Біо-Савара-Лапласа знайти значення магнітної індукції B_1 та її напрямок в точці O від кільця радіуса a_1 зі струмом I_1 .
2. За законом Біо-Савара-Лапласа знайти значення магнітної індукції B_2 та її напрямок в точці O від кільця радіуса a_2 зі струмом I_2 .
3. Використовуючи принцип суперпозиції, з урахуванням знаків та кута між B_1 і B_2 , визначити сумарну індукцію B_{Σ} в точці O .

Значення необхідних параметрів для розрахунку, згідно вибраного варіанту, беремо з табл. 3.9.

Таблиця 3.9 – Дані для розрахунку індукції B_{Σ}

Вариант	I_1, A	I_2, A	a_1, cm	a_2, cm	ОО ₁ , см	ОО ₂ , см	$\alpha, град.$
Рисунок (а)							
1	5	10	1	1	1	3	30
2	5	5	1	2	2	3	45
3	10	10	1	3	3	3	60
4	10	5	2	2	2	2	90
5	5	15	2	1	1	2	120
6	10	15	2	2	2	2	135
7	15	10	3	1	2	1	150
8	15	15	3	2	3	1	165
Рисунок (б)							
9	5	10	1	1	1	3	30
10	5	5	1	2	2	3	45
11	10	10	1	3	3	3	60
12	10	5	2	2	2	2	90
13	5	15	2	1	1	2	120
14	10	15	2	2	2	2	135
15	15	10	1	1	1	2	150
16	15	15	3	2	3	1	165

3.3. Визначення магнітної індукції та напруженості магнітного поля в довгому соленоїді

Довгий соленоїд – це електрична котушка індуктивності, в якій відношення довжини до діаметра складає $L/d > 10$.

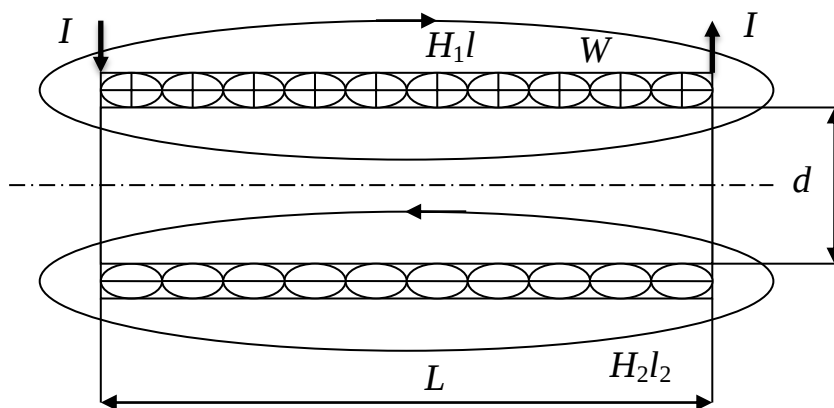


Рисунок 3.16 – Графічне зображення циліндричної котушки індуктивності

$$H_0 L + H_1 l_1 + H_2 l_2 = IW; \quad (3.32)$$

$$H_0 \gg H_1 + H_2; \quad (3.33)$$

$$H_0 L = IW; \quad (3.34)$$

$$H_0 = IW/L; \quad (3.35)$$

Оскільки в формулах використовують амплітудні значення $H_{0\max}$, то і струм має бути в амплітудних значеннях, тобто $I_{\max} = \sqrt{2}I$.

$$H_0 = \frac{\sqrt{2}IW}{L} [\text{А/м}]. \quad (3.36)$$

В нашому випадку використаємо закон повного струму для силової лінії. Внаслідок того, що силові лінії H_1 та H_2 розпорошені в просторі навколо котушки соленоїда, а силові лінії H_0 сконцентровані всередині соленоїда, це означає, що $H_0 \gg H_2$.

Якщо $L/d \gg 80$, то такий соленоїд використовують як зразкову міру напруженості поля. Тобто задаючи струм I , знаючи число витків W та довжину соленоїда L , можна знайти H_0 всередині нього. Якщо похибки виміру струму становлять 0,2 %, геометричні розміри - 0,5 %, кількість витків визначалась з похибкою не більше 1 %. Тоді при використанні такого соленоїду, похибки визначення H_0 будуть менше 1 %.

Знайдемо вирази для розрахунку магнітної індукції на подовжній осі соленоїда.

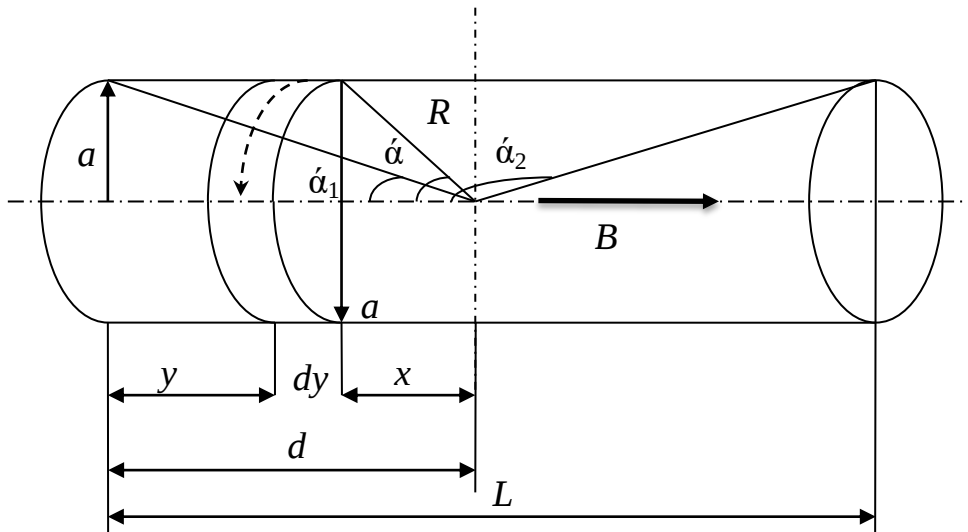


Рисунок 3.17 – До розрахунку індукції на подовжній осі через значення кутів α_1 і α_2

Запишемо формулу для визначення індукції від одного витка соленоїда:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (3.37)$$

Магнітна індукція від елемента кільця довжиною dy розраховується за формулою:

$$dB = \frac{\mu_0 I a^2 W}{2(a^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \frac{1}{L} dy, \quad (3.38)$$

де $\frac{W}{L} dy$ – число витків у шарі dy . Інтегруємо по всій довжині:

$$B = \int_0^L \frac{\mu_0 I a^2 W}{2L(a^2 + x^2)^{3/2}} dy; \quad (3.39)$$

$$x = a \cdot \operatorname{ctg} \alpha; \quad (3.40)$$

$$y = d - x; \quad (3.41)$$

$$dy = -dx;$$

$$dx = -\frac{a}{\sin^2 \alpha} d\alpha; \quad (3.42)$$

$$dy = \frac{a}{\sin^2 \alpha} d\alpha; \quad (3.43)$$

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I a^2 W a}{2L(a^2 + x^2)(\sin^2 \alpha) \sqrt{a^2 + x^2}} d\alpha, \quad (3.44)$$

$$\underbrace{\frac{a^2}{a^2 + x^2}}_{R^2} \cdot \underbrace{\frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}}}_R = \sin^2 \alpha \cdot \sin \alpha; \quad (3.45)$$

$$B = \frac{\mu_0 I W}{2L} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin^2 \alpha \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha} \cdot \sin \alpha d\alpha; \quad (3.46)$$

$$B = \frac{\mu_0 I W}{2L} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (3.47)$$

Якщо $L \rightarrow \infty$, $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow \pi$, граничний перехід до нескінченного соленоїду, тоді:

$$B = \frac{\mu_0 I W}{2L} (1 - (-1)) = \frac{\mu_0 I W}{2L} 2; \quad (3.48)$$

$$B = \frac{\mu_0 IW}{L}; \quad (3.54)$$

$$H = \frac{IW}{L}. \quad (3.49)$$

Визначення магнітної індукції на осі соленоїда через довжину відрізків.

$$B = \frac{\mu_0 IW}{2L} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2); \quad (3.50)$$

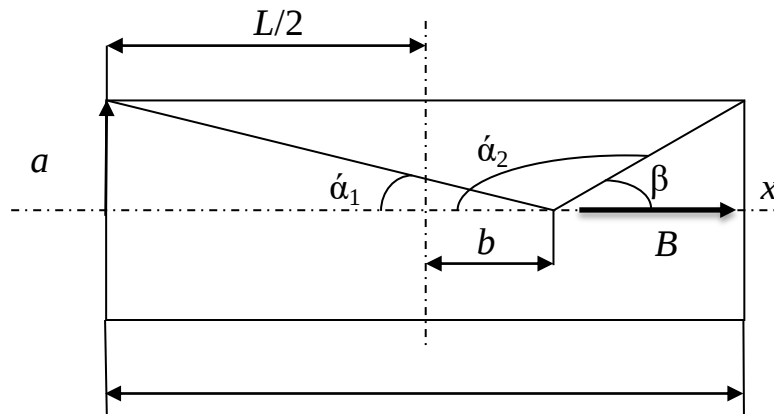


Рисунок 3.18 – До розрахунку індукції на повздовжній осі через довжину відрізків

$$\cos \alpha_1 = \frac{(L/2) + b}{\sqrt{a^2 + ((L/2) + b)^2}}; \quad (3.51)$$

$$\cos \beta_1 = \frac{(L/2) - b}{\sqrt{a^2 + ((L/2) - b)^2}}; \quad (3.52)$$

де $\beta = 180 - \alpha_2$; $\cos \beta = -\cos \alpha_2$.

Після підстановки отримаємо:

$$B = \frac{\mu_0 IW}{2L} \left(\frac{(L/2) + b}{\sqrt{a^2 + ((L/2) + b)^2}} + \frac{(L/2) - b}{\sqrt{a^2 + ((L/2) - b)^2}} \right). \quad (3.53)$$

Магнітна індукція в центрі соленоїда

$b = 0$,

$$B_{\text{Ц}} = \frac{\mu_0 IW}{2L} \left(\frac{(L/2)}{\sqrt{((L^2/4) + a^2)}} + \frac{(L/2)}{\sqrt{((L^2/4) + a^2)}} \right); \quad (3.54)$$

$$B_{\text{ц}} = \frac{\mu_0 IW}{2L} \frac{L}{L/2\sqrt{1+4a^2/L^2}}; \quad (3.55)$$

$$B_{\text{ц}} = \frac{\mu_0 IW}{L} \frac{1}{\sqrt{1+4a^2/L^2}}; \quad (3.56)$$

При $L \rightarrow \infty$, $\left(\frac{2a}{L}\right)^2 \rightarrow 0$, тоді:

$$B_{\text{ц}} = \frac{\mu_0 IW}{L}. \quad (3.57)$$

Однорідність розподілу індукції вздовж осі x знаходимо аналітично. Для цього спочатку знаходимо індукцію в центрі соленоїда $B_{\text{ц}}$ (23) або (24), а потім знаходимо значення індукцій B_x (20) вздовж осі x , розбивши дожину відрізка x на рівні інтервали, починаючи з середини соленоїда і закінчуючи зовні соленоїду на відстані його діаметра.

$$\beta = \frac{B_{\text{ц}} - B_x}{B_{\text{ц}}} * 100\%. \quad (3.58)$$

Задачі для самостійного розв'язання студентами

3.3.1. Знайти розподіл величини індукції B в соленоїді радіусу a зі струмом I вздовж осі x в точці O та вправо від центру O в десяти точках: $1b \div 10b$. За заданим значенням β_{max} визначити зону однорідності магнітного поля соленоїда.

Порядок виконання:

1. Знайти значення магнітної індукції B_0 в центрі соленоїда радіуса a зі струмом I (точка O).

2. Знайти значення магнітної індукції B_1 в точці розташованій на осі x , на відстані $1b$ від центра O .

3. Провести аналогічні розрахунки для точок $2b \div 10b$.

5. Розраховані значення індукції звести в табл. 3.10 й побудувати графік залежності $B = f(x)$.

6. За формулою знайти коефіцієнт β для кожної точки ($1b \div 10b$) та за заданим значенням β_{max} визначити зону однорідності магнітного поля соленоїда.

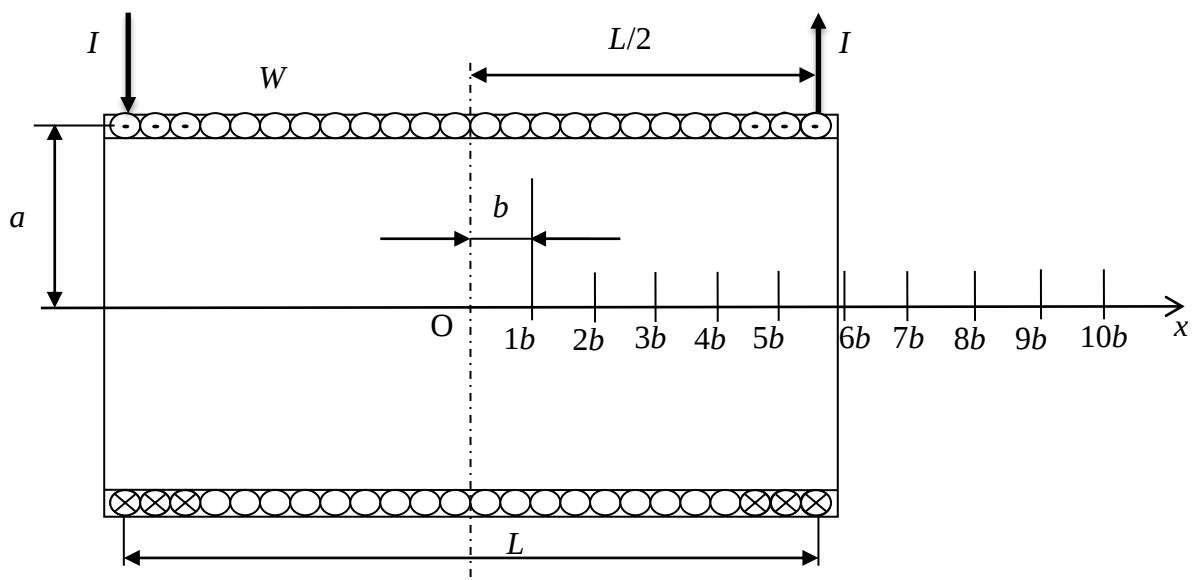


Рисунок 3.19 – Циліндрична котушка (соленоїд) з зазначеними параметрами для розрахунку магнітної індукції в точках на осі x

Таблиця 3.10 – Розрахункові значення індукції B в точках $1b, \div 10b$

$x, \text{ см}$										
$B, \text{ Тл}$										
$\beta, \%$										

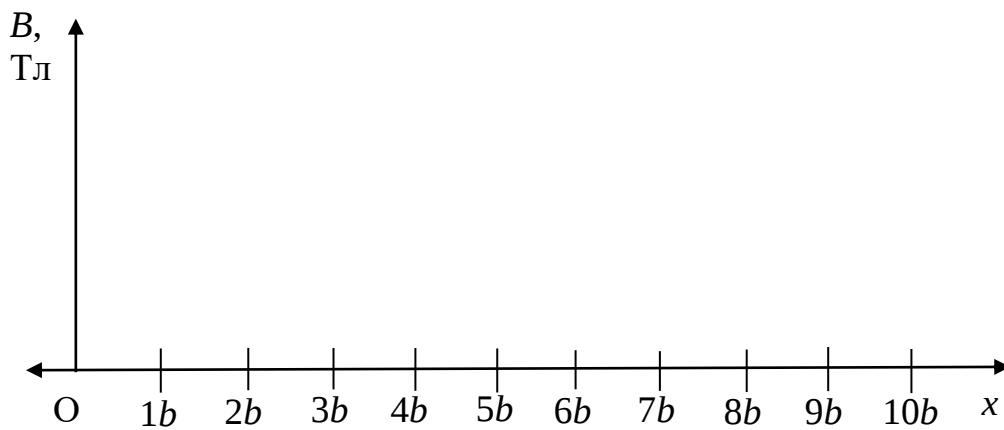


Рисунок 3.20 – Графік залежності $B = f(x)$

Значення необхідних параметрів для розрахунку, згідно вибраного варіанту, беремо з табл. 3.11.

Таблиця 3.11 – Дані для розрахунку індукції в соленоїді B

Варіант	I , А	W , витків	a , см	L , см	b , см	$\beta_{\max}$, %
1	2	100	0,5	10	1,0	2
2	4	150	0,5	15	1,5	4
3	6	200	1,0	20	2,0	5
4	8	170	1,0	25	2,2	8
5	10	150	1,5	30	2,5	10
6	12	175	1,5	35	2,8	2
7	15	160	2,0	40	3,0	4
8	15	180	2,0	45	3,2	5
9	12	250	2,5	50	3,5	8
10	10	280	2,5	55	3,8	10
11	8	400	3,0	60	4,0	2
12	6	650	3,0	65	4,2	4
13	4	700	3,5	70	4,5	5
14	2	750	3,5	75	4,8	8
15	20	150	3,0	70	4,5	10
16	25	170	1,5	60	4,0	2

3.4. Розрахунок розподілу напруженості магнітного поля в середині тороїдальної котушки

Якщо витки обмотки щільно намотані, то магнітне поле не розповсюджується зовні тороїда, тому що магнітні силові лінії не обхвачують витки тора, тому котушка буде більш енергетично економічною, ніж провідник із струмом.

Магнітне поле існує тільки в середині котушки між внутрішнім $R_{\text{вн}}$ і зовнішнім $R_{\text{зн}}$ радіусами котушки. Напруженість магнітного поля H в середині тороїду буде розподілена за гіперболічним законом.

Згідно закону повного струму, маємо:

$$\oint H dl = IW ; \quad (3.59)$$

$$H \oint dl = IW ; \quad (3.60)$$

$$\oint dl = 2\pi R . \quad (3.61)$$

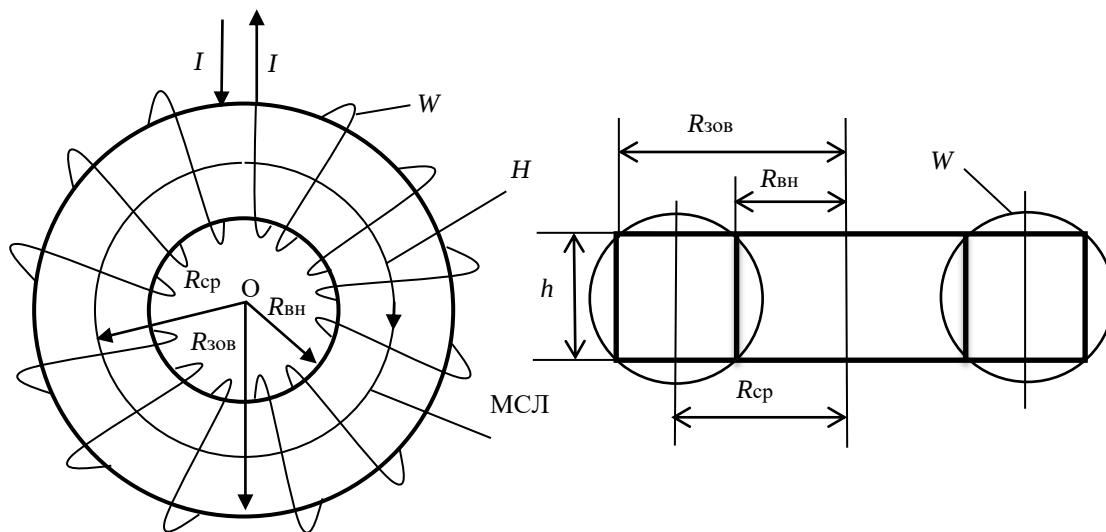


Рисунок 3.21 – Котушка у вигляді тороїду з кількістю витків W із струмом I :
МСЛ – магнітна силова лінія

Для визначення середнього значення напруженості всередині тору можна записати:

$$H_{\text{ср}} = I W / 2\pi R_{\text{ср}}. \quad (3.62)$$

Напруженість для поточного радіусу тора:

$$H = I W / 2\pi R. \quad (3.63)$$

Похибка в розрахунках пов'язана з нелінійністю функціональної залежності напруженості магнітного поля H від радіусу R силової лінії, на якій визначається напруженість.

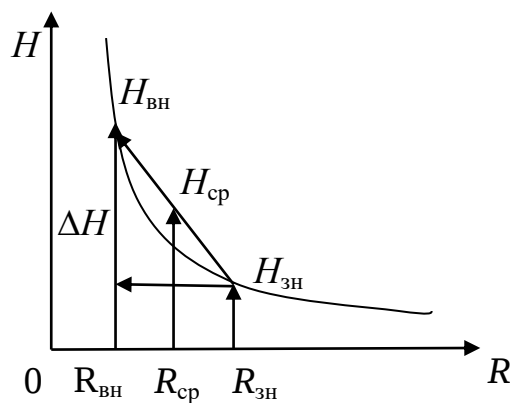


Рисунок 3.22 – Графік розподілу напруженості поля всередині тору

Криволінійну гіперболічну фігуру замінимо трикутником і запишемо:

$$\Delta H = (H_{BH} - H_{ZH}) / 2. \quad (3.64)$$

Враховуючи, що різниця між зовнішнім і внутрішнім радіусами незначна, то похибку, пов'язану з не лінійністю функції β_H , знаходимо з виразу:

$$\beta_H = \Delta H / H_{ZH} = (H_{BH} - H_{ZH}) / 2 H_{ZH}; \quad (3.65)$$

$$\beta_H = \frac{\frac{IW}{2\pi R_{BH}} - \frac{IW}{2\pi R_H}}{\frac{2IW}{2\pi R_{ZH}}} = \frac{\frac{1}{R_{BH}} - \frac{1}{R_{ZH}}}{\frac{1}{R_{ZH}}} = \frac{(R_{ZH} - R_{BH})R_{ZH}}{2 R_{BH} R_{ZH}} \quad (3.66)$$

$$\beta_H = (R_{BH} - R_{ZH}) / 2 R_{ZH}; \quad (3.67)$$

$$2 \beta_H + 1 = R_{ZH} / R_{BH}. \quad (3.68)$$

Щоб похибка не лінійності була якомога меншою, необхідно щоб значення радіусів R_{ZH} і R_{BH} були близькими. Якщо задатися похибкою нелінійності β_H , то можна визначити відношення радіусів. Так, наприклад, якщо $\beta_H = 0,05 = 5\%$, то відношення $R_{ZH} / R_{BH} = 1,1$.

У випадку коли $R_{ZH} / R_{BH} \leq 1,1$ можна використовувати середній радіус R_{cp} для визначення напруженості магнітного поля H_{cp} згідно виразу (3.62).

Якщо $1,1 < R_{ZH} / R_{BH} \leq 2,0$ (зразок не повинен бути занадто вузьким), то в розрахунку напруженості H_{INT} використовують інтегральний радіус R_{INT} , який знаходять виходячи з теореми про середнє, тобто:

$$H_{int} = \frac{1}{R_{ZH} - R_{BH}} \int_{R_{BH}}^{R_{ZH}} \frac{IW}{2\pi R} dR = \frac{1}{R_{ZH} - R_{BH}} * \frac{IW}{2\pi} \int_{R_{BH}}^{R_{ZH}} \frac{dR}{R} = \frac{1}{R_{ZH} - R_{BH}} * \frac{IW}{2\pi} \ln R \Big|_{R_{BH}}^{R_{ZH}} = \frac{1}{R_{ZH} - R_{BH}} * \frac{IW}{2\pi} \ln \frac{R_{ZH}}{R_{BH}} \quad (3.69)$$

Звідки:

$$R_{INT} = \frac{R_{ZH} - R_{BH}}{\ln \frac{R_{ZH}}{R_{BH}}}. \quad (3.70)$$

Тобто отримаємо:

$$H_{INT} = I W / 2\pi R_{INT}. \quad (3.71)$$

Магнітне поле більш економічно використовується тільки всередині тора. Причому енергія магнітного поля визначається як:

$$P = \int_V \frac{H^2}{2} dV. \quad (3.72)$$

Задачі для самостійного розв'язання студентами

3.4.1. Знайти розподіл напруженості магнітного поля всередині котушки зі струмом I у вигляді тороїду

Порядок виконання:

1. За заданими значеннями $R_{\text{зов}}$ і $R_{\text{вн}}$ із таблиці 3.13, для обраного варіанту, визначимо параметр нелінійності β_n .

2. У випадку коли $R_{\text{зов}} / R_{\text{вн}} \leq 1,1$ використовують середній радіус $R_{\text{ср}}$ для визначення напруженості магнітного поля $H_{\text{ср}}$ згідно виразу (3.62).

3. Якщо $1,1 < R_{\text{зов}} / R_{\text{вн}} \leq 2,0$, то в розрахунку напруженості $H_{\text{інт}}$, відповідно до формули (3.71), використовують інтегральний радіус $R_{\text{інт}}$, який знаходять з виразу (3.70).

4. Використовуючи формулу (3.63), визначити поточні значення напруженості магнітного поля для п'яти точок з радіусами: $R = R_{\text{вн}}$; $R = R_1$, де ($R_{\text{вн}} < R_1 \leq R_{\text{ср}}$, або $R_{\text{інт}}$); $R = R_{\text{ср}}$, або $R = R_{\text{інт}}$; $R = R_2$, де ($R_{\text{ср}}$, або $R_{\text{інт}} < R_2 \leq R_{\text{зов}}$) та $R = R_{\text{зов}}$.

5. Розраховані значення напруженості магнітного поля звести в таблицю 3.12 та побудувати графік залежності $H = f(R)$ (можна змінювати масштаб для наочності).

6. Визначити енергію магнітного поля всередині котушки у вигляді тору.

Таблиця 3.12 – Розрахункові значення H всередині тору

	$R = R_{\text{вн}}$	$R = R_1$	$R = R_{\text{ср}}, \text{або } R_{\text{інт}}$	$R = R_2$	$R = R_{\text{зов}}$
$R, \text{мм}$					
$H, \text{А/м}$					

Значення необхідних параметрів для розрахунку, згідно вибраного варіанту, беремо з табл. 3.13.

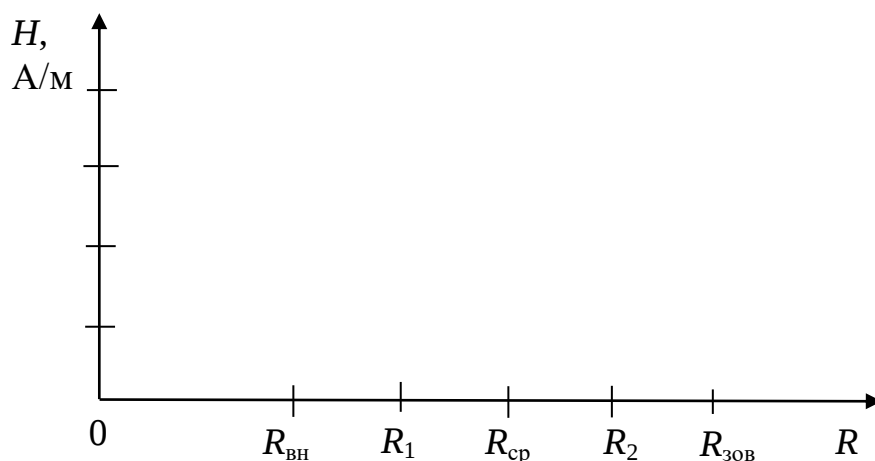


Рисунок 3.23 – Графік залежності $H = f(R)$

Таблиця 3.13 – Дані для розрахунку напруженості в середині тору

Вариант	I , А	$R_{\text{зоб}}$, мм	$R_{\text{ВН}}$, мм	h , мм	W , витків
1	4	30	28	15	170
2	4	30	27	15	170
3	4	30	25	15	170
4	4	30	20	15	170
5	3	25	23	12	140
6	3	25	18	12	140
7	3	25	14	12	140
8	2	20	18	10	190
9	2	20	16	10	190
10	2	20	14	10	190
11	2	20	10	10	190
12	1	15	12	8	130
13	1	15	10	8	130
14	1	15	8	8	130
15	2	30	25	10	170
16	3	25	20	8	150

3.5. Визначення магнітної проникності феромагнетиків за результатами експерименту

Використовуючи експериментальні значення залежності магнітної індукції від напруженості магнітного поля, побудуємо криву намагнічування для феромагнетика та визначимо відповідні відносні магнітні проникності.

Через те, що крива намагнічування магнітного матеріалу $B = f(H)$ має нелінійний характеру, можна в кожній точці кривої індукції отримати відповідне значення магнітної проникності.

Можна виділити чотири області в поведінці магнітної проникності в залежності від напруженості магнітного поля: початкову, наростання, спаду, насичення.

Статичну відносну магнітну проникність для кожної точки кривої намагніченості можна розрахувати за формулою:

$$\mu_{ri} = B_i / (\mu_0 H_i). \quad (3.73)$$

Початкову магнітну проникність μ_{π} знаходять за допомогою дотичної, проведеної з точки $H = 0$, а максимальне значення магнітної проникності $\mu_{\max}$ знаходять за допомогою дотичної, проведеної з початку координат до коліна кривої намагнічування, тобто визначають тангенси кутів нахилу дотичних до кривої намагнічування в точках $H = 0$ і $H = H_m$:

$$\mu_{\pi} = \lim_{H \rightarrow 0} (B/\mu_0 H) = \operatorname{tg} \alpha_{\pi}; \quad (3.74)$$

$$\mu_{\max} = \left. \frac{B}{\mu_0 H} \right|_{H=H_m} = \operatorname{tg} \alpha_m. \quad (3.75)$$

Більш доцільним є використання диференційної магнітної проникності $\mu_{\text{диф}}$, яка визначається з виразу:

$$\mu_{\text{диф}} = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \frac{\Delta B}{\mu_0 \Delta H} = \frac{dB}{\mu_0 dH}. \quad (3.76)$$

Причому: $dB = B_{i+1} - B_i$; $dH = H_{i+1} - H_i$, де B_{i+1} і B_i відповідно наступні та попередні значення магнітної індукції, які відповідають значенням H_{i+1} та H_i .

Співвідношення між статичною та диференційною магнітною проникністю можна отримати також, знаючи, що $B = \mu_r \mu_0 H$, тоді:

$$\mu_{\text{диф}} = d(\mu_0 \mu_r H)/d(H \mu_0) = d(\mu_r H)/dH = \mu_r + H(d\mu_r/dH). \quad (3.77)$$

Диференційна магнітна проникність більш точно описує властивості кривої намагнічування, оскільки вона являє собою тангенси нахилу дотичних, проведених в кожній точці кривої намагнічування.

Перечисленні види залежностей магнітної проникності від напруженості магнітного поля зображені на рис. 3.24.

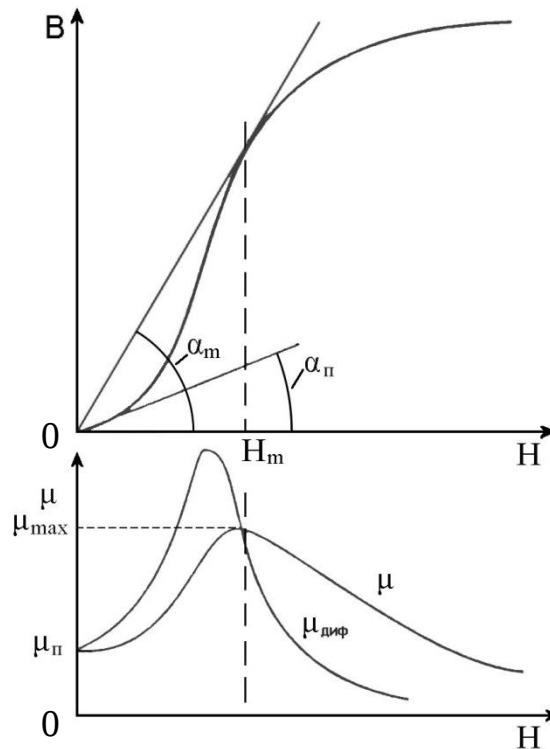


Рисунок 3.24 – Функціональні залежності μ_n , $\mu_{\max}$ і $\mu_{\text{диф}}$ від H

Для дослідження динамічних процесів при перемагнічуванні використовують динамічну відносну магнітну проникність, яку можна визначити з виразу:

$$\mu_{r\text{дин.}} = (d\mu_r/dH)(H/\mu_r). \quad (3.78)$$

Чим вище намагніченість матеріалу при заданому значенні напруженості зовнішнього поля, тим вище його відносна магнітна проникність і індукція всередині матеріалу. Проникність $\mu_{\text{поч}}$ характеризує властивості матеріалу в слабких магнітних полях. В полях, близьких за значенням до коерцитивної сили, проникність досягає максимального значення $\mu_{\max}$.

Задачі для самостійного розв'язання студентами

3.5.1. За експериментальними значеннями H і B визначити величини статичної та диференційної магнітної проникності, а також динамічної магнітної проникності для феромагнітних матеріалів.

Порядок виконання:

1. Для кожного значення H , розрахувати статичну магнітну проникність μ_r (формула 3.73).

2. Для кожного значення H , розрахувати диференційну магнітну проникність $\mu_{r\text{диф.}}$ (формула 3.76 або 3.77).

3. Для кожного значення H , розрахувати динамічну магнітну проникність $\mu_{r\text{дин.}}$ (формула 3.78).

4. Розрахувати відношення $\mu_{r\text{диф.}}/\mu_r$.

5. Розраховані значення записати в табл.3.14 та побудувати графічні залежності $B = f(H)$ на одному графіку, $\mu_r = f(H)$, $\mu_{r\text{диф.}} = f(H)$ та $\mu_{r\text{дин.}} = f(H)$ на іншому графіку.

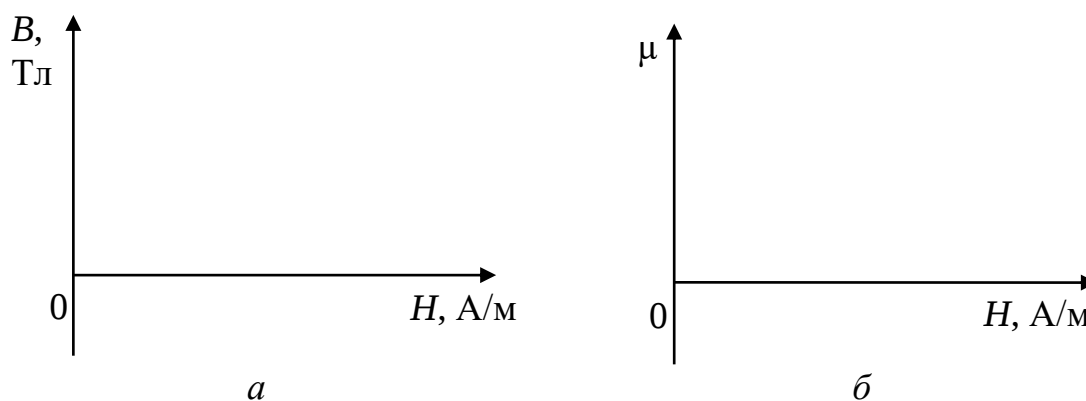


Рисунок 3.25 – Графічні залежності $B = f(H)$ - (а)

$\mu_r = f(H)$, $\mu_{r\text{диф.}} = f(H)$, та $\mu_{r\text{дин.}} = f(H)$ - (б)

Значення необхідних параметрів для розрахунку, згідно обраного варіанту, беремо з табл. 3.14.

Таблиця 3.14. Дані для розрахунку магнітних проникностей ферромагнетику

Варіант № 1. Сталь 1513					
H , А/м	B , Тл	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$, А/м	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
900	1,418				
875	1,409				
850	1,399				
825	1,388				
800	1,376				
775	1,359				
750	1,340				
725	1,321				
700	1,301				
675	1,280				
650	1,245				
625	1,197				
610	1,155				
590	0,790				
575	0,563				
570	0,546				
550	0,442				
525	0,359				
500	0,288				
475	0,238				
450	0,192				
400	0,129				
350	0,088				
300	0,058				
250	0,031				
200	0,017				
100	0,008				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 2. Сталь 1212					
$H, \text{А/м}$	$B, \text{Тл}$	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
500	1,20				
450	1,19				
400	1,18				
375	1,175				
350	1,17				
325	1,16				
300	1,13				
275	1,12				
250	1,10				
234	1,08				
216	1,065				
200	1,05				
175	1,02				
150	0,97				
125	0,90				
108	0,84				
100	0,80				
93,6	0,76				
83,2	0,66				
75	0,54				
66,5	0,41				
58,4	0,30				
50	0,21				
41,6	0,17				
33,4	0,13				
25	0,10				
16,6	0,06				
8,4	0,03				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 3. Пермалой 80НХС					
H , А/м	B , Тл	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
3199	0,672				
3000	0,625				
2900	0,622				
2500	0,617				
1980	0,612				
1620	0,607				
1460	0,605				
1260	0,602				
1180	0,600				
1100	0,597				
940	0,592				
780	0,582				
700	0,580				
580	0,572				
460	0,562				
420	0,557				
380	0,552				
340	0,547				
260	0,537				
180	0,502				
120	0,450				
40,5	0,402				
20,2	0,317				
18,3	0,205				
16,3	0,085				
14,2	0,055				
10,1	0,035				
4,0	0,017				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 4. Сталь 9Х18					
$H, \text{А/м}$	$B, \text{Тл}$	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
4751	1,58				
4157	1,56				
3562	1,52				
2921	1,47				
2381	1,41				
2258	1,39				
2138	1,37				
2019	1,35				
1900	1,33				
1785	1,31				
1663	1,29				
1544	1,26				
1500	1,24				
1425	1,2				
1313	1,14				
1188	1,07				
1100	1,02				
1069	1,0				
1000	0,94				
950	0,89				
900	0,84				
831	0,76				
800	0,72				
750	0,64				
730	0,6				
700	0,54				
680	0,5				
594	0,35				
500	0,22				
475	0,19				
356	0,083				
238	0,042				
119	0,016				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 5. Сталь 1512					
$H, \text{А/м}$	$B, \text{Тл}$	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
500	1,2				
450	1,19				
400	1,18				
350	1,17				
325	1,16				
300	1,13				
275	1,12				
250	1,1				
234	1,08				
216	1,065				
200	1,05				
175	1,02				
150	0,97				
125	0,9				
108	0,84				
100	0,8				
94	0,76				
83	0,66				
75	0,54				
67	0,41				
58	0,3				
50	0,21				
41,6	0,17				
33,4	0,13				
25	0,1				
16,6	0,06				
8,4	0,022				
7,1	0,018				
6,1	0,015				
5,0	0,012				
4,0	0,009				
3,2	0,007				
2,0	0,004				
1,0	0,002				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 6. Сталь 3413					
$H, \text{А/м}$	$B, \text{Тл}$	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
100	1,21				
96,6	1,2				
93,3	1,19				
90	1,175				
86,6	1,16				
83,3	1,14				
80	1,12				
76,6	1,1				
73,3	1,08				
70	1,06				
66,4	1,04				
63,3	1,02				
60	1,0				
56,7	0,975				
53,3	0,94				
50	0,92				
46,7	0,90				
43,3	0,87				
40	0,85				
36,7	0,82				
33,3	0,79				
30	0,75				
26,7	0,71				
23,3	0,66				
20	0,57				
16,7	0,44				
13,3	0,31				
10	0,2				
6,7	0,1				
3,3	0,01				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 7. Сталь 2212					
$H, \text{ А/м}$	$B, \text{ Тл}$	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
10487	1,839				
9583	1,817				
8492	1,787				
7429	1,747				
6370	1,699				
5413	1,612				
4371	1,533				
3905	1,437				
3347	1,347				
2825	1,246				
2281	1,112				
2083	1,055				
1847	0,983				
1713	0,904				
1596	0,889				
1465	0,832				
1363	0,790				
1250	0,728				
1126	0,662				
999	0,584				
876	0,495				
763	0,400				
636	0,297				
530	0,202				
424	0,135				
307	0,076				
201	0,041				
124	0,017				
100	0,01				
80	0,006				
60	0,003				
40	0,001				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 8. Сталь 2111					
$H, \text{ А/м}$	$B, \text{ Тл}$	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
5000	1,70				
4960	1,69				
4800	1,68				
4640	1,67				
4480	1,66				
4320	1,655				
4160	1,65				
4000	1,645				
3960	1,64				
3800	1,635				
3640	1,63				
3480	1,625				
3320	1,62				
3160	1,615				
3000	1,61				
2960	1,605				
2800	1,60				
2640	1,595				
2480	1,59				
2320	1,585				
2160	1,58				
2000	1,575				
1960	1,57				
1800	1,58				
1640	1,55				
1480	1,54				
1320	1,53				
1160	1,51				
1000	1,48				
960	1,41				
800	1,36				
640	1,28				
480	0,92				
320	0,49				
160	0,09				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 9. Пермалой 80НХС					
H , А/м	B , Тл	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
219,8	0,78				
166,7	0,77				
139,9	0,76				
112,5	0,75				
96,7	0,74				
79,2	0,72				
68,7	0,70				
60,8	0,68				
53,1	0,65				
46,5	0,62				
43,2	0,60				
40,6	0,58				
38,6	0,55				
37,3	0,52				
36,3	0,50				
34,0	0,45				
33,3	0,42				
32,0	0,40				
30,4	0,35				
28,0	0,32				
27,1	0,30				
23,8	0,25				
21,8	0,22				
19,8	0,20				
16,3	0,085				
14,5	0,15				
9,9	0,1				
4,6	0,05				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 10. Сталь 21895					
$H, \text{А/м}$	$B, \text{Тл}$	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
250	1,15				
240	1,145				
230	1,13				
220	1,11				
210	1,085				
200	1,06				
190	1,02				
180	0,97				
170	0,915				
160	0,855				
150	0,785				
140	0,715				
130	0,63				
120	0,55				
110	0,47				
100	0,395				
90	0,32				
80	0,265				
75	0,235				
65	0,18				
60	0,155				
50	0,105				
45	0,085				
35	0,05				
25	0,025				
20	0,015				
10	0,005				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 11. Сталь 1571					
H , А/м	B , Тл	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
1450	1,286				
1410	1,286				
1390	1,286				
1370	1,286				
1290	1,286				
1250	1,286				
1230	1,284				
1190	1,284				
1150	1,282				
1110	1,282				
1070	1,282				
1030	1,282				
1010	1,282				
970	1,278				
950	1,278				
910	1,276				
870	1,274				
790	1,274				
750	1,27				
710	1,268				
650	1,268				
610	1,266				
590	1,266				
570	1,262				
510	1,258				
470	1,254				
410	1,25				
330	1,242				
290	1,236				
250	1,226				
210	1,21				
170	1,186				
150	0,85				
110	0,622				
90	0,07				
70	0.01				
50	0,004				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 12. Пермалой 50НХС					
H , А/м	B , Тл	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
1427	1,255				
627	1,225				
590	1,225				
536	1,22				
482	1,215				
427	1,215				
391	1,205				
336	1,20				
300	1,195				
264	1,195				
227	1,185				
191	1,175				
154	1,165				
136	1,155				
118	1,145				
100	1,135				
82	1,125				
63,6	1,095				
45,5	1,005				
27,3	0,4				
18,2	0,135				
9,1	0,015				
21,8	0,22				
19,8	0,20				
16,3	0,085				
14,5	0,15				
9,9	0,1				
4,6	0,05				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 13. Сталь20832					
$H, A/m$	$B, Tл$	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
10466	1,860				
10000	1,852				
9364	1,841				
8319	1,817				
7302	1,795				
6228	1,732				
5193	1,729				
5000	1,702				
4138	1,685				
3601	1,660				
3093	1,643				
2584	1,638				
2500	1,622				
2104	1,607				
1878	1,595				
1680	1589				
1567	1,579				
1454	1,564				
1384	1,555				
1257	1,542				
1144	1,538				
1031	1,531				
1000	1,513				
946	1,491				
834	1,466				
721	1,435				
636	1,405				
561	1,37				
508	1,349				
455	1,317				
409	1,221				

Продовження таблиці 3.14.

351	1,13				
296	1,034				
251	0,86				
212	0,54				
161	0,142				
128	0,125				
100	0,11				
95	0,085				
90	0,08				
85	0,057				
80	0,047				
75	0,043				
70	0,040				
65	0,039				
60	0,038				
55	0,032				
50	0,025				
45	0,019				
40	0,014				
35	0,010				
30	0,008				
25	0,008				
20	0,006				
15	0,004				
10	0,002				
5	0,0001				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 14. Сталь 3411					
$H, \text{ А/м}$	$B, \text{ Тл}$	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
10466	1,813				
10000	1,806				
9392	1,791				
8318	1,765				
7274	1,740				
6229	1,712				
5155	1,680				
5000	1,675				
4138	1,646				
3602	1,627				
3093	1,608				
2612	1,586				
2500	1,581				
2105	1,556				
1879	1,545				
1681	1,531				
1568	1,523				
1455	1,515				
1370	1,506				
1284	1,494				
1145	1,485				
1031	1,472				
1000	1,466				
946	1,457				
833	1,439				
720	1,419				
636	1,394				
523	1,359				
410	1,309				
297	1,229				
212	1,068				
127	0,606				
98,9	0,365				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 15. Сталь2215					
$H, \text{А/м}$	$B, \text{Тл}$	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
10466	1,860				
10000	1,852				
9364	1,841				
8319	1,817				
7302	1,795				
6229	1,765				
5184	1,737				
5000	1,729				
4138	1,702				
3602	1,685				
3093	1,660				
2585	1,643				
2500	1,638				
2105	1,622				
1879	1,608				
1681	1,595				
1568	1,589				
1454	1,580				
1384	1,573				
1257	1,564				
1144	1,555				
1031	1,542				
1000	1,538				
946	1,521				
833	1,513				
720	1,491				
636	1,466				
560	1,435				
508	1,405				
455	1,370				
409	1,349				

Продовження таблиці 3.14.

350	1,318				
297	1,227				
250	1,130				
212	1,032				
160	0,86				
127	0,540				
100	0.173				
95	0,142				
90	0,125				
85	0,117				
80	0,085				
75	0,068				
70	0,057				
65	0,047				
60	0,038				
55	0,032				
50	0,025				
45	0,020				
40	0,015				
35	0,010				
30	0,009				
25	0,008				
20	0,006				
15	0,004				
10	0,002				
5	0,0001				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 16. Сталь 1511					
$H, \text{А/м}$	$B, \text{Тл}$	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
3380	1,488				
3260	1,488				
3180	1,483				
3100	1,480				
3020	1,478				
2940	1,478				
2900	1,478				
2860	1,478				
2820	1,475				
2780	1,473				
2740	1,472				
2660	1,470				
2620	1,468				
2540	1,467				
2500	1,465				
2420	1,463				
2380	1,460				
2300	1,458				
2220	1,453				
2140	1,452				
2020	1,450				
1940	1,448				
1860	1,443				
1780	1,438				
1660	1,435				
1580	1,433				
1500	1,428				
1420	1,425				
1300	1,413				
1140	1,403				
1020	1,400				
980	1,393				
860	1,383				

Продовження таблиці 3.14.

780	1,373				
700	1,363				
620	1,353				
540	1,338				
460	1,325				
420	1,313				
340	1,293				
300	1,258				
220	1,223				
140	1,148				
100	1,048				
60	0,558				
40	0,183				

Продовження таблиці 3.14.

Варіант № 17. Сталь 10895					
$H, A/м$	$B, Тл$	μ_r	$\mu_{r\text{диф.}}$	$\mu_{r\text{дин.}}$	$\mu_{r\text{диф.}} / \mu_r$
10523	1,876				
10000	1,869				
9393	1,857				
8319	1,832				
7274	1,806				
6229	1,778				
5184	1,748				
5000	1,745				
4138	1,715				
3630	1,696				
3121	1,677				
2613	1,654				
2500	1,649				
2105	1,624				
1891	1,614				
1681	1,597				
1568	1,589				
1455	1,580				
1370	1,570				
1257	1,557				
1158	1,545				
1045	1,528				
1000	1,521				
946	1,510				
833	1,485				
720	1,457				
636	1,419				
537	1,353				
423	1,268				
311	1,132				
226	0,893				
127	0,332				
100	0,165				
71	0,14				
56,5	0,12				
42,8	0,11				
28,4	0,07				
14,3	0,04				
11,7	0,03				
8,3	0,01				
1,3	0,001				

Контрольні запитання

1. Які параметри магнітного матеріалу можна визначити маючи петлю гістерезису.
2. Знайдіть глибину проникнення змінного магнітного поля в магнетик, якщо частота зміни складає 1000 Гц, $\mu_r = 500$ та $\sigma = 0,2$ МСм/м.
3. Які параметри магнітного матеріалу можна визначити з основної кривої намагнічування.
4. Наведіть формули для визначення статичної μ_r , диференційної $\mu_{r\text{диф}}$ та динамічної $\mu_{r\text{дин}}$ магнітної проникності магнітного матеріалу.
5. Охарактеризуйте різницю між магнітними властивостями магнетиків в статичних і змінних магнітних полях.
6. В чому полягає різниця між насиченням намагнічування та максимальною намагніченістю.
7. Яка різниця між мимовільним намагнічуванням і намагнічуванням насичення.
8. Сформулюйте визначення кривої намагнічування, петлі гістерезису та магнітного насичення.
9. Як визначити питомі магнітні втрати потужності на гістерезис.
10. Від чого залежать питомі магнітні втрати потужності на вихрові струми.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ ІНФОРМАЦІЇ

1. Гріффітс Д. Дж. Вступ до електродинаміки / Д. Дж. Гріффітс. – 4-те вид. – Київ : Наукова думка, 2020. – 648 с.
2. Пурселл Е. М. Електрика і магнетизм: курс Берклі. Т. 2 / Е. М. Пурселл, Д. Дж. Морін. - 3-тє вид. – Кембридж : Cambridge University Press, 2013. – 856 с.
3. Джексон Дж. Д. Класична електродинаміка / Дж. Д. Джексон. – 3-тє вид. – Нью-Йорк :Wiley, 1998. – 832 с.
4. Крішнан К. М. Основи та застосування магнітних матеріалів / К. М. Крішнан. – Кембридж : Cambridge University Press, 2016. – 760 с.
5. Джайлз Д. Вступ до магнетизму та магнітних матеріалів / Д. Джайлз. – 3-тє вид. – Бока-Ратон : CRC Press, 2015. – 512 с.
6. Русаков В.Ф. Електрика та магнетизм: навчальний посібник / В.Ф. Русаков. Вінниця : ДонНУ імені Василя Стуса, 2020. – 244 с.
7. Калліті Б. Д. Вступ до магнітних матеріалів / Б. Д. Калліті, К. Д. Грем. - 2-ге вид. – Нью-Йорк : Wiley-IEEE Press, 2011. – 568 с.
8. Бушоу К. Х. Дж. Довідник з магнітних матеріалів. Т. 23 / К. Х. Дж. Бушоу (ред.). – Амстердам : Elsevier, 2015. – 426 с.
9. Бушоу К. Х. Дж. Довідник з магнітних матеріалів. Т. 24 / К. Х. Дж. Бушоу (ред.). – Амстердам : Elsevier, 2015. – 436 с.
10. Саймон Коттон. Магнітні матеріали: фундаментальні та прикладні аспекти / С. Коттон. – Кембридж : Cambridge University Press, 2024. – 600 с.
11. Основи метрології та вимірювальної техніки: у 2 т. Т. 2: підручник / [М. Дорожовець, В. Мотало, Б. Стадник та ін.]; за ред. Б. Стадника. – Львів : НУ «Львівська політехніка», 2005. – 656 с.
12. Поліщук Є. С. Методи та засоби вимірювань не електричних величин: підручник / Поліщук Є. С. – Львів : Видавництво Державного університету «Львівська політехніка», 2000. – 360 с.
13. Електронні засоби вимірювальної техніки для електричних та магнітних величин : ДСТУ 3540-97. – [Чинний від 01.01.1998]. – Київ : Держстандарт України, 1997. – 40 с.
14. Горкунов Б.М. Безконтактна розбраковка матеріалу металевих пластин однієї марки сталі за їх електромагнітними параметрами / Б.М. Горкунов, С.Г. Львов, Є.А. Борисенко, Аббасі Жаббар // Метрологія та прилади. – Харків : 2020 – № 6(86). – С. 3–8. DOI:10.33955./2307-2180(6)2020.
15. Горкунов Б.М. Автоматизована установка для намагнічування високо коерцитивних магнітів електромагнітних приводів / Б.М. Горкунов,

М.М. Сіренко, С.Г. Львов, В.В. Лисенко // Метрологія та прилади. – Харків : 2020. – № 2(82). – С. 13–29. DOI:10.33955./2307-2180(2)2020.

16. Куц Ю.В. Магнітний неруйнівний контроль: Навчальний посібник/ Ю.В. Куц, А.Г. Протасов, В.К. Цапенко, В.С. Єременко, Ю.Ю. Лисенко. Київ : НТТУ «КПІ», 2012. – 139 с.

17. Величини та одиниці. Частина 1. Загальні положення : ДСТУ ISO 80000-1:2016. – [Чинний від 01.01.2018]. – Київ : Національний науковий центр «Інститут метрології». – 9 с.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Розмірності електричних та магнітних сталих

Назва фізичної величини	Позначення	Одиниця в СІ	Розмірність в SI
Електрична стала (ϵ_0)	ϵ_0	Ф/м	$A^2 \cdot s^4 \cdot kg^{-1} \cdot m^{-3}$
Магнітна стала (μ_0)	μ_0	Гн/м	$kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Швидкість світла (с)	с	м/с	$m \cdot s^{-1}$
Елементарний заряд (е)	е	Кл	$A \cdot s$
Стала Планка (h)	h	Дж·с	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$
Провідність вакууму	$1/\mu_0 \cdot c^2$	$C \cdot m^{-1} \cdot V^{-1}$	$A^2 \cdot s^3 \cdot kg^{-1} \cdot m^{-3}$
Електричне поле (E)	E	В/м	$kg \cdot m \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Магнітне поле (B)	B	Тл	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$

Назва константи	Позначення	Значення (в SI)	Одиниця виміру
Магнітна проникність вакууму (магнітна стала)	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	Гн/м ($H \cdot A^{-2}$)
Магнітна індукція	B	—	Тл (Тесла)
Магнітне поле (напруженість)	H	—	А/м
Магнітна проникність матеріалу	μ	$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$	Гн/м
Відносна магнітна проникність	μ_r	—	Безрозмірна
Магнітна сприйнятливість	χ^m	$\chi^m = \mu_r - 1$	Безрозмірна
Магнітна енергія (густина)	w^m	$w^m = \frac{1}{2} \cdot B \cdot H$	Дж/м ³
Магнітний момент	m	—	$A \cdot m^2$
Питомий магнітний момент	μ	—	Дж/Тл або $A \cdot m^2/kg$
Коерцитивна сила	Hc	—	А/м
Насичення магнітної індукції	Bs або Bsat	—	Тл
Остаткова намагніченість	Br	—	Тл
Площа петлі гістерезису	—	—	Дж/м ³ за цикл
Температура Кюрі	Tc	—	К (Кельвін)

Додаток 2

Фізичні константи

Назва константи	Позначення	Значення (в SI)	Одиниця виміру
Електрична стала (діелектрична проникність вакууму)	ϵ_0	$8.854187817 \times 10^{-12}$	Ф/м (Фарада на метр)
Швидкість світла у вакуумі	c	$\approx 2.99792458 \times 10^8$	м/с
Елементарний заряд	e	$1.602176634 \times 10^{-19}$	Кл (Кулон)
Постійна Планка	h	$6.62607015 \times 10^{-34}$	Дж·с
Питома електрична провідність	σ	—	См/м (Сіменс на метр)
Електричне поле	E	—	В/м
Напруга	U або V	—	В (Вольт)
Електричний струм	I	—	А (Ампер)
Опір	R	—	Ом
Питомий опір	ρ	—	Ом·м
Ємність	C	—	Ф (Фарада)
Постійна часу RC-кола	τ	$\tau = R \cdot C$	с (секунда)
Потужність електричного струму	P	$P = U \cdot I$ або $I^2 \cdot R$	Вт (Ват)
Енергія електричного поля	W_e	$W_e = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$	Дж (Джоуль)
Питомий заряд (заряд на одиницю маси)	q/m	—	Кл/кг
Діелектрична проникність матеріалу	ϵ	$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$	Ф/м
Відносна діелектрична проникність	ϵ_r	—	Безрозмірна

Додаток 3

Магнітна проникність деяких матеріалів

Матеріал	Тип магнетизму	Відносна магнітна проникність μ_r	Абсолютна магнітна проникність (μ)
Вакуум	—	1.00000	1.2566×10^{-6}
Повітря	Діамагнетик	≈ 1.00000037	$1.25663753 \times 10^{-6}$
Вода	Діамагнетик	≈ 0.999991	$\approx 1.2566 \times 10^{-6}$
Мідь	Діамагнетик	≈ 0.999994	$\approx 1.2566 \times 10^{-6}$
Срібло	Діамагнетик	≈ 0.99998	
Висмут	Діамагнетик	0.999834	1.25643×10^{-6}
Сарфир	Діамагнетик	0.99999976	1.2566368×10^{-6}
Фторопласт 4, Ф-4, Teflon	Діамагнетик	1.2567×10^{-6}	1
Алюміній	Парамагнетик	≈ 1.000022	1.256665×10^{-6}
Платина	Парамагнетик	≈ 1.00026	1.2569×10^{-6}
Мартенситна нержавіюча сталь (відпущена / відожжена)	Парамагнетик	750 – 950	$9.42 \times 10^{-4} - 1.19 \times 10^{-3}$
Аустенітна нержавіюча сталь	Парамагнетик	1.003^{-7}	$1.260 \times 10^{-6} - 8.8 \times 10^{-6}$
Водень (газ)	Парамагнетик	1	1.2566371×10^{-6}
Дерево	Парамагнетик	1.00000043	$1.25663760 \times 10^{-6}$
Парамагнітні речовини (типово)	Парамагнетик	1.00001 – 1.003	$(1.2578 - 1.2604) \times 10^{-6}$
Залізо (чисте, технічне)	Феромагнетик	200 – 5000	$2.51 \times 10^{-4} - 6.28 \times 10^{-3}$
Сталь (м'яка)	Феромагнетик	100 – 5000	$1.26 \times 10^{-4} - 6.28 \times 10^{-3}$
Нікель	Феромагнетик	100 – 600	$1.26 \times 10^{-4} - 7.54 \times 10^{-4}$
Кобальт	Феромагнетик	250 – 600	$3.14 \times 10^{-4} - 7.54 \times 10^{-4}$

Матеріал	Тип магнетизму	Відносна магнітна проникність μ_r	Абсолютна магнітна проникність (μ)
Ферити	Феромагнетик	100 – 10000	$1.26 \times 10^{-4} - 1.26 \times 10^{-2}$
Електротехнічна кремнієва сталь	Феромагнетик	4000 – 7000	$5.03 \times 10^{-3} - 8.80 \times 10^{-3}$
Пермаллой (Ni–Fe сплав)	Феромагнетик	$10^4 - 10^5$	$1.26 \times 10^{-2} - 1.26 \times 10^{-1}$
Мю-метал (сплав для екранів)	Феромагнетик	до 2×10^5	до 2.51×10^{-1}
Нікель-цинковий ферит	Феромагнетик	16 – 640	$2.0 \times 10^{-5} - 8.0 \times 10^{-4}$
NANOPERM — магнітом'який нанокристалічний сплав	Феромагнетик	80000	1.0×10^{-1}
Неодимовий магніт (NdFeB)	Феромагнетик	1.05	1.32×10^{-6}
Мартенситна нержавіюча сталь (закалена)	Може бути феромагнетиком після загартування	40 – 95	$5.0 \times 10^{-5} - 1.2 \times 10^{-4}$
Суперпарамагнетики (наноматеріали)	Суперпарамагнетик	10 – 1000	

Діамагнетики мають $\mu_r < 1$, дуже слабо відштовхуються магнітним полем.

Парамагнетики мають $\mu_r > 1$, слабо притягуються.

Феромагнетики мають дуже велике μ_r , утворюють магнітні домени й можуть бути намагнічені.

Додаток 4

Електрична проникність різних матеріалів

Матеріал	Тип матеріалу	ϵ_r (приблизно)	$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ (Ф/м)
Вакуум	Абсолютна одиниця	1.00000	8.85×10^{-12}
Повітря	Газ	1.0006	8.86×10^{-12}
Вода (20 °C)	Полярна рідина	80.1	7.10×10^{-10}
Лід	Тверде тіло	3.2	7.97×10^{-10}
Скло (типове)	Діелектрик	5.0	4.43×10^{-11}
Полістирол	Полімер	2.6	2.30×10^{-11}
Поліетилен	Полімер	2.25	1.99×10^{-11}
Слюда	Діелектрик	6	5.31×10^{-11}
Парафін	Органічна речовина	2.1	1.86×10^{-11}
Тефлон (PTFE)	Полімер	2.1	1.86×10^{-11}
Кераміка (BaTiO ₃)	Фероелектрик	1000	8.85×10^{-9}
Напівпровідник (кремній)	Напівпровідник	11.7	1.04×10^{-10}
Напівпровідник (германій)	Напівпровідник	16	1.42×10^{-10}
Епоксидна смола	Полімер/композит	4.0	3.54×10^{-11}
Силіконова олія	Ізоляційна рідина	2.7	2.39×10^{-11}
Олія трансформаторна	Ізолююча рідина	2.2	1.95×10^{-11}
Кварц (SiO ₂)	Діелектрик	3.8 – 4.5	3.45×10^{-11}
Папір (сухий)	Твердий діелектрик	2 – 3.5	2.66×10^{-11}
Фарфор	Керамічний матеріал	6	5.31×10^{-11}
ПВХ (полівінілхлорид)	Полімер	3 – 5	$2.66 \div 3.54 \times 10^{-11}$
Супердіелектрики (спец. кераміка)	Для мікроелектроніки	до 10^5	$8.85 \times 10^{-8} \div 8.85 \times 10^{-7}$

1. Значення ϵ_r залежать від **температури, частоти поля та вологості** (для гігроскопічних матеріалів).

2. **Полярні рідини** (вода, спирт) мають велику електричну проникність через орієнтацію диполів.

3. **Фероелектрики** (наприклад, BaTiO₃) мають надзвичайно високу ϵ_r , що використовується в конденсаторах.

Додаток 5

Питома електропровідність деяких металів та графіта

Метал	Темпе- ратура, °C	Питома електроп- ровідність МСм/м	Глибина проникнення ви- хрових струмів, (мм) на ча- стоті, (Гц)		
			50	1000	10000
Алюміній	20	37.2	12.7	2.61	0.826
Барій	20	2.0	50.4	11.3	3.57
Ванадій	20	3.85	37.0	8.11	2.56
Вольфрам	20	18.2	16.7	3.74	1.18
Графіт	0	0.125	202	45	14.2
Залізо	20	10.3	22.2	4.9	1.55
Золото	0	48.5	10.24	2.28	0.721
Індій	0	12.2	20.4	4.56	1.45
Калій	0	16.8	17.6	3.94	1.24
Кальцій	20	24.6	14.4	3.22	1.02
Кобальт	20	16.0	17.8	3.98	1.26
Латунь	20	12.5	20.1	4.49	1.42
Літій	0	11.8	20.6	4.63	1.46
Магній	20	22.7	14.9	3.33	1.06
Мідь	20	59.75	9.23	2.06	0.651
Нікель	20	14.6	18.6	4.16	1.32
Олово	20	7.81	25.4	6.34	1.79
Платина	0	10.2	22.3	4.94	1.57
Ртуть	20	1.04	69.5	15.3	4.84
Свинець	20	4.85	32.3	7.24	2.28
Срібло	0	68.1	8.62	1.92	0.608
Тітан	20	1.82	52.8	11.8	3.74
Хром	20	5.24	31.0	6.95	2.20
Цинк	20	16.9	17.3	3.87	1.23

Навчальне видання

ГОРКУНОВ Борис Митрофанович
ЛЬВОВ Сергій Геннадійович
ДРОЗДОВА Тетяна Василівна
СІРЕНКО Микола Миколайович

ОСНОВИ МАГНІТОМЕТРІЇ

Навчальний посібник
для студентів спеціальності
G6 «Інформаційно-вимірювальні технології»
усіх форм навчання

Відповідальний за випуск проф. Григоренко І. В.

Роботу до видання рекомендувала доц. Крилова В. А.

В авторській редакції

План 2025 р., поз. 59

Гарнітура Times. Ум. друк. арк. _____.

Видавничий центр НТУ «ХПІ».
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2017 р.
61002, Харків, вул. Кирпичова, 2

Електронне видання