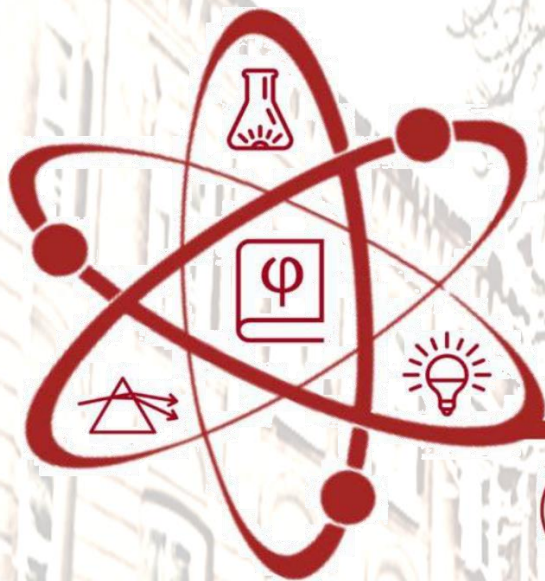




Кафедра Фізики



Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»

ФІЗИКА

ТЕМАТИЧНІ ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Харків

2024

МІНІСТЕРСТВО НАУКИ І ОСВІТИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

ФІЗИКА
ТЕМАТИЧНІ ІНДИВІДУАЛЬНІ
ЗАВДАННЯ
для самостійної роботи

Навчально-методичний посібник
для студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів

За загальною редакцією
доц. С. Д. Гапаченко

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету
протокол №2 від 28.06.2023 р.

Харків
НТУ «ХПІ»
2024

УДК 53.01+53.02

Фі 48

Рецензенти:

В. А. Сіренко, провідний науковий співробітник відділу магнітних та пружних властивостей
твердих тіл ФТПНТ ім. Б.І. Веркіна НАНУ, д-р фіз.-мат. наук, професор

В. В. Старіков, завідувач кафедри «Технічна кріофізика» НТУ «ХПІ» МОН України
д-р фіз.-мат. наук, доцент

Авторський колектив :

С. Д. Гапochenко, О. А. Любченко, О. М. Андреева, О. М. Андреев,
Ю. І. Веретеннікова, О. С. Водоріз, І. В. Галушак, Т. М. Шелест

Фізика. Тематичні індивідуальні завдання для самостійної роботи :

Фі 48 навч.-метод. посіб. : / С. Д. Гапochenко, О. А. Любченко, О. М.

Андреева та ін. ; за заг. ред. доц. С. Д. Гапochenко – Харків : НТУ
«ХПІ», 2024. – 220 с.

ISBN 978-617-05-0477-7

Навчально-методичний посібник містить матеріали (теорію, приклади розв'язку типових задач, алгоритмізований розв'язок задачі, тести і двадцять п'ять задач) для самостійної роботи за сімома окремими темами курсу фізики. Посібник відповідає програмі курсу «Фізика» і може використовуватись для самостійної роботи студентів та в технологіях модульного навчання.

Призначено для студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Іл. : 189. Табл. : 6. Бібліогр. : 9 назв.

ISBN 978-617-05-0477-7

УДК 53.01+53.02

© Гапochenко С. Д., Любченко О. А.,
Андреева О. М. та ін., 2024
© НТУ «ХПІ», 2024

ВСТУП

Сучасний етап розвитку суспільства відзначається кардинальними змінами у структурі світової економіки, стрімким зростанням об'єму нового знання, що зумовлює потребу у принципово нових професіях. Успішне подолання викликів можливе лише за зміною парадигми навчального процесу, зокрема, у вищій школі. Необхідною складовою цих змін є культура мислення майбутнього інженера, яка б забезпечила розвиток здатності до самоосвіти протягом усього життя. У зв'язку з цим актуалізується проблема формування навичок самостійної роботи з великими об'ємами нового матеріалу. Важливою рисою сучасної освіти є її транснаціональний характер за рахунок поширення он-лайн освіти, що теж потребує вміння самостійно опрацьовувати матеріал он-лайн курсів.

Фізика є однією з базових дисциплін фундаментальної підготовки майбутніх інженерів. Саме вивчення законів фізики і опанування навичок їхнього практичного застосування сприяють формуванню у студентів логічного мислення, а також надають широкі можливості для розвитку навичок до самостійної роботи.

Даний навчально-методичний посібник має на меті допомогти студентам у самостійній роботі над окремими найбільш складними темами з семи розділів фізики. Посібник має оригінальну структуру. За кожною темою він містить короткі теоретичні відомості, детальні приклади розв'язання декількох комплексних задач, алгоритмізований приклад розв'язку типової задачі студентами (варіант без відповідей і той же варіант з відповідями), тести для самоперевірки і двадцять п'ять задач для індивідуальної роботи. Навчально-методичний посібник є складовою навчально-методичного комплексу, що розробляється на кафедрі фізики НТУ «ХПІ».

Структура і зміст посібника сприяє набуттю студентами навичок самостійної роботи і зумовлює можливість його використання в різних формах навчання: очній, заочній, дистанційній.

Доц. Гапochenко С. Д. підготувала тему 5, брала участь у розробці концепції посібника і редагуванні усіх тем, проф. Любченко О. А. підготувала вступ і брала участь у розробці концепції посібника, доц. Андреева О. М. підготувала тему 6 і брала участь у розробці концепції посібника, доц. Шелест Т. М. підготувала тему 1, доц. Андреев О. М. – тему 2, доц. Водоріз О. С. – тему 3, доц. Веретеннікова Ю. І. – тему 4, доц. Галушак І. В. – тему 7.

ТЕМА 1: КІНЕМАТИКА ТІЛА, КИНУТОГО ПІД КУТОМ ДО ГОРИЗОНТУ

1.1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1. Матеріальна точка – тіло, що має масу, розмірами якого в даній задачі можна знехтувати. Наприклад, при розгляді руху Землі навколо Сонця Землю можна вважати матеріальною точкою.

Система матеріальних точок – сукупність тіл (або їх частин), кожне з яких в умовах даної задачі можна вважати матеріальною точкою.

2. Механічний рух – зміна положення тіла відносно інших тіл в просторі з часом.

Тіло відліку – тіло, відносно якого визначається положення іншого тіла.

Система відліку – сукупність системи координат і годинника, які пов'язані з тілом відліку (рис. 1.1).

Положення точки (наприклад, точки A) в просторі задається або за допомогою трьох її координат x, y, z (якщо система координат декартова) або радіусом-вектором $\vec{r}$, проведеним з початку системи координат в цю точку

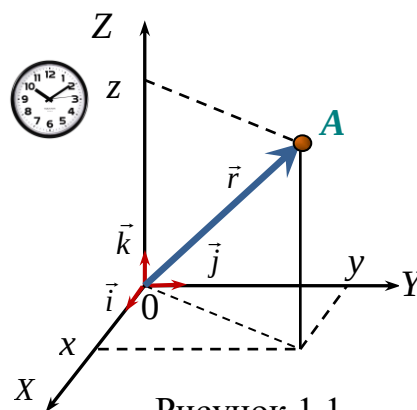


Рисунок 1.1

3. Щоб визначити положення матеріальної точки в будь-який момент часу необхідно вказати залежність від часу всіх трьох її координат

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t), \end{cases} \quad (1.1)$$

або залежність від часу радіус-вектора цієї точки

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (1.2)$$

Три скалярних рівняння (1.1) або еквівалентне їм векторне рівняння (1.2) називаються **кінематичними рівняннями руху матеріальної точки**.

4. Траєкторія руху матеріальної точки – умовна лінія, яку описує точка під час руху (рис. 1.2). Залежно від форми траєкторії рух може бути прямолінійним або криволінійним.

Прямолінійний рух – рух при якому траєкторією є пряма лінія. **Криволінійний рух** – рух, траєкторія якого є кривою лінією.

5. **Довжина шляху** ΔS за інтервал часу Δt – довжина ділянки траєкторії, пройденого матеріальною точкою за цей інтервал часу (рис. 1.2).



Рисунок 1.2

6. **Переміщенням** $\Delta \vec{r}$ за інтервал часу Δt називається вектор, проведений з початкового положення точки в кінцеве положення точки (див. рис. 1.2, рис. 1.3)

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \quad (1.3)$$

7. **Миттєвою швидкістю** $\vec{v}$ матеріальної точки називається векторна величина, яка дорівнює першій похідній від радіус-вектора за часом

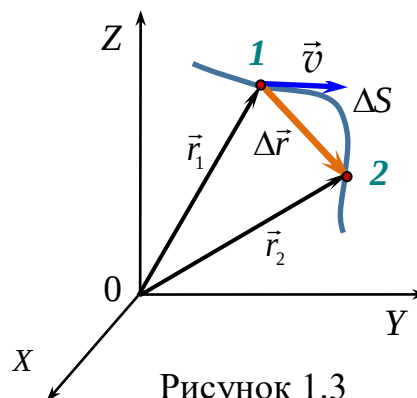


Рисунок 1.3

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1.4)$$

У СІ $[v] = \text{м/с}$. $\text{Dim } v = LT^{-1}$.

Вектор миттєвої швидкості напрямлений по дотичній до траєкторії в напрямку руху (рис. 1.4).

Середньою швидкістю $\langle \vec{v} \rangle$ матеріальної точки за проміжок часу Δt називається векторна величина, яка визначається співвідношенням

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad (1.5)$$

де $\Delta \vec{r}$ – переміщення матеріальної точки за інтервал часу Δt . Напрямок вектору $\langle \vec{v} \rangle$ збігається з напрямком з вектором $\Delta \vec{r}$ (див. рис. 1.4).

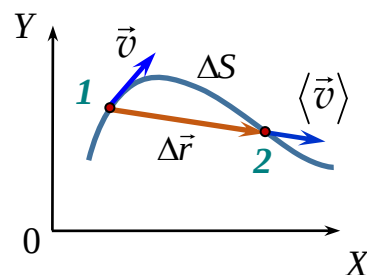


Рисунок 1.4

Середньою шляховою швидкістю $\langle v \rangle$ матеріальної точки за проміжок часу Δt називається фізична величина, яка визначається співвідношенням

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \quad (1.6)$$

де ΔS – довжина шляху, пройденого точкою за інтервал часу Δt .

8. Прискорення – векторна величина, що характеризує швидкість зміни чисельного значення (модуля) та напрямку швидкості і дорівнює першій похідній від вектора швидкості за часом або другій похідній від радіус-вектора за часом

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}. \quad (1.7)$$

$$\text{У СІ } [a] = \text{м/с}^2. \text{ Dim } a = LT^{-2}.$$

Повне прискорення може бути надане як векторна сума двох складових – тангенціального та нормального прискорення (рис. 1.5).

Тангенціальне прискорення $\vec{a}_\tau$ напрямлене вздовж дотичної до траєкторії і визначає зміну модуля швидкості за часом

$$\vec{a}_\tau = \vec{\tau} \frac{dv}{dt}, \quad (1.8)$$

де $\vec{\tau}$ – одиничний вектор (орт), дотичний до траєкторії і напрямлений вздовж вектора $\vec{v}$, $|\vec{\tau}| = 1$.

Нормальне прискорення $\vec{a}_n$ напрямлене вздовж головної нормалі до центру кривизни траєкторії і характеризує зміну швидкості за напрямком

$$\vec{a}_n = \vec{n} \frac{v^2}{R}. \quad (1.9)$$

де $\vec{n}$ – одиничний вектор (орт головної нормалі), напрямлений вздовж головної нормалі – радіуса R кривизни траєкторії в даній точці, $|\vec{n}| = 1$.

Повне прискорення $\vec{a}$ матеріальної точки

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \quad (1.10)$$

а його модуль

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}. \quad (1.11)$$

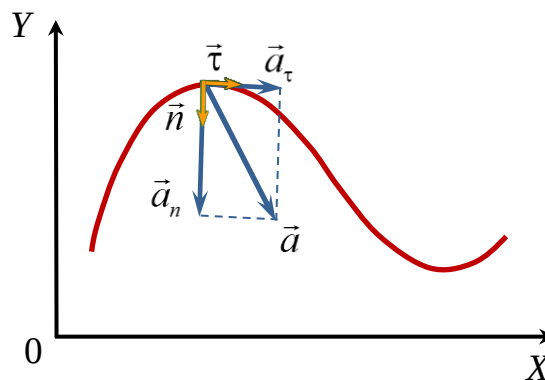


Рисунок 1.5

9. За характером зміни швидкості механічний рух поділяють на рівномірний і нерівномірний.

Рівномірний рух – рух, при якому тіло за будь-які рівні проміжки часу проходить шляхи однакової довжини ($a = 0, v = \text{const}$).

Рівнозмінний рух – рух, при якому швидкість тіла змінюється за будь-які рівні проміжки часу на однакову величину ($a = \text{const}$). Вирізняють два види рівнозмінного руху: рівноприскорений і рівносповільнений. **Рівноприскорений рух** – рух, при якому модуль швидкості тіла зростає за будь-які рівні проміжки часу на однакову величину, а **рівносповільнений рух** – рух при якому модуль швидкості тіла зменшується за будь-які рівні проміжки часу на однакову величину.

10. **Рівномірний прямолінійний рух** – це рух, при якому тіло за будь-які рівні інтервали часу здійснює однакові переміщення.

Швидкість рівномірного прямолінійного руху

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \text{const}, \quad (1.12)$$

де $\Delta \vec{r}$ – переміщення тіла за час Δt .

При рівномірному русі вздовж осі OX (рис. 1.6) проєкція переміщення тіла на вісь OX дорівнює

$$\Delta r_x = x - x_0 = v_x t, \quad (1.13)$$

і рівняння руху набуває вигляду

$$x = x_0 + v_x t, \quad (1.14)$$

де x_0 – координата тіла в початковий момент часу ($t_0 = 0$), v_x – проєкція швидкості тіла на вісь X , t – час руху тіла.

Якщо тіло рухається вздовж додатного напрямку осі OX , то $v_x = v$, якщо в протилежному напрямку, тоді $v_x = -v$.

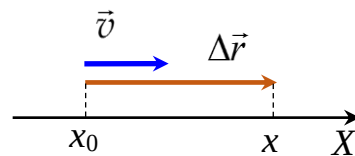


Рисунок 1.6

При рівномірному русі модулі середньої і миттєвої швидкостей тіла співпадають

$$v = \frac{S}{t}, \quad (1.15)$$

де S – довжина шляху, пройденого тілом за час t від початку руху.

11. Рівнозмінний прямолінійний рух – рух, при якому швидкість тіла за будь-які однакові інтервали часу Δt набуває однакового приросту $\Delta \vec{v}$.

Прискорення $\vec{a}$ рівнозмінного руху

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \text{const}, \quad (1.16)$$

де v_0 – швидкість тіла в початковий момент часу ($t_0 = 0$).

Швидкість $\vec{v}$ тіла в момент часу t

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \quad (1.17)$$

Якщо тіло рухається вздовж осі X , тоді проекція швидкості на вісь X

$$v_x = v_{0x} + a_x t, \quad (1.18)$$

проекція переміщення тіла на вісь X

$$\Delta r_x = x - x_0 = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad (1.19)$$

де v_{0x} – проекція швидкості тіла в початковий момент часу ($t_0 = 0$), a_x – проекція прискорення руху.

Рівняння руху тіла

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}. \quad (1.20)$$

Модуль швидкості тіла при рівнозмінному русі

$$v = v_0 \pm at. \quad (1.21)$$

Довжина шляху, пройденого тілом за час t при рівнозмінному русі

$$S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}, \quad (1.22)$$

де знак «+» відповідає рівноприскореному руху; знак «–» – рівносповільненому руху.

12. Рух тіла, кинутого під кутом α до горизонту

Рух тіла, кинутого під кутом α до горизонту, можна розкласти на два незалежних рухи: рівномірний прямолінійний рух вздовж осі OX з початковою швидкістю $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ та рівнозмінний рух з прискоренням $\vec{g}$ ($g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння) вздовж осі OY з початковою швидкістю $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$.

Рівняння руху тіла

$$x = x_0 + v_{0x}t, \quad (1.23)$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}, \quad (1.24)$$

де g_y – проєкція вектора $\vec{g}$ на вісь OY , яка дорівнює $g_y = -g$ (див. рис. 1.7).

Якщо початок координат пов'язати з точкою кидання тіла, тоді $x_0 = 0$, $y_0 = 0$. Враховуючи, що $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$ та $g_y = -g$, рівняння (1.23) та (1.24) набувають вигляду

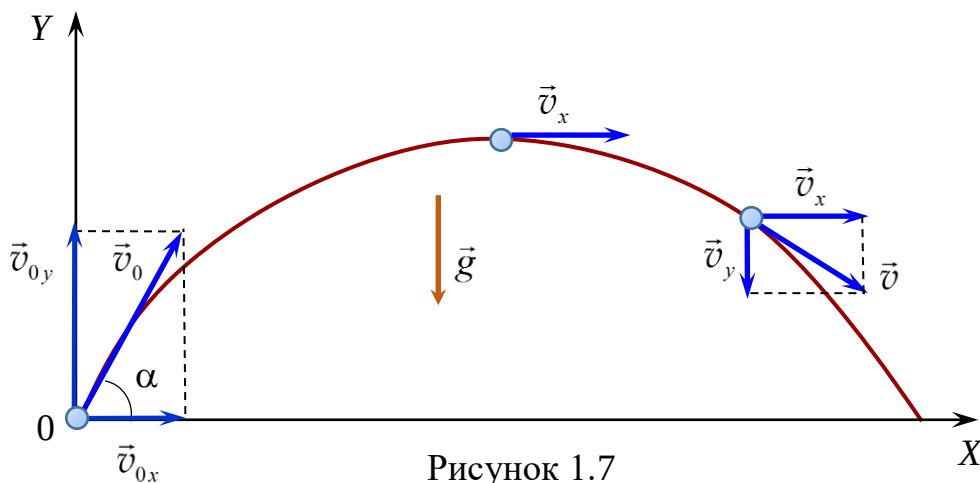
$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t, \quad (1.25)$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \quad (1.26)$$

Модуль швидкості тіла в будь-якій точці траєкторії

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}, \quad (1.27)$$

де $v_x = \frac{dx}{dt} = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$, $v_y = \frac{dy}{dt} = v_{0y} + g_y t = v_0 \sin \alpha - gt$.



1.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Тіло кинути під кутом $\alpha = 35^\circ$ до горизонту з початковою швидкістю $v_0 = 20$ м/с. Визначити: 1) час падіння тіла; 2) відстань від точки кидання до точки, де тіло впаде на землю; 3) максимальну висоту, на яку підніметься тіло; 4) момент часу, коли тіло буде рухатися під кутом 20° до горизонту. Опором повітря знехтувати.

АНАЛІЗ

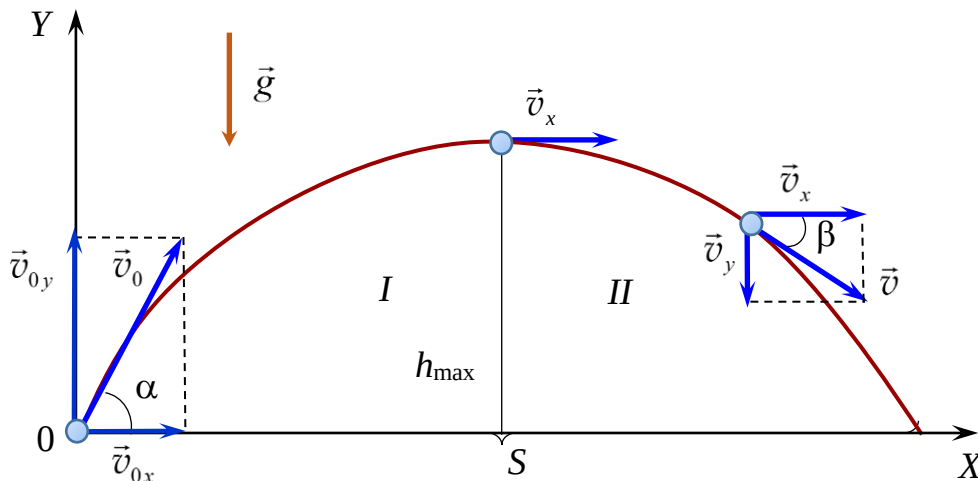


Рисунок 1

Тіло, що кинуте під кутом до горизонту, здійснює плоский рух у вертикальній площині. Щоб описати такий рух виберемо прямокутну систему координат XOY , пов'язану із Землею. Напрямимо вісь OX горизонтально в напрямку, в якому кинули тіло, а вісь OY – вертикально вгору. Початок системи координат візьмемо в точці кидання тіла.

Виходячи з принципу незалежності рухів, складний рух даного тіла можна надати як суперпозицію (накладання) двох рухів: вздовж горизонталі (вздовж осі OX) і вздовж вертикалі (вздовж осі OY). Вздовж осі OX тіло рухається рівномірно, оскільки в цьому напрямку на тіло не діють ніякі сили (опором повітря нехтуємо). Вздовж осі OY на тіло діє сила тяжіння, вона надає тілу прискорення $\vec{g}$, тому рух тіла буде рівнозмінним: рівносповільненим до досягнення верхньої точки на траєкторії (область 1) та рівноприскореним – після неї (область 2).

Проекції вектора початкової швидкості $\vec{v}_0$ на осі OX та OY

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha, \quad (1)$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha. \quad (2)$$

Це початкові швидкості тіла в горизонтальному та вертикальному напрямках відповідно.

Координати тіла у довільний момент часу t описуються рівняннями

$$x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t, \quad (3)$$

$$y = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \quad (4)$$

Оскільки швидкість – це перша похідна від переміщення, з рівнянь (3) та (4) отримаємо проєкції вектора швидкості на осі OX та OY в довільний момент часу t

$$v_x = \frac{dx}{dt} = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha, \quad (5)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = v_0 \cdot \sin\alpha - gt. \quad (6)$$

Швидкість тіла є векторною сумою складових $\vec{v}_x$ та $\vec{v}_y$

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y, \quad (7)$$

а модуль швидкості тіла в будь-який момент часу t за теоремою Піфагора дорівнює

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (8)$$

Кут нахилу β вектора швидкості тіла до горизонту з часом змінюється; його можна визначити як

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin\alpha - gt}{v_0 \cos\alpha}. \quad (9)$$

Рівняння траєкторії, тобто залежність $y = f(x)$, можна отримати, якщо виразити час t з рівняння (3) і підставити його до рівняння (4):

$$y = x \cdot \operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}. \quad (10)$$

Рівняння (10) має вигляд квадратичної функції $y(x) = ax^2 + vx + c$, отже, траєкторією руху тіла є *парабола*.

1. В момент падіння тіла на Землю його координата y дорівнює нулю ($y = 0$). Відповідно рівняння (4) набуває вигляду

$$0 = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \quad (11)$$

Із рівняння (11) визначаємо час льоту тіла t

$$t = \frac{2v_0 \cdot \sin\alpha}{g}. \quad (12)$$

Перевіримо формулу (12):

$$[t] = c, [v] = \frac{m}{c}, [g] = \frac{m}{c^2}; \quad \left[\frac{v_0}{g} \right] = \frac{m}{c} \cdot \frac{c^2}{m} = c.$$

Дано:	СІ
$v_0 = 20 \text{ м/с}$	20 м/с
$\alpha = 35^\circ$	
$t - ?$	

Розв'язок:

$$t = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 20 \cdot \sin 35^\circ}{9,81} = 2,34 \text{ с.}$$

Відповідь: $t = 2,34 \text{ с.}$

2) Відстань S від точки кидання до точки падіння тіла (див. рис.1) визначимо за формулою (3)

$$S = x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t. \quad (13)$$

Перевіримо формулу (11):

$$[S] = \text{м}, [v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}, [t] = \text{с}; \quad [v_0 \cdot t] = \frac{\text{м} \cdot \text{с}}{\text{с}} = \text{м}.$$

Дано:	СІ
$v_0 = 20 \text{ м/с}$	20 м/с
$\alpha = 35^\circ$	
$S - ?$	

Розв'язок:

$$S = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t = 20 \cdot \cos 35^\circ \cdot 2,34 = 38,34 \text{ м.}$$

Відповідь: $S = 38,34 \text{ м.}$

3) Для визначення максимальної висоти $h_{\max}$, на яку підніметься тіло, необхідно знати час підйому $t_{\text{п}}$. Визначимо $t_{\text{п}}$ із формули (6), виходячи з того, що у найвищій точці траєкторії $v_y = 0$. Тоді рівняння (6) набуває вигляду

$$0 = v_0 \cdot \sin \alpha - g t_{\text{п}}. \quad (14)$$

Звідси

$$t_{\text{п}} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}. \quad (15)$$

Із формул (12) та (15) виходить, що час льоту є удвічі більшим за час підйому $t = 2t_{\text{п}}$, тобто час підйому дорівнює часу спуску тіла.

Підставивши $t_{\text{п}}$ до формули (4), визначимо $h_{\max}$

$$h_{\max} = v_{0y} \cdot t_{\text{п}} - \frac{g t_{\text{п}}^2}{2} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g} - \frac{g v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g^2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (16)$$

Перевіримо формулу (16):

$$[h] = \text{м}, [v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}, [g] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad \left[\frac{v_0^2}{g} \right] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{с}^2}{\text{м}} = \text{м}.$$

Дано:	СІ
$v_0 = 20 \text{ м/с}$	20 м/с
$\alpha = 35^\circ$	
$h_{\max} - ?$	

Розв'язок:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{20^2 \cdot \sin^2 35^\circ}{2 \cdot 9,81} = 6,71 \text{ м}.$$

Відповідь: $h_{\max} = 6,71 \text{ м}.$

4) Кут нахилу швидкості тіла β до горизонту в будь-який момент часу t визначається за формулою (9)

$$\text{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin \alpha - gt^*}{v_0 \cos \alpha}.$$

Звідси можна визначити час t^* , коли тіло буде рухатися під кутом 20° до горизонту

$$t^* = \frac{v_0 \sin \alpha - v_0 \cos \alpha \cdot \text{tg} \beta}{g}. \quad (17)$$

Перевіримо формулу (17):

$$[t] = \text{с}, [v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}, [g] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \quad \left[\frac{v_0}{g} \right] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \text{с}.$$

Дано:	СІ
$v_0 = 20 \text{ м/с}$	20 м/с
$\alpha = 35^\circ$	
$\beta = 20^\circ$	
$t - ?$	

Розв'язок:

$$t = \frac{20 \cdot \sin 35^\circ - 20 \cdot \cos 35^\circ \cdot \text{tg} 20^\circ}{9,81} = 0,56 \text{ с}.$$

Відповідь: $t = 0,56 \text{ с}.$

ЗАДАЧА 2

Тіло кинули під кутом $\alpha = 35^\circ$ до горизонту з початковою швидкістю $v_0 = 20$ м/с. Визначити нормальне, тангенціальне прискорення та радіус кривизни траєкторії тіла через 1,5 с після початку руху. Опором повітря знехтувати.

АНАЛІЗ

Як було показано в попередній задачі, рух тіла, кинутого під кутом до горизонту, розглядається як суперпозиція рівномірного руху вздовж осі OX та рівнозмінного руху вздовж осі OY (рис. 1).

Вектор миттєвої швидкості в будь-який момент часу напрямлений по дотичній до траєкторії (див. рис. 1). Проекції вектора швидкості на осі OX та OY

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha, \quad (1)$$

$$v_y = v_{0y} + g_y t = v_0 \cdot \sin\alpha - gt, \quad (2)$$

де $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$, $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$ – проекції вектора початкової швидкості $\vec{v}_0$ на осі OX та OY відповідно.

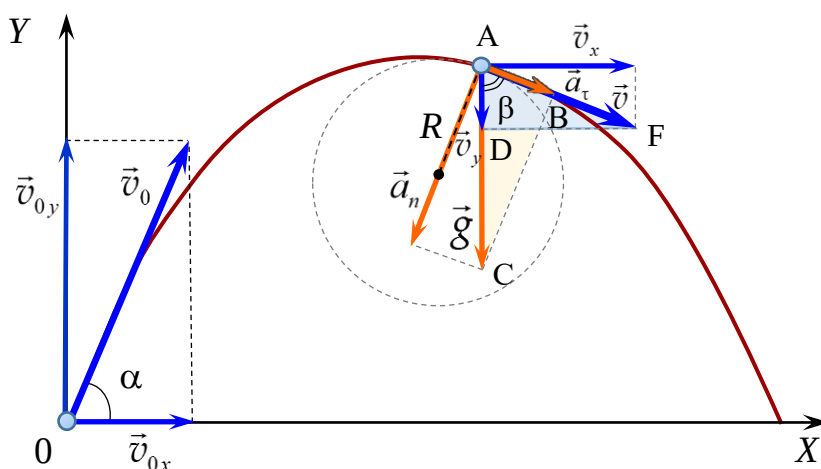


Рисунок 1

Модуль швидкості тіла v в будь-який момент часу

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (3)$$

Прискорення $\vec{g}$ тіла можна розкласти на тангенціальну $\vec{a}_\tau$ та нормальну $\vec{a}_n$ складові. Тангенціальне прискорення $\vec{a}_\tau$ визначає зміну швидкості за модулем і напрямлене вздовж дотичної до траєкторії, тобто збігається з напрямком швидкості. Нормальне прискорення $\vec{a}_n$ визначає зміну швидкості

за напрямком, напрямлене вздовж радіуса кривизни траєкторії в цій точці і дорівнює

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (4)$$

де R – радіус кривизни траєкторії – радіус умовного кола, дуга якого співпадає з нескінченно малою ділянкою траєкторії в околі даної точки.

Вектори $\vec{v}$, $\vec{v}_x$ та $\vec{v}_y$ утворюють прямокутний трикутник швидкостей (трикутник AFD), а вектори $\vec{g}$, $\vec{a}_n$ та $\vec{a}_\tau$ прямокутний трикутник прискорень (трикутник ABC). Трикутники AFD та ABC є подібними, оскільки вони прямокутні і кут β у них спільний. З рисунку 1 виходить, що

$$\sin\beta = \frac{v_x}{v} = \frac{a_n}{g}, \quad \cos\beta = \frac{v_y}{v} = \frac{a_\tau}{g}. \quad (5)$$

Звідси нормальне прискорення

$$a_n = \frac{g \cdot v_x}{v}. \quad (6)$$

Тангенціальне прискорення, відповідно

$$a_\tau = \frac{g \cdot v_y}{v}. \quad (7)$$

З формули (4) отримаємо радіус кривизни траєкторії

$$R = \frac{v^2}{a_n}. \quad (8)$$

Перевіримо формули (6) та (8):

$$[a] = \frac{M}{C^2}, \quad [v] = \frac{M}{C}, \quad [g] = \frac{M}{C^2}; \quad \left[\frac{g \cdot v_x}{v} \right] = \frac{\frac{M}{C^2} \cdot \frac{M}{C}}{\frac{M}{C}} = \frac{M}{C^2}.$$

Перевіримо формулу (9):

$$[R] = M, \quad [a] = \frac{M}{C^2}, \quad [v] = \frac{M}{C}; \quad \left[\frac{v^2}{a_n} \right] = \frac{\frac{M^2}{C^2}}{\frac{M}{C^2}} = M.$$

Дано: $v_0 = 20 \text{ м/с}$ $\alpha = 35^\circ$	СІ 20 м/с	Розв'язок: Визначимо числові значення v_x , v_y та v : $v_x = v_0 \cdot \cos\alpha = 20 \cdot \cos 35^\circ = 16,38 \text{ м/с}.$ $v_y = v_0 \cdot \sin\alpha - gt = 20 \cdot \sin 35^\circ - 9,81 \cdot 1,5 = -3,25 \text{ м/с}.$ $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{16,38^2 + (-3,25)^2} = 16,67 \text{ м/с}.$ $a_n = \frac{g \cdot v_x}{v} = \frac{9,81 \cdot 16,38}{16,67} = 9,64 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$ $a_\tau = \frac{g \cdot v_y}{v} = \frac{9,81 \cdot 3,25}{16,67} = 1,91 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$ $R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{16,67^2}{9,64} = 28,8 \text{ м}.$ Відповідь: $a_n = 9,64 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $a_\tau = 1,91 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $R = 28,8 \text{ м}.$
$a_n - ?$ $a_\tau - ?$ $R - ?$		

1.3. ЗАДАЧА

для самостійного розв'язування

Тіло кинули під кутом α до горизонту. Визначити цей кут, якщо відстань льоту у 4 рази більша за максимальну висоту підйому тіла. Опором повітря знехтувати.

РОЗВ'ЯЗОК

1. Виберіть співвідношення, що задане в умові задачі, між дальністю льоту S і максимальною висотою підйому тіла $h_{\max}$

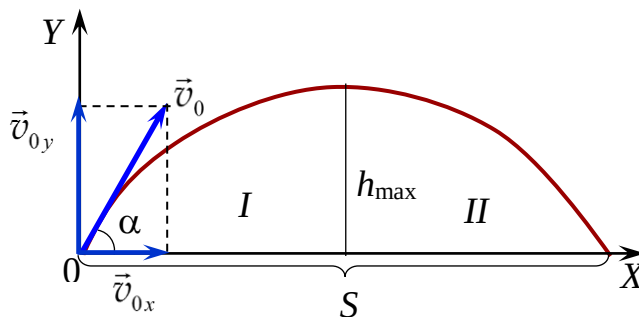


Рисунок 1

$S = h_{\max}/4$	$S = h_{\max}$	$S = 4h_{\max}$	$S/4 = h_{\max}$
------------------	----------------	-----------------	------------------

2. Виберіть, якою є траєкторія руху тіла

дуга кола	пряма	парабола	гвинтова лінія
-----------	-------	----------	----------------

3. Виберіть, яким є рух тіла по горизонталі:

рівномірний	рівноприскорений	рівносповільнений	нерівномірний
-------------	------------------	-------------------	---------------

4. Виберіть рівняння, за яким визначається координата тіла вздовж горизонталі (вісь 0X):

$x = v \cdot t$	$x = v_x \cdot t$	$x = v_0 \cos \alpha \cdot t$	$x = \frac{gt^2}{2}$
-----------------	-------------------	-------------------------------	----------------------

5. Виберіть, яким буде рух тіла вздовж вертикалі до $h_{\max}$ (область I):

рівномірний	рівноприскорений	рівносповільнений	нерівномірний
-------------	------------------	-------------------	---------------

6. Виберіть рівняння, за яким визначається координата тіла вздовж вертикалі (вісь 0Y):

$y = \frac{gt^2}{2}$	$y = v_{0y} \cdot t$	$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$	$y = v_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2}$
----------------------	----------------------	--	---------------------------------------

7. Виберіть формулу, за якою визначається проекція швидкості тіла вздовж вертикалі (вісь 0Y):

$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$	$v_y = v_{0y}$	$v_y = v_0 - gt$	$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha$
------------------------------	----------------	------------------	-------------------------------

8. Виберіть формулу, за якою визначається проекція швидкості тіла v_y в точці $h_{\max}$:

$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha$	$v_y = v_0 \cdot \cos \alpha$	$v_y = 0$	$v_y = gt$
-------------------------------	-------------------------------	-----------	------------

9. Виберіть формулу для визначення часу підйому до $h_{\max}$:

$t_{\pi} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$	$t_{\pi} = \frac{v_{0x}}{g}$	$t_{\pi} = \frac{v_0 \cos \alpha}{g}$	$t_{\pi} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
---------------------------------------	------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------

10. Виберіть формулу для визначення $h_{\max}$:

$h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$	$h_{\max} = \frac{gt_{\pi}^2}{2}$	$h_{\max} = v_{0y} \cdot t_{\pi}$	$h_{\max} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2g}$
---	-----------------------------------	-----------------------------------	---

11. Виберіть формулу для визначення часу льоту тіла t :

$t = \frac{v_{0x}}{g}$	$t = \frac{v_0 \cos \alpha}{g}$	$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$	$t = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$
------------------------	---------------------------------	---------------------------	--

12. Виберіть формулу для визначення відстані льоту, враховуючи, що

$$S = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t:$$

$S = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g}$	$S = \frac{gt^2}{2}$	$S = v_{0y} \cdot t$	$S = v \cdot t$
--	----------------------	----------------------	-----------------

13. За умови, що $S = 4h_{\max}$, отримаємо $\frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{4v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$. Звідси

визначимо, що:

$\operatorname{tg} \alpha = 1$	$\sin \alpha = 1$	$\operatorname{tg} \alpha = 2$	$\cos \alpha = 1$
--------------------------------	-------------------	--------------------------------	-------------------

14. Виберіть правильну відповідь:

$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 50^\circ$	$\alpha = 60^\circ$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

15. Запишіть відповідь.

1.4. РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ для самостійного розв'язування

Тіло кинути під кутом α до горизонту. Визначити цей кут, якщо відстань льоту у 4 рази більше максимальної висоти траєкторії (опором повітря знехтувати).

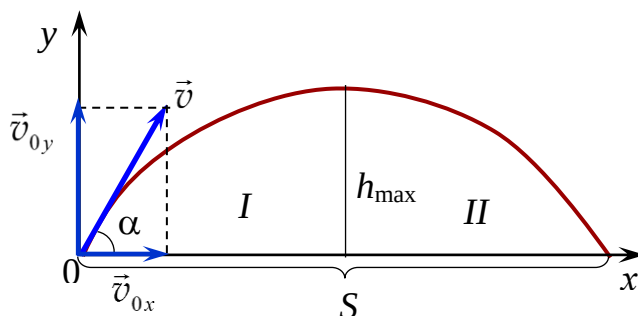


Рисунок 1

РОЗВ'ЯЗОК

1. Виберіть співвідношення, що задано в умові задачі, між дальністю льоту і максимальною висотою підйому тіла:

$S = h_{\max}/4$	$S = h_{\max}$	$S = 4h_{\max}$	$S/4 = h_{\max}$
------------------	----------------	-----------------	------------------

2. Виберіть, якою є траєкторія руху тіла:

дуга кола	пряма	парабола	гвинтова лінія
-----------	-------	----------	----------------

3. Виберіть, яким є рух тіла по горизонталі?

рівномірний	рівноприскорений	рівносповільнений	нерівномірний
-------------	------------------	-------------------	---------------

4. Виберіть рівняння, за яким визначається координата тіла вздовж горизонталі (вісь 0X):

$x = v \cdot t$	$x = v_x \cdot t$	$x = v_0 \cos \alpha \cdot t$	$x = \frac{gt^2}{2}$
-----------------	-------------------	-------------------------------	----------------------

5. Виберіть, яким буде рух тіла вздовж вертикалі до $h_{\max}$ (частина I):

рівномірний	рівноприскорений	рівносповільнений	нерівномірний
-------------	------------------	-------------------	---------------

6. Виберіть рівняння, за яким визначається координата тіла вздовж вертикалі (вісь 0Y):

$y = \frac{gt^2}{2}$	$y = v_{0y} \cdot t$	$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$	$y = v_{0y} \cdot t + \frac{gt^2}{2}$
----------------------	----------------------	--	---------------------------------------

7. Виберіть формулу, за якою визначається проєкція швидкості тіла вздовж вертикалі (вісь 0Y):

$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$	$v_y = v_{0y}$	$v_y = v_0 - gt$	$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha$
------------------------------	----------------	------------------	-------------------------------

8. Виберіть формулу, за якою визначається проєкція швидкості тіла v_y в точці $h_{\max}$:

$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha$	$v_y = v_0 \cdot \cos \alpha$	$v_y = 0$	$v_y = gt$
-------------------------------	-------------------------------	-----------	------------

9. Виберіть формулу для визначення часу підйому до $h_{\max}$:

$t_{\pi} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$	$t_{\pi} = \frac{v_{0x}}{g}$	$t_{\pi} = \frac{v_0 \cos \alpha}{g}$	$t_{\pi} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
---	------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------

10. Виберіть формулу для визначення $h_{\max}$:

$h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$	$h_{\max} = \frac{gt_{\pi}^2}{2}$	$h_{\max} = v_{0y} \cdot t_{\pi}$	$h_{\max} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2g}$
---	-----------------------------------	-----------------------------------	---

11. Виберіть формулу для визначення часу льоту тіла t :

$t = \frac{v_{0x}}{g}$	$t = \frac{v_0 \cos \alpha}{g}$	$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$	$t = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$
------------------------	---------------------------------	---------------------------	--

12. Виберіть формулу для визначення відстані льоту, враховуючи, що

$$S = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t:$$

$S = \frac{2v_0^2 \cos\alpha \cdot \sin\alpha}{g}$	$S = \frac{gt^2}{2}$	$S = v_{0y} \cdot t$	$S = v \cdot t$
--	----------------------	----------------------	-----------------

13. За умови, що $S = 4h_{\max}$, отримаємо $\frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{4v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$. Звідси

визначимо

$\operatorname{tg}\alpha = 1$	$\sin\alpha = 1$	$\operatorname{tg}\alpha = 2$	$\cos\alpha = 1$
-------------------------------	------------------	-------------------------------	------------------

14. Виберіть правильну відповідь

$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 50^\circ$	$\alpha = 60^\circ$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

15. **Відповідь: $\alpha = 45^\circ$.**

1.5. ТЕСТИ

1. У міжнародній системі одиниць (СІ) фізичних величин одиниця швидкості

1	2	3	4
км/год	м/с	см/с	мм/с

2. У міжнародній системі одиниць (СІ) фізичних величин одиниця прискорення

1	2	3	4
м/с ²	см/с ²	мм/с ²	км/год ²

3. У міжнародній системі одиниць фізичних величин одиниця модуля переміщення

1	2	3	4
м	км	см	мм

4. Переміщенням точки, що рухається, називають

1	лінію, яку точка описує у заданій системі відліку
2	пройдену відстань від початкової точки траєкторії до кінцевої
3	вектор, проведений з початкового положення точки до її положення в даний момент часу
4	довжину траєкторії

5. Фізична величина, що визначає зміну швидкості за модулем і напрямлена по дотичній до траєкторії, називається

1	переміщенням
2	тангенціальним прискоренням
3	нормальним прискоренням
4	повним прискоренням

6. Фізична величина, що визначає зміну швидкості за напрямком та напрямлена вздовж радіуса кривизни траєкторії, називається

1	переміщенням
2	тангенціальним прискоренням
3	нормальним прискоренням
4	повним прискоренням

7. Тіло кинули вертикально догори. Якщо опір повітря не враховувати, то прискорення тіла

1	у верхній точці дорівнює нулю
2	найбільше перед падінням на землю
3	у верхній точці змінює напрям
4	протягом усього часу однакове

8. Швидкість стріли, випущеної під кутом до горизонту, у верхній точці траєкторії

1	напрямлена під кутом до горизонту
2	напрямлена горизонтально
3	напрямлена вертикально
4	дорівнює нулю

9. Миттєва швидкість визначається за формулою

1	2	3	4
$v = \frac{S}{t}$	$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	$v = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$

10. Миттєве прискорення визначається за формулою

1	2	3	4
$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	$\vec{a} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	$\vec{a} = \frac{\vec{v}}{t}$

11. Вкажіть довжину шляху кінця годинникової стрілки за добу

1	2	3	4
0	πR	$2\pi R$	$4\pi R$

12. Залежність координати тіла від часу задано рівнянням $x = 4 + 6t$.

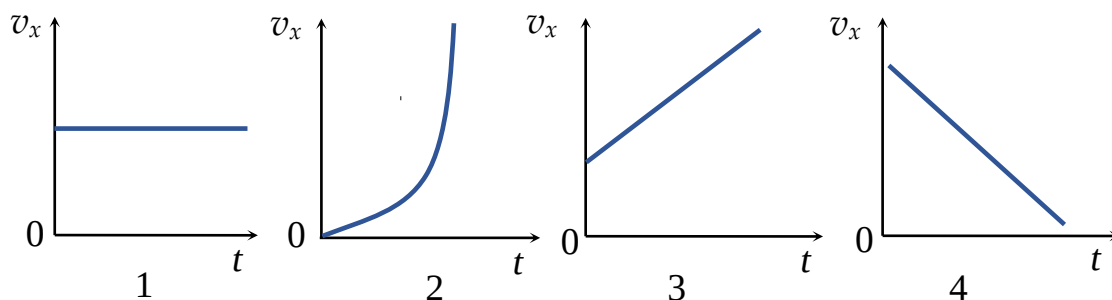
Як рухається тіло?

1	2	3	4
рівноприскорено	рівномірно	рівносповільнено	нерівномірно

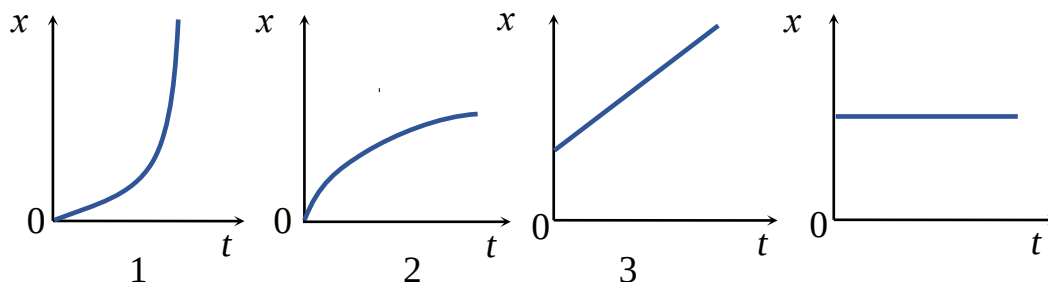
13. Який вираз відповідає руху з постійним прискоренням?

1	2	3	4
$v = 5 + 3t + 4t^3$	$S = 3t + 4$	$S = 2t^2 - 3t^3 + 5$	$v = 5 + 2t$

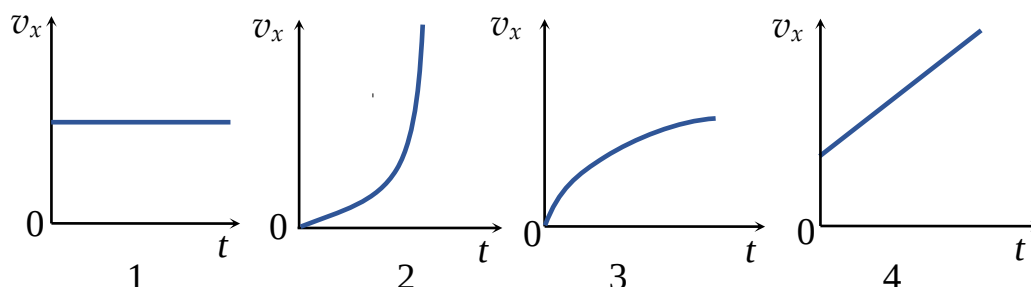
14. На якому з графіків зображена залежність проекції швидкості тіла від часу при рівномірному прямолінійному русі?



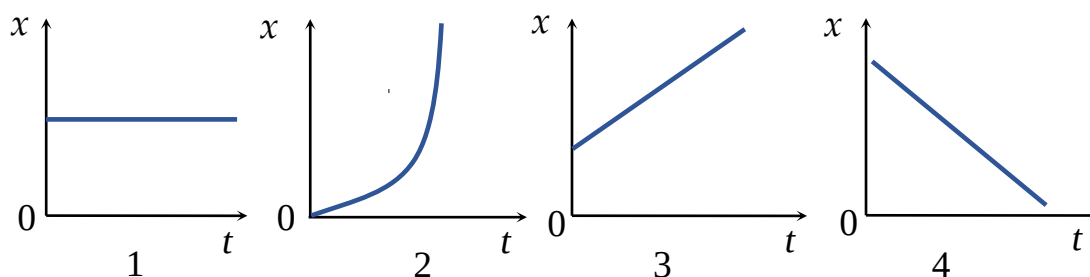
15. На якому з графіків зображена залежність координати тіла від часу при рівномірному прямолінійному русі?



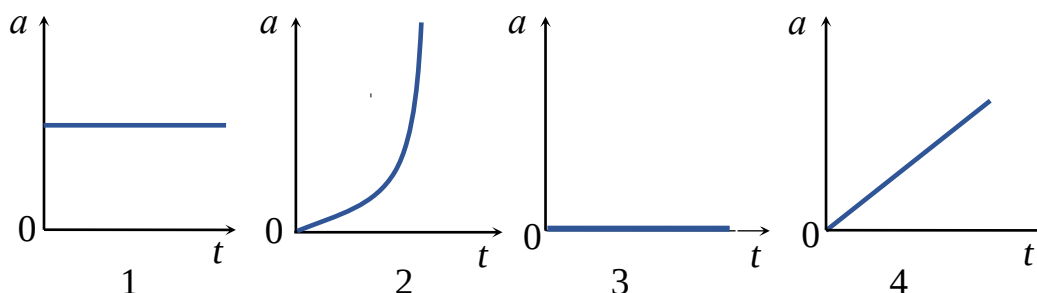
16. На якому з графіків зображена залежність проекції швидкості тіла від часу при рівноприскореному прямолінійному русі?



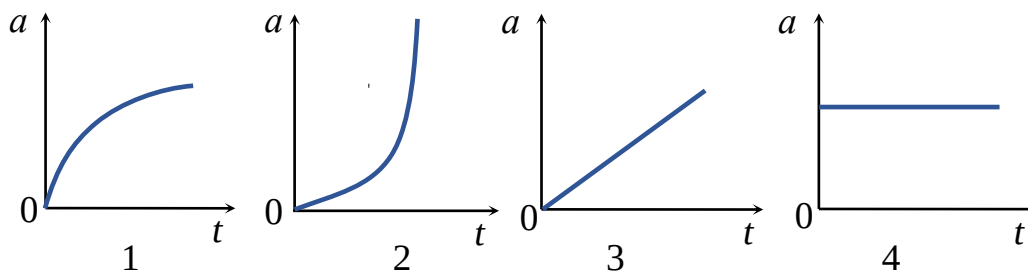
17. На якому з графіків зображена залежність координати тіла від часу при рівноприскореному прямолінійному русі?



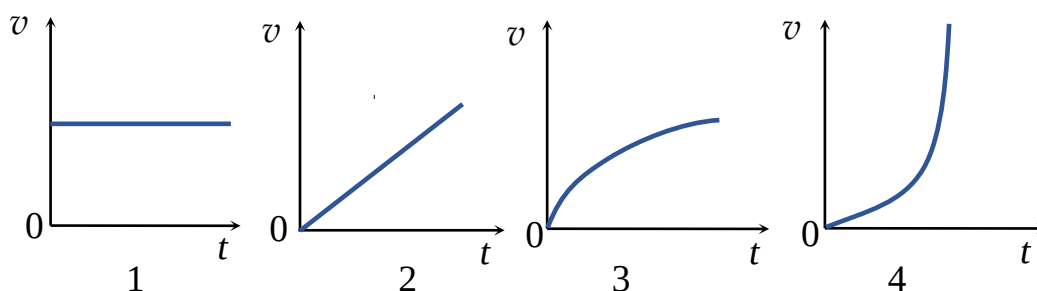
18. На якому з графіків зображена залежність прискорення тіла від часу при прямолінійному рівномірному русі?



19. На якому з графіків зображена залежність прискорення тіла від часу при прямолінійному рівноприскореному русі?



20. На якому з графіків зображена залежність швидкості тіла від часу при вільному падінні тіла?



21. Рух тіла задано рівнянням $x = 5 + 3t - 2t^2$. Чому дорівнює початкова швидкість тіла?

1	2	3	4
5	3	2	-2

22. Рух тіла задано рівнянням $x = 5 + 3t - 2t^2$. Чому дорівнює прискорення тіла?

1	2	3	4
4	3	2	-4

23. Матеріальна точка рухається рівномірно прямолінійно. Яке рівняння відповідає цьому руху?

1	2	3	4
$x = 5t + 2$	$v = 5t - 2t^2$	$x = 5t + 4t^2$	$a = 4t$

24. Швидкість тіла задається рівнянням $v = 5 - 4t$. За яким рівнянням визначається залежність пройденого тілом шляху від часу?

1	2	3	4
$S = 5t$	$S = 4t$	$S = 5t + 4t^2$	$S = 5t - 2t^2$

25. Яке з наведених рівнянь описує залежність швидкості тіла від часу при рівноприскореному русі?

1	2	3	4
$v = 6$	$v = 4t^2$	$v = 1 + 4t^2$	$v = 2 + t$

26. Яке з наведених рівнянь описує залежність координати тіла від часу при рівноприскореному русі?

1	2	3	4
$x = 4 + t + 3t^2$	$x = 5 + 8t$	$x = 8 - 3t$	$x = 2t^3$

27. Залежність координати від часу для тіла, що рухається прямолінійно задано рівнянням $x = 2 + 4t - 1,5t^2$. Чому дорівнює проекція прискорення тіла на ту ж вісь.

1	2	3	4
2 м/с^2	4 м/с^2	$-1,5 \text{ м/с}^2$	-3 м/с^2

28. Тіло вільно падає без початкової швидкості з висоти $h = 80 \text{ м}$. Який час триватиме політ? ($g = 10 \text{ м/с}^2$)

1	2	3	4
2 с	4 с	8 с	16 с

29. Тіло підкидають вертикально догори зі швидкістю $v_0 = 25$ м/с. На яку максимальну висоту підніметься тіло? (Опором повітря знехтувати, $g = 10$ м/с²). Округлити до цілого.

1	2	3	4
250 м	62 м	31 м	3 м

30. М'яч кинули зі швидкістю $v_0 = 20$ м/с під кутом $\alpha = 60^\circ$ градусів до горизонту. Визначити модуль швидкості та прискорення м'яча у верхній точці траєкторії?

1	2	3	4
10 м/с; 0 м/с ²	10 м/с; 9,81 м/с ²	0 м/с; 0 м/с ²	0 м/с; 9,81 м/с ²

Відповіді:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	1	1	3	2	3	4	2	3	2	4	2	4	1	3
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
4	2	3	4	2	2	4	1	4	4	1	4	2	3	2

1.6. ЗАДАЧІ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1. Під яким кутом до горизонту потрібно кинути тіло з початковою швидкістю $v_0 = 20$ м/с, щоб воно впало на відстані $S = 40,7$ м від точки кидання? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $\alpha = 43^\circ$.

2. Визначити, за який час (у секундах) м'яч під час гри у баскетбол досягне максимальної висоти, якщо його кинути зі швидкістю $v_0 = 83$ км/с під кутом $\alpha = 60^\circ$ до горизонту. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $t = 2$ с.

3. М'яч кинули під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту зі швидкістю $v_0 = 20$ м/с. На якій відстані S від точки кидання м'яч впаде? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $S = 35,3$ м.

4. Кулька, яку кинули під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту з початковою швидкістю $v_0 = 30$ м/с, через $t = 2$ с досягла даху будинку. Визначити висоту h будинку. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $h = 22,8$ м.

5. Під яким кутом α до горизонту слід кинути м'яча, щоб дальність його льоту дорівнювала максимальній висоті підйому? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $\alpha \approx 76^\circ$.

6. Тіло кинули під кутом $\alpha = 60^\circ$ до горизонту з початковою швидкістю $v_0 = 20$ м/с. На якій висоті тіло буде рухатися під кутом $\beta = 45^\circ$ до горизонту? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $h = 10,2$ м.

7. Камінь кинули під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту з початковою швидкістю $v_0 = 15$ м/с. Через який час камінь буде на висоті $h = 1$ м? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $t_1 = 0,15$ с, $t_2 = 1,38$ с.

8. Визначити максимальну висоту $h_{\max}$ (у метрах), на яку підніметься м'яч відносно рук гравців, які грають у волейбол, якщо у польоті м'яч між двома ударами перебуває протягом $t = 2$ с. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $h_{\max} = 4,9$ м.

9. Тіло, яке кинули під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту, летіло протягом $t = 4$ с. Визначити початкову швидкість v_0 тіла. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $v_0 = 39,24$ м/с

10. Тіло, яке кинули під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту, летіло протягом $t = 4$ с. Визначити радіус кривизни траєкторії у її верхній точці. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $R = 39,25$ м.

11. Тіло, яке кинули під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту, летіло протягом $t = 4$ с. Визначити дальність льоту тіла. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $S = 136$ м.

12. Тіло, яке кинули під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту, летіло протягом $t = 4$ с. Визначити максимальну висоту $h_{\max}$ його підйому. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $h_{\max} = 19,6$ м.

13. Диск кинули під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту. Дальність льоту становить 36 м. На яку максимальну висоту $h_{\max}$ він піднявся? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $h_{\max} = \frac{S \cdot \operatorname{tg} \alpha}{4} = 9$ м.

14. Визначити кут падіння α , при якому дальність льоту тіла, кинутого під кутом до горизонту, максимальна. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $\alpha = 45^\circ$

15. Два диски кинули під кутами $\alpha_1 = 30^\circ$ та $\alpha_2 = 60^\circ$ до горизонту з однаковими початковими швидкостями. У скільки разів максимальна висота підйому другого диска відрізняється від максимальної висоти підняття першого диска? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: у 3 рази.

16. Камінь кинули горизонтально з початковою швидкістю $v_0 = 15$ м/с. Через який час t його швидкість буде напрямлена під кутом $\beta = 45^\circ$ до горизонту? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $t = 1,53$ с.

17. Тіло кинули під кутом $\alpha = 40^\circ$ до горизонту з початковою швидкістю $v_0 = 15$ м/с. Визначити швидкість v тіла в момент, коли воно перебувало на висоті $h = 3$ м. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $v = 12,9$ м/с.

18. Тіло кинули під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту з початковою швидкістю $v_0 = 15$ м/с. Через який час t вектор швидкості буде утворювати кут $\beta = 30^\circ$ з горизонтом? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $t = 0,49$ с.

19. Яку початкову швидкість v_0 мало тіло, що кинули під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту, якщо воно пролетіло відстань $S = 50$ м? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $v_0 = 23,7$ м/с.

20. Тіло кинули під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту з початковою швидкістю $v_0 = 20$ м/с. Визначити повну швидкість тіла через $t = 1$ с після початку руху. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $v = 14,9$ м/с.

21. Тіло кинули під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту з початковою швидкістю $v_0 = 20$ м/с. Визначити координати тіла через $t = 1$ с після початку руху. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $x = 14,2$ м, $y = 9,3$ м.

22. Камінь, що кинули під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту, двічі був на висоті h : через $t_1 = 3$ та $t_2 = 5$ с після початку руху. Визначити початкову швидкість v_0 каміння. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $v_0 = 78,4$ м/с.

23. Тіло кинули під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту з початковою швидкістю $v_0 = 10$ м/с. Визначити швидкість v тіла, в найвищій точці траєкторії. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $v = 8,7$ м/с.

24. Під яким кутом α до горизонту потрібно кинути камінь зі швидкістю $v_0 = 14$ м/с, щоб дальність льоту дорівнювала $S = 10$ м? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $\alpha = 15^\circ$ або $\alpha = 75^\circ$.

25. Камінь, що кинули зі швидкістю $v_0 = 10$ м/с, через $t = 1$ с мав швидкість $v = 8$ м/с. Під яким кутом α кинули камінь? Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $\alpha = 42^\circ$.

ТЕМА 2: ЗАКОНИ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ ТА ПЕРШИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

2.1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1. **Термодинаміка** вивчає загальні властивості фізичних систем, що складаються з великої кількості частинок (**макросистем**) в стані термодинамічної рівноваги. Термодинаміка не розглядає (на відміну від молекулярної фізики) внутрішню структуру речовини та спирається на узагальнення експериментальних даних – **закони термодинаміки**.

2. Система, що складається з тіл будь-якої фізико-хімічної природи, які можуть обмінюватися енергією і речовиною з оточуючим середовищем (рис. 2.1), називається **термодинамічною системою**. Властивості і стан термодинамічної системи визначаються набором макроскопічних **термодинамічних параметрів**: тиском p (у СІ $[p] = \text{Па}$ (паскаль). $\text{Dim } p = ML^{-1}T^{-2}$), об'ємом V (у СІ $[V] = \text{м}^3$. $\text{Dim } V = L^3$), термодинамічною температурою T (у СІ $[T] = \text{К}$ (кельвін). $\text{Dim } T = \Theta$), густиною речовини ρ (у СІ $[\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. $\text{Dim } \rho = ML^{-3}$), та іншими.

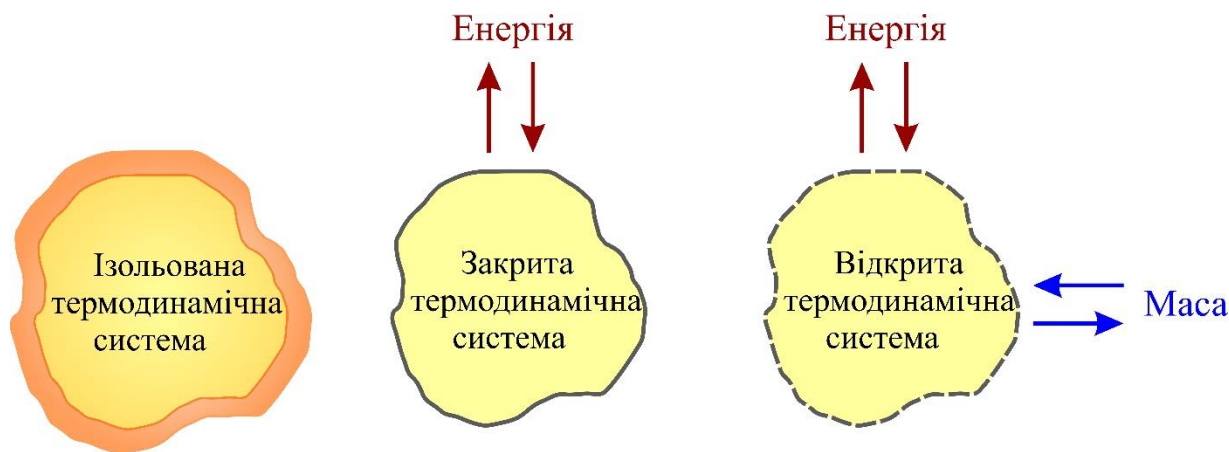


Рисунок 2.1

Якщо усі параметри термодинамічної системи мають певні постійні значення при незмінних зовнішніх умовах, то стан системи називається **рівноважним**.

3. **Термодинамічним процесом** називається процес переходу макросистеми з одного стану до іншого. Тобто, це сукупність послідовних станів, через які проходить термодинамічна система завдяки взаємодії з зовнішнім середовищем.

При цьому частина або усі параметри стану зазнають змін. Процес, який складається з неперервної послідовності рівноважних станів є **рівноважним** або **квазістатичним**. Рівноважним може бути тільки нескінченно повільний процес.

Важливою властивістю будь-якого рівноважного процесу є його **оборотність** – можливість повернення термодинамічної системи у зворотному напрямку у початковий стан через ті самі проміжні стани, при цьому в навколишніх тілах не залишається будь-яких залишкових змін. **Оборотними є всі рівноважні процеси.**

4. Рівняння, яке пов'язує між собою термодинамічні параметри макросистеми в умовах термодинамічної рівноваги, називають **рівнянням стану**

$$f(p, T, V) = 0, \quad (2.1)$$

де $f(p, T, V)$ – функція, яка залежить від властивостей макроскопічної системи.

5. **Ідеальний газ** є найбільш простою моделлю макроскопічної системи. З точки зору молекулярної фізики, це газ який складається з точкових матеріальних частинок (матеріальних точок), які не взаємодіють між собою на відстані. Зіткнення молекул ідеального газу між собою та стінками посудини відбувається за законом пружних ударів. Близькими за властивостями до ідеального газу є досить розріджені реальні гази, які перебувають у стані віддаленому від їх конденсації.

6. **Ізопроесом** називається термодинамічний процес, в якому один з параметрів стану макросистеми (p , V або T) залишається постійним, а інші – змінюються. Ізопроеси ідеального газу описуються експериментальними газовими законами: **Бойля – Маріотта**, **Гей-Люсака** та **Шарля**. Якщо реальний газ задовольняє будь-якому з наведених законів, то він вважається ідеальним з точки зору термодинаміки.

7. Для **ізотермічного** ($T = \text{const}$) **процесу** (рис. 2.2) виконується **закон Бойля-Маріотта**: для даної маси газу ($m = \text{const}$) добуток тиску газу на його об'єм є постійною величиною

$$pV = \text{const}, \text{ або } p_1V_1 = p_2V_2, \quad (2.2)$$

де p_1, V_1 – початковий тиск та об'єм, p_2, V_2 – кінцевий тиск та об'єм ідеального газу (рис. 2.2).

Графік ізотермічного процесу (**ізотерми**) в координатах p - V є гіперболою, а в координатах p - T та V - T – вертикальною прямою (рис. 2.2). Для реалізації ізотермічного процесу треба забезпечити тепловий контакт між газом та термостатом (тілом, яке має постійну температуру).

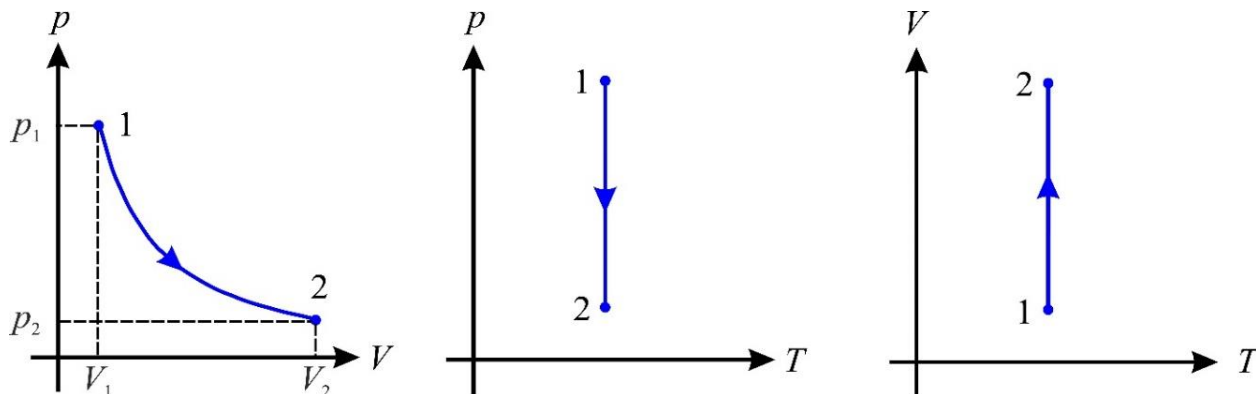


Рисунок 2.2

8. Для **ізохоричного** ($V = \text{const}$) **процесу** (рис. 2.3) виконується **закон Шарля**: для даної маси газу ($m = \text{const}$) відношення тиску газу до його температури є постійною величиною

$$\frac{p}{T} = \text{const}, \text{ або } \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \quad (2.3)$$

де p_1, T_1 – початковий тиск та температура; p_2, T_2 – кінцевий тиск та температура ідеального газу (рис. 2.3).

Термодинамічні діаграми ізохорного процесу (**ізохори**) наведені на рис. 2.3. Ізохорним процесом можна вважати (якщо знехтувати зміною об'єму посудини під час нагрівання) нагрівання газу в герметичній посудині.

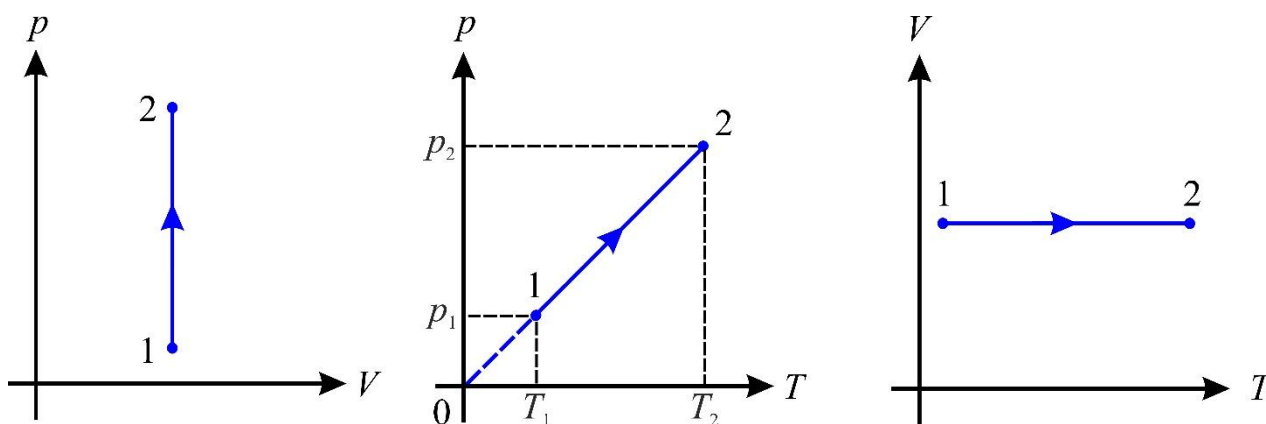


Рисунок 2.3

9. Для **ізобарного** ($p = \text{const}$) **процесу** (рис. 2.4) є справедливим **закон**

Гей - Люсака: для даної маси газу ($m = \text{const}$) відношення об'єму газу до його температури є постійною величиною

$$\frac{V}{T} = \text{const}, \text{ або } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \quad (2.4)$$

де V_1, T_1 – початковий об'єм та температура газу; V_2, T_2 – кінцевий об'єм та температура (див. рис. 2.4).

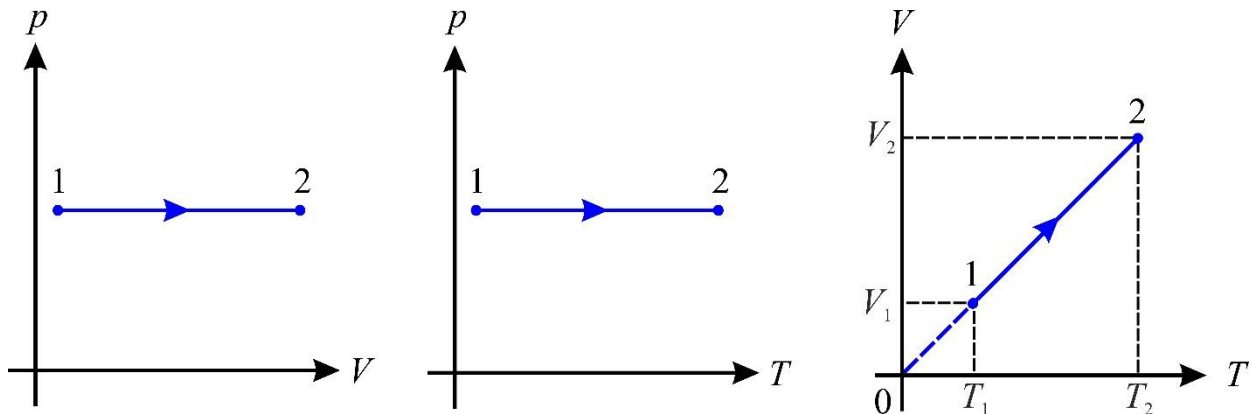


Рисунок 2.4

Термодинамічні діаграми ізобарного процесу (**ізобари**) наведені на рис. 2.4. Прикладом ізобарного процесу може бути нагрівання або охолодження газу, що знаходиться у циліндрі з вільно рухомим поршнем.

10. Кількість речовини ν вимірюється в молях (у СІ $[\nu] = \text{моль}$. $\text{Dim } \nu = N$).

Моль дорівнює кількості речовини макросистеми, яка містить стільки структурних елементів (атомів, молекул, частинок) скільки атомів знаходиться в 0,012 кг ізотопу вуглецю ^{12}C . **Моль будь-якої речовини містить однакову кількість структурних елементів, яка називається сталою Авогадро N_A**

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Кількість молів речовини масою m (у СІ $[m] = \text{кг}$. $\text{Dim } m = M$), в якій міститься N частинок

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}. \quad (2.5)$$

11. Масу одного моля M називають **молярною масою**:

$$M = M_r \cdot 10^{-3}, \quad (2.6)$$

де M_r – відносна молекулярна маса молекули, яка визначається з допомогою відносних атомних мас, наведених в таблиці Менделєєва.

$$[M] = \frac{\text{кг}}{\text{моль}}. \text{Dim } M = MN^{-1}.$$

12. Закон Авогадро: молі будь-яких газів при однакових температурах та тисках займають однакові об'єми. За нормальних умов ($p = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $T = 273 \text{ К}$) об'єм одного моля ідеального газу дорівнює $V = 22,4 \text{ л} = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

13. Узагальненням всіх наведених експериментальних законів ідеального газу є **рівняння Клапейрона – Менделєєва**, яке пов'язує між собою термодинамічні параметри (p , V , T) і є **рівнянням стану ідеального газу**:

$$pV = \nu RT, \text{ або } pV = \frac{m}{M} RT, \quad (2.7)$$

де $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – **універсальна газова стала**; m – маса газу.

Якщо ввести константу – **сталу Больцмана**: $k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$, тоді

рівняння стану ідеального газу (2.7) можна записати в наступному вигляді:

$$p = nkT, \quad (2.8)$$

де $n = \frac{N}{V}$ – концентрація молекул у посудині ($[n] = \text{м}^{-3}$, $\text{Dim } n = L^{-3}$).

14. Закон Дальтона: тиск суміші k ідеальних газів, які хімічно не взаємодіють, дорівнює сумі парціальних тисків

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_k. \quad (2.9)$$

Парціальний тиск – це тиск газу, який входить до складу суміші, за умови, що він один займає весь об'єм посудини.

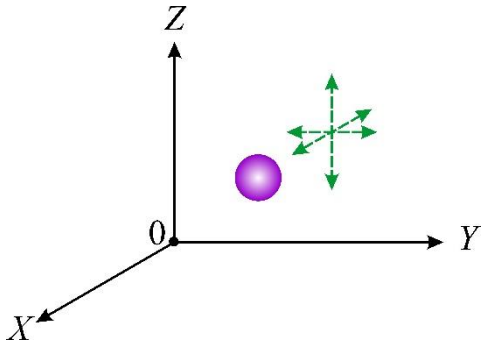
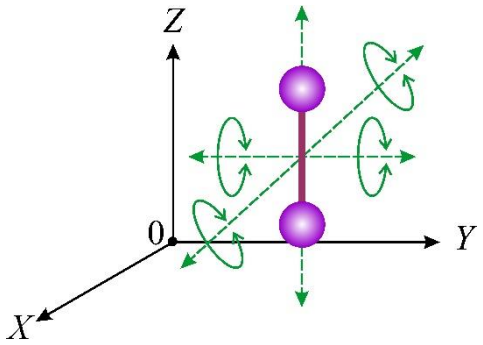
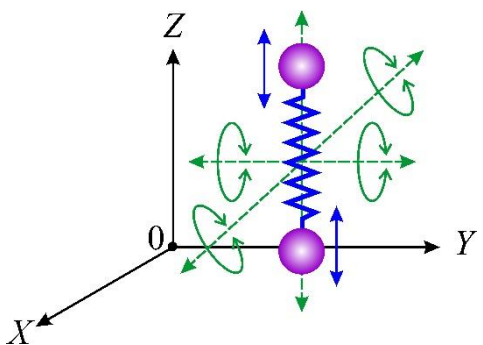
15. Кількістю ступенів вільності молекули називається найменше число незалежних координат, які визначають її положення у просторі. Або це кількість незалежних рухів, які може виконувати молекула (таблиця 1).

Одноатомна молекула подібна до матеріальної точки і має три ступені вільності ($i = 3$), яким відповідають рухи молекули вздовж трьох координатних осей x , y , z . Тому всі ступені вільності цієї молекули поступальні ($i = i_{\text{пост}} = 3$).

При температурах, наближених до кімнатних, двоатомна молекула – це два жорстко зв'язаних атоми (молекула з жорстким зв'язком), які розташовані на

деякій фіксованій відстані один від одного. Така молекула має п'ять ступенів вільності ($i=5$), з яких три ступені поступальні ($i_{\text{пост}}=3$) і дві ступені обертального руху ($i_{\text{оберт}}=2$) навколо двох осей паралельних x та y .

Таблиця 1.

Молекула	Модель молекули	Кількість ступенів вільності			
		$i_{\text{пост}}$	$i_{\text{оберт}}$	$i_{\text{колив}}$	i
Одноатомна		3	—	—	3
Двохатомна з жорстким зв'язком		3	2	—	5
Двохатомна з пружним зв'язком		3	2	1	7

Багатоатомна з жорстким зв'язком		3	3	–	6
--	--	---	---	---	---

Оскільки атоми в молекулі є точковими частинками, то обертання навколо осі, яка проходить крізь них, за означенням, неможливе.

За високих температур двоатомна молекула починає здійснювати коливання (молекула з пружним зв'язком), на які припадає подвійна середня енергія (кінетична та потенціальна). Тому для такої молекули (див. табл. 1) i буде визначатися сумою

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{оберт}} + 2i_{\text{колив}}, \quad (2.10)$$

де $i_{\text{кол}}$ – кількість коливальних ступенів вільності.

Молекула, що складеться з трьох і більше атомів називається багатоатомною. Оскільки за кімнатних температур коливальні ступені

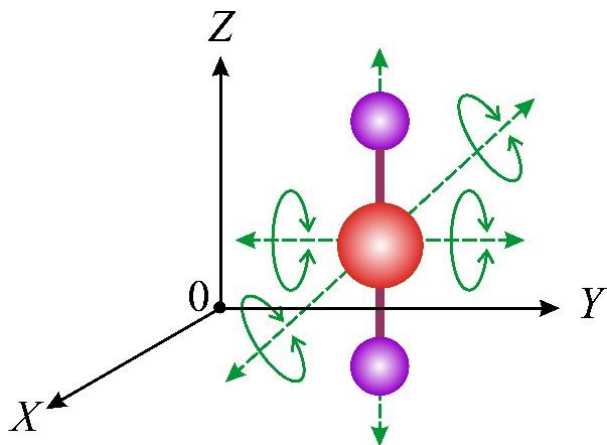


Рисунок 2.5

двоатомній молекулі.

вільності незбуджені (молекули с жорстким зв'язком) то багатоатомна молекула має шість ступенів вільності ($i = 6$): три поступальних та три обертальних. Проте, якщо усі атоми розташовані (рис. 2.5) вздовж однієї прямої (лінійна молекула), то кількість її ступенів вільності така ж, як і у

16.3 закону рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності впливає, що **середня кінетична енергія молекули**

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{i}{2} kT. \quad (2.11)$$

У СІ $[\langle \epsilon \rangle] = \text{Дж (джоуль)}$. $\text{Dim } \langle \epsilon \rangle = ML^2T^{-2}$.

17. Внутрішня енергія U ідеального газу – це сума кінетичних енергій усіх $N = \nu N_A$ молекул, які знаходяться в посудині

$$U = N \langle \varepsilon \rangle = \nu N_A \frac{ikT}{2} = \frac{m}{M} \frac{iRT}{2} = \frac{m}{M} C_v T, \quad (2.12)$$

де $C_v = \frac{iR}{2}$ – молярна теплоємність газу при ізохорному процесі.

У СІ $[U] = \text{Дж (джоуль)}$. $\text{Dim } U = ML^2T^{-2}$.

Внутрішня енергія є однозначною **функцією стану** термодинамічної системи. Це означає, що у кожному стані, який характеризується параметрами p , V , T , макросистема має цілком визначене значення внутрішньої енергії U , яке не залежить від процесу, яким вона була переведена у цей стан (рис. 2.6). Тому, наприклад зміна $\Delta U = U_2 - U_1$ внутрішньої енергії буде однаковою при процесах I та II (див. рис. 2.6).

18. Елементарна робота, що виконана газом над зовнішніми тілами при нескінченно малій рівноважній ($p = \text{const}$) зміні власного об'єму на величину dV дорівнює

$$\delta A = p dV. \quad (2.13)$$

Робота, яку виконує газ при кінцевій зміні об'єму від V_1 до V_2

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (2.14)$$

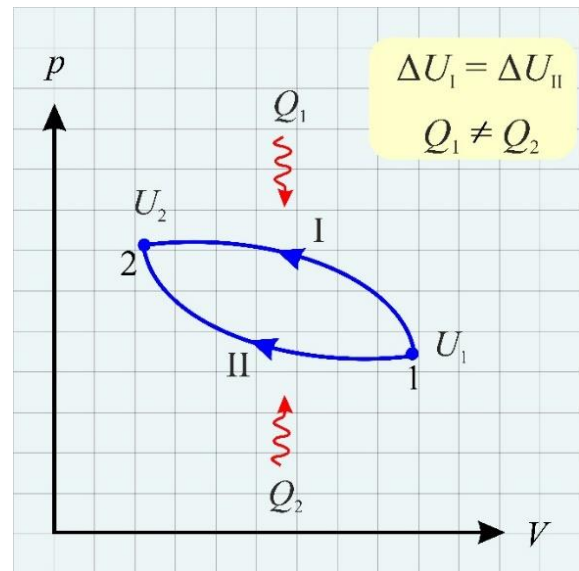


Рисунок 2.6

Робота на відміну від внутрішньої енергії є функція процесу, тобто вона залежить від типу термодинамічного процесу. На p - V діаграмі (рис. 2.7) робота буде визначатися площею криволінійної трапеції, а знак роботи буде залежати від напрямку процесу. Робота – це макроскопічна форма передавання енергії макросистемі завдяки її взаємодії із зовнішнім середовищем.

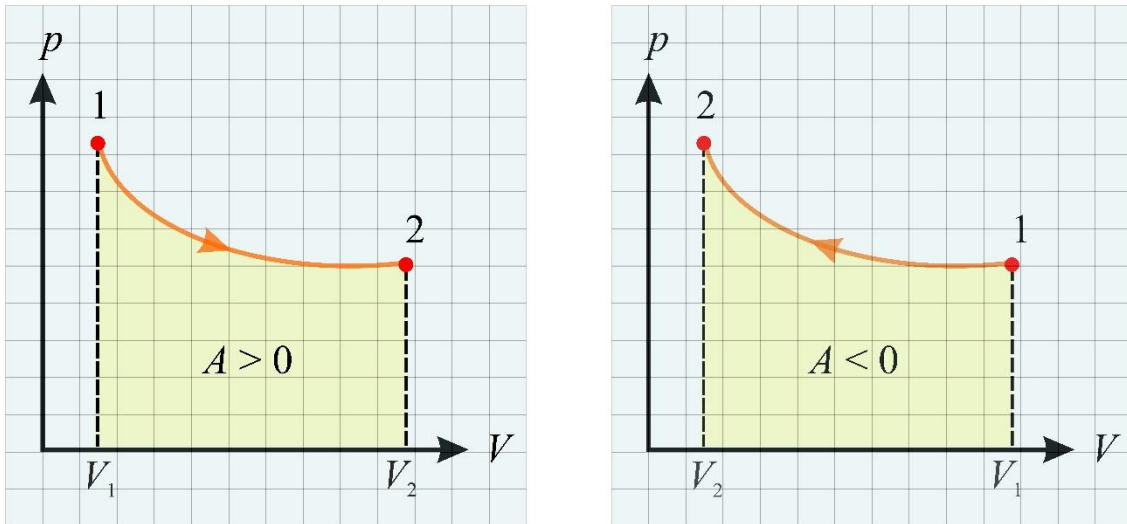


Рисунок 2.7

Робота газу:

1) при **ізотерічному процесі**

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}; \quad (2.15)$$

2) при **ізохорному процесі**

$$A = 0; \quad (2.16)$$

3) при **ізобарному процесі**

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1). \quad (2.17)$$

У СІ $[A] = \text{Дж (джоуль)}$. $\text{Dim } A = ML^2T^{-2}$.

19. Передача енергії, яка відбувається шляхом мікроскопічного обміну енергіями між молекулами взаємодіючих тіл (або частин тіла) з різною температурою та не пов'язана з виконанням роботи над всією макросистемою називається **теплообміном**. Кількість переданої енергії термодинамічній системі шляхом теплообміну називають **кількістю теплоти**. Кількість теплоти Q є **функцією процесу**, оскільки вона залежить від виду процесу (див. рис. 2.6).

У СІ $[Q] = \text{Дж (джоуль)}$. $\text{Dim } Q = ML^2T^{-2}$.

20. Перший закон термодинаміки: кількість теплоти Q , яка надається макросистемі, йде на приріст її внутрішньої енергії $\Delta U = U_2 - U_1$ та на виконання роботи A макросистемою над зовнішніми тілами

$$Q = (U_2 - U_1) + A = \Delta U + A. \quad (2.18)$$

Для нескінченно малих змін внутрішньої енергії перший закон термодинаміки записують у диференціальній формі

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (2.19)$$

де dU – елементарна зміна (повний диференціал) внутрішньої енергії газу; δQ – елементарна кількість теплоти, переданої газу; δA – елементарна робота.

21. Теплоємністю тіла (системи) називається фізична величина, що чисельно дорівнює теплоті, яку потрібно надати тілу, щоб збільшити його температуру на один кельвін. Якщо температура тіла змінюється на dT при передачі йому елементарної кількості теплоти δQ , то теплоємність тіла

$$C_{\text{тіла}} = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (2.20)$$

$$\text{У СІ } [C_{\text{тіла}}] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \text{ (джоуль/кельвін)}. \text{ Dim } C_{\text{тіла}} = ML^2T^{-2}\Theta^{-1}.$$

Теплоємність одиниці маси речовини називається **питомою теплоємністю**

$$c = \frac{C_{\text{тіла}}}{m} = \frac{\delta Q}{mdT}. \quad (2.21)$$

$$\text{У СІ } [c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}. \text{ Dim } c = L^2T^{-2}\Theta^{-1}.$$

Молярна теплоємність – це теплоємність одного моля речовини

$$C = \frac{C_{\text{тіла}}}{\nu} = \frac{\delta Q}{\nu dT}. \quad (2.22)$$

$$\text{У СІ } [C] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}. \text{ Dim } C = ML^2T^{-2}N^{-1}\Theta^{-1}.$$

Між молярною теплоємністю C і питомою теплоємністю c існує зв'язок

$$C = Mc, \quad (2.23)$$

де M – молярна маса газу.

22. Отримана кількість теплоти та теплоємність ідеального газу залежать від виду термодинамічного процесу:

1) при ізохорному процесі:

теплоємність

$$C_v = \frac{iR}{2}, \quad c_v = \frac{iR}{2M}, \quad (2.24)$$

кількість теплоти

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1) = m c_V (T_2 - T_1); \quad (2.25)$$

2) при ізобарному процесі:

теплоємність

$$C_p = \frac{(i+2)R}{2}, \quad c_p = \frac{(i+2)R}{2M}, \quad (2.26)$$

кількість теплоти

$$Q = \frac{m}{M} C_p (T_2 - T_1) = m c_p (T_2 - T_1); \quad (2.27)$$

3) при ізотермічному процесі:

теплоємність

$$C_T, c_T \rightarrow \infty, \quad (2.28)$$

кількість теплоти

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (2.29)$$

З виразів (2.24) та (2.26) виходить, що теплоємності C_V і C_p пов'язані між собою рівнянням, яке називається **рівнянням Майєра**

$$C_p = C_V + R. \quad (2.30)$$

23. Термодинамічний процес, при якому відсутній теплообмін газу з навколишнім середовищем ($\delta Q = 0, Q = 0$)

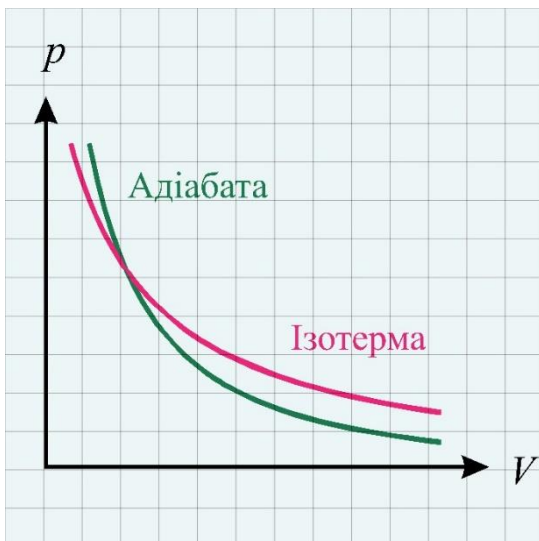


Рисунок 2.8

називається **адіабатичним**. Адіабатичне розширення чи стискання газу може бути виконане двома способами: 1) газ знаходиться у посудині з термоізолюючими стінками, 2) процес відбувається дуже швидко. При адіабатичному розширенні ідеального газу, його тиск зменшується більше, ніж при ізотермічному розширенні (рис. 2.8) через те, що він охолоджується.

Рівняння Пуассона описує

адіабатний процес (адіабату) ідеального газу:

у змінних p і V

$$pV^\gamma = \text{const}, \text{ або } p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma, \quad (2.31)$$

у змінних T і V

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \text{ або } T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}, \quad (2.32)$$

у змінних p і T

$$pT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \text{const}, \text{ або } p_1T_1^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = p_2T_2^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}, \quad (2.33)$$

де γ – **показник адіабати**, або **коефіцієнт Пуассона**, який залежить від кількості ступенів вільності молекул ідеального газу

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}. \quad (2.34)$$

Робота газу при адіабатному процесі виконується за рахунок зменшення його внутрішньої енергії

$$A = -\Delta U = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{RT_1}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right). \quad (2.35)$$

За відсутності теплообміну, **теплоємність газу при адіабатичному процесі** дорівнює нулю

$$C_Q = 0, c_Q = 0. \quad (2.36)$$

24. Політропічним називається термодинамічний процес, який характеризується постійною теплоємністю газу ($C = \text{const}$, $c = \text{const}$).

Рівняння політропи для ідеального газу
в змінних p та V

$$pV^n = \text{const}, \text{ або } p_1V_1^n = p_2V_2^n, \quad (2.37)$$

в змінних T та V

$$TV^{n-1} = \text{const}, \text{ або } T_1V_1^{n-1} = T_2V_2^{n-1} \quad (2.38)$$

в змінних p та T

$$Tp^{\frac{1-n}{n}} = \text{const}, \text{ або } T_1p_1^{\frac{1-n}{n}} = T_2p_2^{\frac{1-n}{n}}, \quad (2.39)$$

де n – **показник політропи** ($-\infty \leq n \leq +\infty$):

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v}. \quad (2.40)$$

Ізобарний ($n = 0$), ізохорний ($n = \infty$), ізотермічний ($n = 1$) та адіабатичний

($n = \gamma$) процеси є окремими випадками політропного процесу.

Теплоємність при політропному процесі:

$$C = \frac{nC_V - C_p}{n - 1}. \quad (2.41)$$

Якщо $-\infty < n < 1$ та $\gamma < n < \infty$, то теплоємність газу є додатною ($C > 0$), від'ємній теплоємності ($C < 0$) відповідає показник політропи: $1 < n < \gamma$, тоді робота газу здійснюється завдяки поглинанню теплоти та зменшенню його внутрішньої енергії.

2.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Деякий двохатомний ідеальний газ займає об'єм $V_1 = 6$ л під тиском $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па. Збільшення вдвічі об'єму цього газу відбувається за умовою: $pV^n = \text{const}$, де $n = 1,2$. Визначити: 1) зміну внутрішньої енергії газу; 2) роботу, виконану газом проти зовнішніх сил; 3) кількість теплоти, яку отримав газ; 4) молярну теплоємність газу в цьому процесі.

АНАЛІЗ

Рівняння, яке описує процес розширення ідеального газу відповідно до умови задачі, відрізняється від рівнянь Бойля – Маріотта $pV = \text{const}$ для ізотермічного процесу та Пуассона $pV^\gamma = \text{const}$ для адіабатичного процесу. Оскільки для двохатомного ідеального газу показник адіабати γ в рівнянні Пуассона дорівнює

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = \frac{\frac{iR}{2} + R}{\frac{iR}{2}} = \frac{i + 2}{i} = \frac{7}{5} = 1,4, \quad (1)$$

де $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – універсальна газова стала; $C_V = \frac{iR}{2}$ – молярна теплоємність газу при постійному об'ємі; $i = 5$ – кількість ступенів вільності молекул двохатомного газу; C_p – молярна теплоємність ідеального газу при постійному тиску, яка за рівнянням Майєра дорівнює: $C_p = C_V + R$.

Ізопроееси та адіабатний процес є окремими випадками більш загального політропного процесу, який описується рівнянням

$$pV^n = \text{const}, \quad (2)$$

де n – показник політропи.

Політропний процес – це термодинамічний процес переходу ідеального газу з початкового до кінцевого стану, під час якого теплоємність газу C залишається постійною

$$C = \frac{nC_v - C_p}{n-1} = \text{const}. \quad (3)$$

З формули (3) виходить, що показник політропи в рівнянні (2) теж є постійною величиною

$$n = \frac{C_p - C}{C_v - C} = \text{const}. \quad (4)$$

За умовою задачі $n = 1,2$. Тому термодинамічний процес під час якого збільшується об'єм газу вдвічі є політропним. Побудуємо графіки ізоТЕРми, адіабати та політропи в координатах $p - V$ відповідно до умови задачі. Оскільки $1 < n < \gamma$, то політропа буде знаходитися між ізоТЕРмою та адіабатою (рис. 1). При ізоТЕРмічному процесі температура, а відповідно і внутрішня енергія газу,

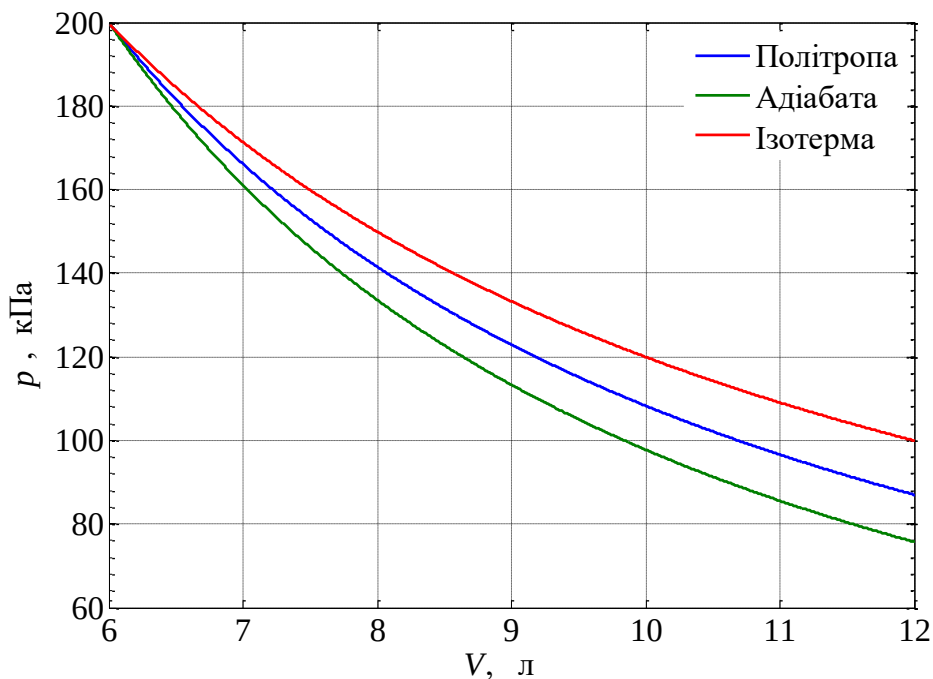


Рисунок 1

залишаються постійними, а при адіабатичному процесі зменшення температури (ΔT_γ) і внутрішньої енергії газу є найбільшими. Тому процес політропного розширення газу супроводжується зменшенням температури в інтервалі: $0 < \Delta T < \Delta T_\gamma$.

Отже, газ при розширенні буде виконувати роботу проти зовнішніх сил внаслідок поглинання теплоти (як при ізотермічному процесі) і зменшення внутрішньої енергії (як при адіабатичному процесі).

Зміна внутрішньої енергії ідеального газу залежить від зміни його температури

$$\Delta U_{12} = \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1) = \frac{iR}{2} \frac{m}{M} (T_2 - T_1), \quad (5)$$

де m – маса газу; M – молярна маса газу; T_1, T_2 – термодинамічна температура газу до та після розширення відповідно.

Визначимо значення m, M, T_1, T_2 записавши рівняння Клапейрона - Менделєєва для початкового стану газу (p_1, V_1, T_1)

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1, \quad (6)$$

та для кінцевого стану газу (p_2, V_2, T_2)

$$p_2 V_2 = \frac{m}{M} R T_2. \quad (7)$$

Віднімемо окремо ліві та праві частини рівнянь (6) та (7)

$$p_2 V_2 - p_1 V_1 = \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{m}{M} R (T_2 - T_1). \quad (8)$$

Підставимо в рівняння (5) замість $\frac{m}{M} R (T_2 - T_1)$ ліву частину отриманого виразу (8)

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1). \quad (9)$$

Для визначення тиску газу p_2 після розширення використаємо рівняння політропного процесу (див. ф-лу 2)

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n \Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^n. \quad (10)$$

Підставивши вираз (10) до формули (9), остаточно отримаємо

$$\Delta U_{12} = \frac{ip_1V_1}{2} \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right). \quad (11)$$

В загальному випадку, робота A_{12} газу проти зовнішніх сил

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (12)$$

Оскільки в координатах $p - V$ інтеграл (12) дорівнює площі криволінійної трапеції (рис. 1), яка обмежена графіком залежності $p(V)$, то робота газу A_{12} під час політропного розширення, менша за роботу при ізотермічному процесі та перевищує роботу при адіабатичному процесі. Для розрахунку інтеграла (12) отримаємо залежність тиску від об'єму газу для політропного процесу. Із рівняння політропи (2) маємо

$$pV^n = \text{const} = p_1V_1^n \Rightarrow p = \frac{p_1V_1^n}{V^n}. \quad (13)$$

Підставивши (13) до виразу (12), отримаємо

$$A_{12} = p_1V_1^n \int_{V_1}^{V_2} V^{-n} dV = p_1V_1^n \frac{V^{1-n}}{1-n} \Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{p_1V_1^n}{n-1} \left(\frac{1}{V_1^{n-1}} - \frac{1}{V_2^{n-1}} \right) = \frac{p_1V_1}{n-1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right). \quad (14)$$

Врахувавши співвідношення (10), із виразу (14), отримаємо більш простішу формулу для роботи

$$A_{12} = \frac{1}{n-1} (p_1V_1 - p_2V_2). \quad (15)$$

За першим законом термодинаміки кількість теплоти Q_{12} , яку отримав газ при політропному розширенні дорівнює

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}. \quad (16)$$

Підставивши вирази (9) та (15) в (16), отримаємо

$$Q_{12} = \left(\frac{1}{n-1} - \frac{i}{2} \right) (p_1V_1 - p_2V_2). \quad (17)$$

За визначенням, молярна теплоємність газу C чисельно дорівнює кількості теплоти, яку необхідно надати одному молю $\left(\frac{m}{M} = 1 \text{ моль} \right)$ газу, щоб підвищити його температуру на 1 К

$$C = \frac{Q_{12}}{\frac{m}{M} \Delta T}. \quad (18)$$

Визначимо зменшення температури при політропному процесі, прирівнявши праві частини співвідношень (5) і (9)

$$\frac{iR}{2} \frac{m}{M} (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) \Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = \frac{(p_2 V_2 - p_1 V_1)}{R \frac{m}{M}}. \quad (19)$$

Із виразів (17) та (19) виходить, що при політропному розширенні газ отримує теплоту ($Q_{12} > 0$), а його температура зменшується ($\Delta T < 0$), тому теплоємність газу за формулою (18) буде від'ємною. Це означає, що робота газу перевищує отриману ним кількість теплоти завдяки зменшенню внутрішньої енергії газу. Отже, не зважаючи на те, що теплота надається ідеальному газу, його температура зменшується. В загальному випадку теплоємність газу буде від'ємною, якщо показник політропи знаходиться в інтервалі $1 < n < \gamma$.

Після підстановки (17) і (19) до співвідношення (18) отримаємо теплоємність ідеального газу

$$C = \left(\frac{i}{2} - \frac{1}{n-1} \right) R. \quad (20)$$

Теплоємність газу при політропному процесі також можна визначити за допомогою формули (3). Якщо підставити $C_V = \frac{iR}{2}$ та $C_p = C_V + R$ до співвідношення (3), то отримаємо значення теплоємності, яке збігається з виразом (20).

Перевіримо формулу (11):

$$[\Delta U_{12}] = \text{Дж} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}, [p_1] = \text{Па} = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}, [V_1] = \text{м}^3, [V_2] = \text{м}^3, [n] = 1, [i] = 1;$$

$$\left[\frac{i p_1 V_1}{2} \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right) \right] = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2} \cdot \text{м}^3 \left(\frac{\text{м}^3}{\text{м}^3} \right) = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}.$$

Перевіримо формулу (14):

$$[A_{12}] = \text{Дж} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}, [p_1] = \text{Па} = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}, [V_1] = \text{м}^3, [V_2] = \text{м}^3, [n] = 1;$$

$$\left[\frac{p_1 V_1}{k-1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right) \right] = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2} \cdot \text{м}^3 \left(\frac{\text{м}^3}{\text{м}^3} \right) = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}.$$

Перевіримо формулу (20):

$$[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{с}^2}, [R] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{с}^2}, [n] = 1, [i] = 1;$$

$$\left[\left(\frac{i}{2} - \frac{1}{n-1} \right) R \right] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{моль} \cdot \text{К} \cdot \text{с}^2}.$$

Дано:	СІ	Розв'язання:
$p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$		$\Delta U_{12} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{2} \left(\left(\frac{6 \cdot 10^{-3}}{12 \cdot 10^{-3}} \right)^{1,2-1} - 1 \right) =$
$V_1 = 6 \text{ л}$	$6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$	$= -388 \text{ Дж};$
$V_2 = 2V_1 = 12 \text{ л}$	$12 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$	$A_{12} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{2} \left(\left(\frac{6 \cdot 10^{-3}}{12 \cdot 10^{-3}} \right)^{1,2-1} - 1 \right) \approx$
$n = 1,2$		$\approx 777 \text{ Дж};$
$i = 5$		$Q_{12} = 777 - 388 = 389 \text{ Дж};$
$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$		$C = 8,31 \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{1,2-1} \right) \approx -21 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
$\Delta U_{12} - ? \quad A_{12} - ?$		Відповідь: $\Delta U_{12} = -388 \text{ Дж}, A_{12} = 780 \text{ Дж},$
$Q_{12} - ? \quad C - ?$		$Q_{12} = 389 \text{ Дж}, C = -21 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$

2.3. ЗАДАЧА

для самостійного розв'язування

Оксид азоту (N_2O) масою $m = 44 \text{ г}$ знаходиться під тиском $p = 100 \text{ кПа}$ при температурі $T_1 = 300 \text{ К}$. Після ізобарного нагрівання, газ займає об'єм $V_2 = 50 \text{ л}$. Визначте: 1) зміну внутрішньої енергії газу; 2) роботу газу; 3) кількість теплоти, отриманої газом під час нагрівання.

РОЗВ'ЯЗОК

1. Визначте молярну масу оксиду азоту.

1.1. Користуючись таблицею Менделєєва визначте відносну атомну масу азоту A_{rN} та кисню A_{rO} .

N ⁷ 14,0067 АЗОТ	O ⁸ 15,999 КИСЕНЬ
--	---

$A_{rN} = 14$	$A_{rN} = 14,1$	$A_{rO} = 15,9$	$A_{rO} = 16$
---------------	-----------------	-----------------	---------------

1.2. Виберіть формулу для розрахунку молярної маси M оксиду азоту.

$M = (A_{rN} + A_{rO}) \cdot 10^{-3}$	$M = A_{rN} + A_{rO}$	$M = A_{rN} + 2A_{rO}$	$M = (2A_{rN} + A_{rO}) \cdot 10^{-3}$
---------------------------------------	-----------------------	------------------------	--

1.3. Розрахуйте молярну масу M оксиду азоту.

1.4. Вкажіть одиницю молярної маси в СІ.

кг	г/моль	кг/моль	моль
----	--------	---------	------

1.5. Виберіть правильну відповідь.

$44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	32 г/моль	$30 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	1 моль
----------------------------	-----------	----------------------------	--------

2. Визначте початковий об'єм газу V_1 до нагрівання.

2.1. Виберіть рівняння, яке описує стан газу до нагрівання.

$p_1 V_1 = p_2 V_2$	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	$p V_2 = \frac{m}{M} R T_2$	$p V_1 = \frac{m}{M} R T_1$
---------------------	-------------------------------------	-----------------------------	-----------------------------

2.2. Розрахуйте початковий об'єм газу V_1 .

2.3. Вкажіть одиницю об'єму в СІ.

л	м ³	см ³	мм ³
---	----------------	-----------------	-----------------

2.4. Виберіть правильну відповідь.

$35 \cdot 10^{-3}$ м ³	32 л	$25 \cdot 10^{-3}$ м ³	$15 \cdot 10^{-3}$ м ³
-----------------------------------	------	-----------------------------------	-----------------------------------

3. Визначте температуру T_2 газу після нагрівання.

3.1. Виберіть рівняння, яким описується ізобарний процес.

$p_1 V_1 = p_2 V_2$	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$	$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$
---------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-----------------------------------

3.2. Розрахуйте кінцеву температуру газу T_2 .

3.3. Вкажіть одиницю температури в СІ.

Дж	Па	°С	К
----	----	----	---

3.4. Виберіть правильну відповідь.

400 °С	500 К	600 К	700 К
--------	-------	-------	-------

4. Визначте зміну внутрішньої енергії ідеального газу при ізобарному нагріванні.

4.1. Виберіть формулу для розрахунку внутрішньої енергії газу при ізобарному процесі.

$\Delta U_{12} = Q_{12}$	$\Delta U_{12} = -A_{12}$	$\Delta U_{12} = c_v \Delta T$	$\Delta U_{12} = \frac{m}{M} C_v \Delta T$
--------------------------	---------------------------	--------------------------------	--

4.2. Виберіть формулу для розрахунку молярної теплоємності газу при ізохорному процесі.

$C_p = \left(\frac{i+2}{2}\right)R$	$C_v = \frac{iR}{2}$	$c_p = \left(\frac{i+2}{2}\right)\frac{R}{M}$	$c_v = \frac{iR}{2M}$
-------------------------------------	----------------------	---	-----------------------

4.3. Оберіть кількість ступенів вільності лінійної молекули N_2O .

$i = 3$	$i = 5$	$i = 6$	$i = 7$
---------	---------	---------	---------

4.4. Розрахуйте молярну теплоємність газу при постійному об'ємі C_v .

4.5. Вкажіть одиницю молярної теплоємності газу в СІ.

Дж/(моль·К)	Дж/(кг·К)	Дж/К	Дж
-------------	-----------	------	----

4.6. Виберіть правильну відповідь.

568 Дж/(кг·К)	21 Дж/(моль·К)	25 Дж/(моль·К)	29 Дж/(моль·К)
---------------	----------------	----------------	----------------

4.7. Розрахуйте зміну внутрішньої енергії газу ΔU_{12} .

4.8. Вкажіть одиницю внутрішньої енергії газу в СІ.

Дж/К	Дж/(кг·К)	Вт	Дж
------	-----------	----	----

4.9. Виберіть правильну відповідь.

5500 Дж	6300 Дж	7500 Дж	9200 Дж
---------	---------	---------	---------

5. Визначте роботу газу при ізобарному процесі.

5.1. Виберіть формулу для розрахунку роботи газу.

$A_{12} = \frac{m}{M} RT_1 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$	$A_{12} = p(V_2 - V_1)$	$A_{12} = 0$	$A_{12} = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2)$
--	-------------------------	--------------	--

5.2. Розрахуйте роботу газу A_{12} .

5.3. Вкажіть одиницю роботи газу в СІ.

Дж/К	Дж/(кг·К)	Вт	Дж
------	-----------	----	----

5.4. Виберіть правильну відповідь.

1550 Дж	2500 Дж	2500 Вт	3000 Дж
---------	---------	---------	---------

6. Визначте кількість теплоти, отриманої газом при ізобарному процесі.

6.1. Виберіть формулу для розрахунку переданої газу теплоти.

$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$	$Q_{12} = \Delta U_{12}$	$Q_{12} = A_{12}$	$Q_{12} = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2)$
-----------------------------------	--------------------------	-------------------	--

6.2. Розрахуйте кількість теплоти Q_{12} .

6.3. Вкажіть одиницю кількості теплоти в СІ.

Дж/К	Дж/(кг·К)	Вт	Дж
------	-----------	----	----

6.4. Виберіть правильну відповідь.

8800 Дж	10000 Дж	12200 Дж	14500 Дж
---------	----------	----------	----------

7. Запишіть відповідь.

2.4. РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ

для самостійного розв'язування

Оксид азоту (N_2O) масою $m = 44$ г знаходиться під тиском $p = 100$ кПа при температурі $T_1 = 300$ К. Після ізобарного нагрівання, газ займає об'єм $V_2 = 50$ л. Визначте: 1) зміну внутрішньої енергії газу; 2) роботу газу; 3) кількість теплоти отриманою газом під час нагрівання.

РОЗВ'ЯЗОК

(зеленим кольором позначені правильні відповіді)

1. Визначте молярну масу оксиду азоту.

1.1. Користуючись таблицею Менделєєва визначте відносну атомну масу азоту A_{rN} та кисню A_{rO} .

$A_{rN} = 14$	$A_{rN} = 14,1$	$A_{rO} = 15,9$	$A_{rO} = 16$
---------------	-----------------	-----------------	---------------

1.2. Виберіть формулу для розрахунку молярної маси M оксиду азоту.

$M = (A_{rN} + A_{rO}) \cdot 10^{-3}$	$M = A_{rN} + A_{rO}$	$M = A_{rN} + 2A_{rO}$	$M = (2A_{rN} + A_{rO}) \cdot 10^{-3}$
---------------------------------------	-----------------------	------------------------	--

1.3. Розрахуйте молярну масу M оксиду азоту.

$$M = (2 \cdot 14 + 16) \cdot 10^{-3} = 44 \cdot 10^{-3}$$

1.4. Вкажіть одиницю молярної маси в СІ.

кг	г/моль	кг/моль	моль
----	--------	---------	------

1.5. Виберіть правильну відповідь.

$44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	32 г/моль	$30 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	1 моль
----------------------------	-----------	----------------------------	--------

2. Визначте початковий об'єм газу V_1 до нагрівання.

2.1. Виберіть рівняння, яке описує стан газу до нагрівання.

$p_1 V_1 = p_2 V_2$	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	$p V_2 = \frac{m}{M} R T_2$	$p V_1 = \frac{m}{M} R T_1$
---------------------	-------------------------------------	-----------------------------	-----------------------------

2.2. Розрахуйте початковий об'єм газу V_1 .

$$V_1 = \frac{m}{M} \frac{R T_1}{p} = \frac{44 \cdot 10^{-3}}{44 \cdot 10^{-3}} \frac{8,31 \cdot 300}{100 \cdot 10^3} = 24,93 \cdot 10^{-3} \approx 25 \cdot 10^{-3}$$

2.3. Вкажіть одиницю об'єму в СІ.

л	м³	см ³	мм ³
---	----------------------	-----------------	-----------------

2.4. Виберіть правильну відповідь.

$35 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$	32 л	$25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$	$15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$
--------------------------------	------	--	--------------------------------

3. Визначте температуру газу T_2 після нагрівання.

3.1. Виберіть рівняння, яким описується ізобарний процес.

$p_1 V_1 = p_2 V_2$	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_{2,1}}$	$p_1 V_1' = p_2 V_2'$
---------------------	---	---	-----------------------

3.2. Розрахуйте кінцеву температуру газу T_2 .

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3}} \cdot 300 = 600$$

3.3. Вкажіть одиницю температури в СІ.

Дж	Па	°С	К
----	----	----	----------

3.4. Виберіть правильну відповідь.

400 °С	500 К	600 К	700 К
--------	-------	--------------	-------

4. Визначте зміну внутрішньої енергії ідеального газу при ізобарному нагріванні.

4.1. Виберіть формулу для розрахунку внутрішньої енергії газу при ізобарному процесі.

$\Delta U_{12} = Q_{12}$	$\Delta U_{12} = -A_{12}$	$\Delta U_{12} = c_v \Delta T$	$\Delta U_{12} = \frac{m}{M} C_v \Delta T$
--------------------------	---------------------------	--------------------------------	--

4.2. Виберіть формулу для розрахунку молярної теплоємності газу при ізохорному процесі.

$C_p = \left(\frac{i+2}{2} \right) R$	$C_v = \frac{iR}{2}$	$c_p = \left(\frac{i+2}{2} \right) \frac{R}{M}$	$c_v = \frac{iR}{2M}$
--	--	--	-----------------------

4.3. Оберіть кількість ступенів вільності лінійної молекули N₂O.

$i = 3$	$i = 5$	$i = 6$	$i = 7$
---------	---------	---------	---------

4.4. Розрахуйте молярну теплоємність газу при постійному об'ємі C_v .

$$C_v = \frac{iR}{2} = \frac{5 \cdot 8,31}{2} = 20,78 \approx 21$$

4.5. Вкажіть одиницю молярної теплоємності газу в СІ.

Дж/(моль·К)	Дж/(кг·К)	Дж/К	Дж
-------------	-----------	------	----

4.6. Виберіть правильну відповідь.

568 Дж/(кг·К)	21 Дж/(моль·К)	25 Дж/(моль·К)	29 Дж/(моль·К)
---------------	----------------	----------------	----------------

4.7. Розрахуйте зміну внутрішньої енергії газу ΔU_{12} .

$$\Delta U_{12} = \frac{m}{M} C_v \Delta T = \frac{44 \cdot 10^{-3}}{44 \cdot 10^{-3}} \cdot 21 \cdot (600 - 300) = 6300$$

4.8. Вкажіть одиницю внутрішньої енергії газу в СІ.

Дж/К	Дж/(кг·К)	Вт	Дж
------	-----------	----	----

4.9. Виберіть правильну відповідь.

5500 Дж	6300 Дж	7500 Дж	9200 Дж
---------	---------	---------	---------

5. Визначте роботи газу при ізобарному процесі.

5.1. Виберіть формулу для розрахунку роботи газу.

$A_{12} = \frac{m}{M} R T_1 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$	$A_{12} = p(V_2 - V_1)$	$A_{12} = 0$	$A_{12} = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2)$
---	-------------------------	--------------	--

5.2. Розрахуйте роботу газу A_{12} .

$$A_{12} = p(V_2 - V_1) = 100 \cdot 10^3 \cdot (50 \cdot 10^{-3} - 25 \cdot 10^{-3}) = 2500$$

5.3. Вкажіть одиницю роботи газу в СІ.

Дж/К	Дж/(кг·К)	Вт	Дж
------	-----------	----	----

5.4. Виберіть правильну відповідь.

1550 Дж	2500 Дж	2500 Вт	3000 Дж
---------	---------	---------	---------

6. Визначте кількість теплоти, отриманої газом при ізобарному процесі.

6.1. Виберіть формулу для розрахунку переданої газу теплоти.

$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$	$Q_{12} = \Delta U_{12}$	$Q_{12} = A_{12}$	$Q_{12} = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2)$
-----------------------------------	--------------------------	-------------------	--

6.2. Розрахуйте кількість теплоти Q_{12} .

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = 2500 + 6300 = 8800$$

6.3. Вкажіть одиницю кількості теплоти в СІ.

Дж/К	Дж/(кг·К)	Вт	Дж
------	-----------	----	----

6.4. Виберіть правильну відповідь.

8800 Дж	10000 Дж	12200 Дж	14500 Дж
---------	----------	----------	----------

7. **Відповідь:** $\Delta U_{12}=6300$ Дж, $A_{12}=2500$ Дж, $Q_{12}=8800$ Дж.

2.5. ТЕСТИ

1. Оберіть рівняння, яке відповідає адіабатичному процесу.

1	2	3	4	5
$pV^n = \text{const}$	$pT^{-1} = \text{const}$	$VT^{-1} = \text{const}$	$pV^{C_p/C_v} = \text{const}$	$pV = \text{const}$

2. Оберіть рівняння, яке відповідає ізохорному процесу.

1	2	3	4	5
$pV^n = \text{const}$	$pT^{-1} = \text{const}$	$VT^{-1} = \text{const}$	$pV^{C_p/C_v} = \text{const}$	$pV = \text{const}$

3. Оберіть рівняння, яке відповідає ізобарному процесу.

1	2	3	4	5
$pV^n = \text{const}$	$pT^{-1} = \text{const}$	$VT^{-1} = \text{const}$	$pV^{C_p/C_v} = \text{const}$	$pV = \text{const}$

4. Оберіть рівняння, яке відповідає ізотермічному процесу.

1	2	3	4	5
$pV^n = \text{const}$	$pT^{-1} = \text{const}$	$VT^{-1} = \text{const}$	$pV^{C_p/C_v} = \text{const}$	$pV = \text{const}$

5. Оберіть вираз, який відповідає рівнянню Клапейрона – Менделєєва.

1	2	3	4	5
$pV = \frac{m}{M}RT$	$pT^{-1} = \text{const}$	$VT^{-1} = \text{const}$	$p = nkT$	$pV = \text{const}$

6. Оберіть рівняння, яке відповідає першому закону термодинаміки для адіабатичного процесу.

1	2	3	4	5
$\Delta U_{12} = Q_{12}$	$\Delta U_{12} + A_{12} = 0$	$A_{12} = Q_{12}$	$\Delta U_{12} + A_{12} = Q_{12}$	$\Delta U_{12} = 0$

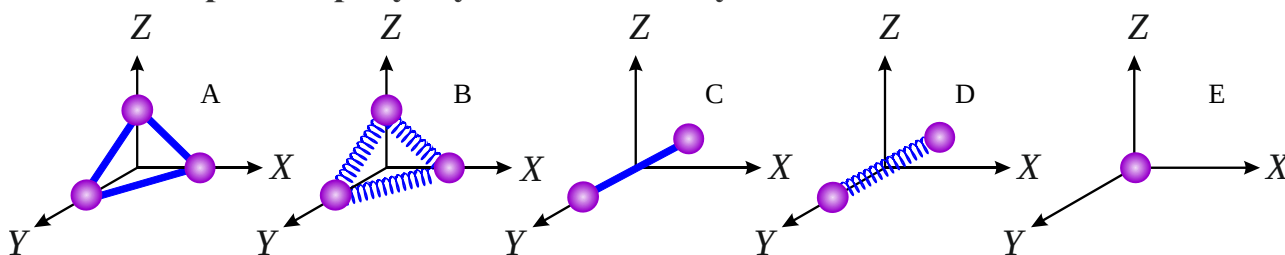
7. Оберіть рівняння, яке відповідає першому закону термодинаміки для ізобарного процесу.

1	2	3	4	5
$\Delta U_{12} = Q_{12}$	$\Delta U_{12} + A_{12} = 0$	$A_{12} = Q_{12}$	$\Delta U_{12} + A_{12} = Q_{12}$	$\Delta U_{12} = 0$

8. Оберіть рівняння, яке відповідає першому закону термодинаміки для ізотермічного процесу.

1	2	3	4	5
$\Delta U_{12} = Q_{12}$	$\Delta U_{12} + A_{12} = 0$	$A_{12} = Q_{12}$	$\Delta U_{12} + A_{12} = Q_{12}$	$\Delta Q_{12} = 0$

9. Оберіть на рисунку модель молекули для якої $i = 6$.



1	2	3	4	5
A	B	C	D	E

10. Оберіть формулу, за якою можна розрахувати кількість теплоти, отриманої газом при ізотермічному процесі.

1	2	3	4	5
$Q_{12} = \frac{m}{M} \frac{iR\Delta T}{2}$	$Q_{12} = \frac{m}{M} C_p \Delta T$	$Q_{12} = \Delta U_{12}$	$Q_{12} = \frac{m}{M} RT \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$	$Q_{12} = \frac{m}{M} C_v \Delta T$

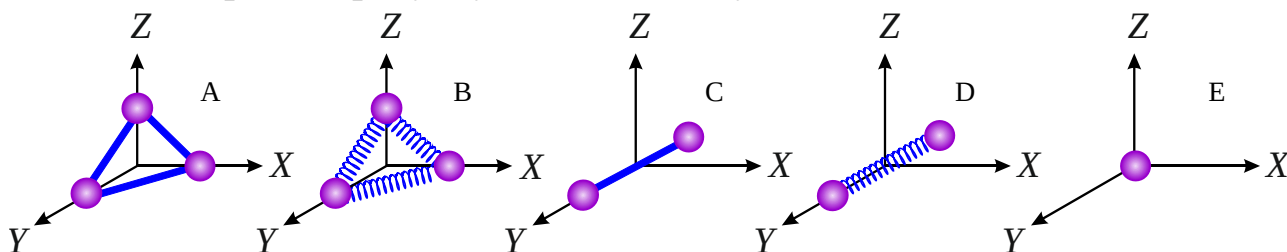
11. Вкажіть, чому дорівнює молярна теплоємність багатоатомного ідеального газу при ізотермічному процесі.

1	2	3	4	5
$C = \infty$	$C = 3R$	$C = 3R/2$	$C = 0$	$C = 5R/2$

12. Вкажіть, чому дорівнює молярна теплоємність багатоатомного ідеального газу при адіабатичному процесі.

1	2	3	4	5
$C = \infty$	$C = 3R$	$C = 3R/2$	$C = 0$	$C = 5R/2$

13. Оберіть на рисунку модель молекули для якої $i = 7$.



1	2	3	4	5
A	B	C	D	E

14. Оберіть формулу, за якою можна розрахувати кількість теплоти, отриманої газом при ізохорному процесі.

1	2	3	4	5
$Q_{12} = \frac{m}{M} \left(\frac{i+2}{2}\right) R\Delta T$	$Q_{12} = \frac{m}{M} C_p \Delta T$	$Q_{12} = A_{12}$	$Q_{12} = \frac{m}{M} RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	$Q_{12} = \frac{m}{M} C_v \Delta T$

15. Вкажіть, чому дорівнює молярна теплоємність двоатомного ідеального газу при ізохорному процесі.

1	2	3	4	5
$C = \infty$	$C = 3R$	$C = 3R/2$	$C = 0$	$C = 5R/2$

16. Оберіть на рисунку модель молекули для якої $i = 5$.

1	2	3	4	5
A	B	C	D	E

17. Вкажіть позначення та одиницю молярної теплоємності газу. Відповідь надайте як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R	c	C	U	Q	Дж/К	Дж/кг	Дж/(моль·К)	Дж/(кг·К)	Дж/моль

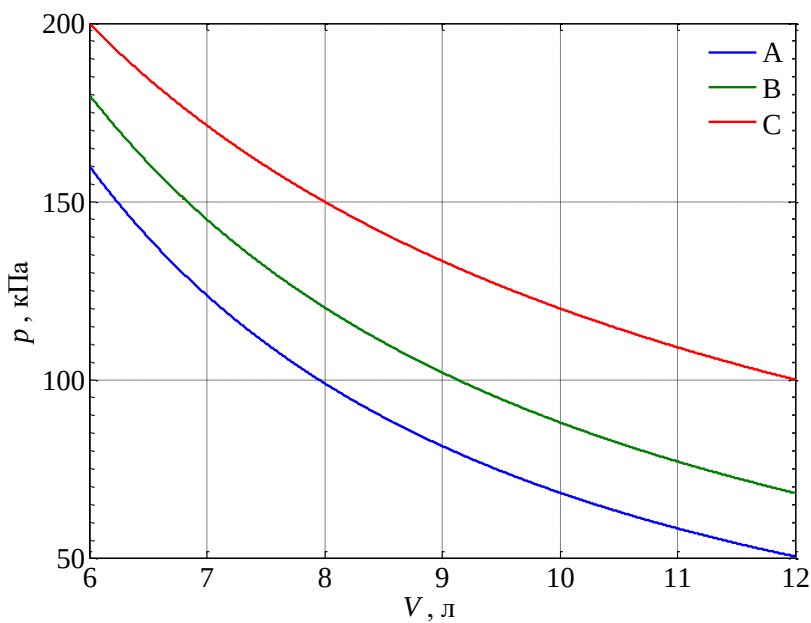
18. Оберіть на рисунку модель молекули для якої $i = 3$.

1	2	3	4	5
A	B	C	D	E

19. Вкажіть позначення та одиницю універсальної газової сталої. Відповідь надайте як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R	c	C	U	Q	Дж/К	Дж/кг	Дж/(моль·К)	Дж/(кг·К)	Дж/моль

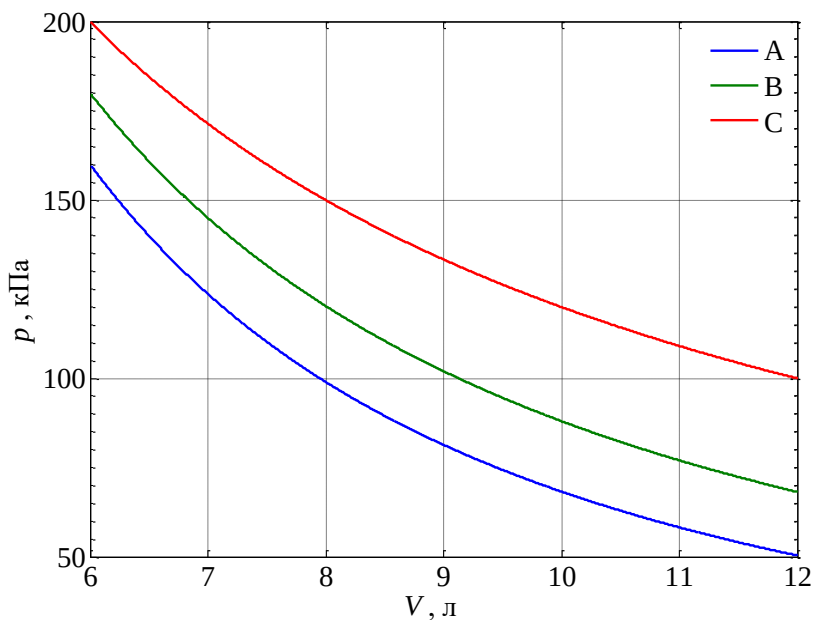
20. Оберіть графік, який відповідає ізотермічному процесу.



1	2	3
A	B	C

21. Визначте питому теплоємність гелію при постійному об'ємі. Відповідь надати в одиницях СІ.

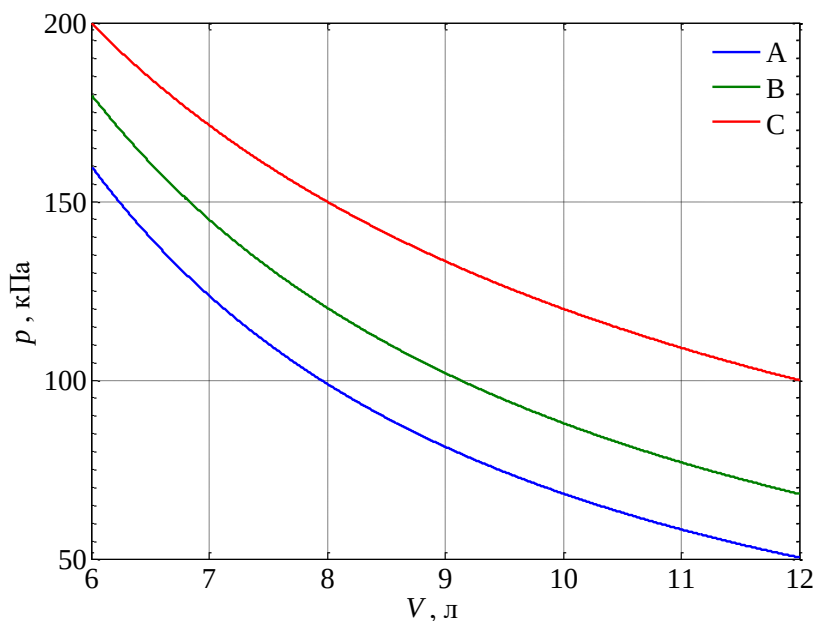
22. Оберіть графік, який відповідає адіабатичному розширенню одноатомного ідеального газу.



1	2	3
A	B	C

23. Визначте молярну масу двохатомного ідеального газу, якщо питома теплоємність цього газу при постійному тиску 1039 Дж/(кг·К). Відповідь надайте в г/моль.

24. Оберіть графік, який відповідає адіабатичному розширенню двохатомного ідеального газу.



1	2	3
A	B	C

25. Оберіть формулу, за якою визначається робота газу при ізобарному процесі.

1	2	3	4	5
$A_{12} = \frac{m}{M} RT \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$	$A_{12} = p \Delta V$	$A_{12} = 0$	$A_{12} = \frac{m}{M} RT \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$	$A_{12} = \frac{m}{M} C_v \Delta T$

26. Закінчіть речення «Під час ізотермічного розширення ідеальний газ виконує роботу за рахунок....»

1	зменшення внутрішньої енергії
2	охолодження газу
3	під час такого процесу газ не виконує роботу
4	надання газу певної кількості теплоти
5	збільшення тиску газу

27. Оберіть термодинамічний процес, під час якого зміна внутрішньої енергії системи дорівнює нулю.

1	ізотермічний
2	адіабатичний
3	ізохорний
4	ізобарний

28. Оберіть формулу, за якою визначається робота газу при адіабатичному процесі.

1	2	3	4	5
$A_{12} = \frac{m}{M} RT \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$	$A_{12} = p \Delta V$	$A_{12} = 0$	$A_{12} = \frac{m}{M} RT \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$	$A_{12} = \frac{m}{M} C_v \Delta T$

29. Як зміниться тиск ідеального газу при ізотермічному збільшенні його об'єму втричі?

1	збільшиться в 3 рази
2	не зміниться
3	зменшиться в 3 рази
4	збільшиться в 6 разів
5	зменшиться в 6 разів

30. Закінчіть речення «Термодинамічна система, яка обмінюється із зовнішнім середовищем тільки енергією називається....»

1	ізолюваною
2	замкненою
3	відкритою
4	закритою

Відповіді:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	2	3	5	1	2	4	3	1	4	1	4	4	5	5
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3	3, 8	5	1, 8	3	4155	1	28	2	2	4	1	5	3	4

2.6. ЗАДАЧІ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1. Перехід одноатомного ідеального газу з одного стану до іншого відбувається за рівнянням $pV^{1,35} = \text{const}$. Визначте молярну теплоємність газу в цьому процесі.

Відповідь: $C = -11,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

2. Перехід одноатомного ідеального газу з одного стану до іншого відбувається за рівнянням $pV^{1,667} = \text{const}$. Визначте молярну теплоємність газу в цьому процесі.

Відповідь: $C = 0 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

3. Визначте показник політропи для деякого двоатомного ідеального газу, якщо його молярна теплоємність у цьому процесі $C = 12,5 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

Відповідь: $n = 2$.

4. Показник адіабати деякого ідеального газу $\gamma = 8/6$. Визначте молярну теплоємність цього газу при політропічному процесі, якщо показник політропи в цьому процесі: $n = 2\gamma$. Відповідь округліть до цілого числа.

Відповідь: $C = 20 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

5. Визначте показник адіабати для деякого ідеального газу, якщо при політропічному розширенні цього газу за рівнянням $pV^{1,8} = \text{const}$ молярна теплоємність газу $C = 10,4 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

Відповідь: $\gamma = 1,4$.

6. Визначте, у скільки разів зменшиться тиск одноатомного ідеального газу при адіабатичному збільшенні його об'єму удвічі. Відповідь округліть до цілого числа.

Відповідь: $p_1/p_2 = 3$.

7. Визначте, у скільки разів збільшиться тиск ідеального газу при політропічному зменшенні його об'єму в чотири рази. Показник політропи $n = 2$.

Відповідь: $p_2/p_1 = 16$.

8. Визначте молярну теплоємність ідеального газу при сталому тиску, якщо показник адіабати цього газу $\gamma = 9/7$.

Відповідь: $C_p = 39,4 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

9. У скільки разів молярна теплоємність багатоатомного ідеального газу при постійному тиску більша за молярну теплоємність одноатомного ідеального газу при постійному об'ємі?

Відповідь: $C_p/C_V = 2,67$.

10. Визначте кількість ступенів вільності молекул ідеального газу, якщо для ізохорного нагрівання $\nu = 3$ молів цього газу на $\Delta T = 50$ К йому необхідно надати кількість теплоти $Q_{12} = 4980$ Дж. Відповідь округліть до цілого числа.

Відповідь: $i = 5$.

11. Визначте кількість ступенів вільності молекул ідеального газу, якщо для ізобарного нагрівання $\nu = 5$ молів цього газу на $\Delta T = 50$ К йому необхідно надати кількість теплоти $Q_{12} = 5200$ Дж. Відповідь округліть до цілого числа.

Відповідь: $i = 3$.

12. У скільки разів кількість теплоти, яку віддає гелій навколишньому середовищу при ізобарному охолодженні на $\Delta T = 20$ К, більша за кількість теплоти, яку віддає газ при його ізохорному охолодженні?

Відповідь: $Q_1/Q_2 = 1,67$ разів.

13. Гелій масою $m = 4,81$ г займає об'єм $V_1 = 30$ л і знаходиться під тиском $p = 100$ кПа. Визначте кількість теплоти Q_{12} , яку отримав газ при ізобарному нагріванні до температури $T_2 = 500$ К.

Відповідь: $Q_{12} = 4996$ Дж.

14. Азот масою $m = 3$ г займає об'єм $V = 5$ л і знаходиться під тиском $p_1 = 80$ кПа. Визначте кількість теплоти Q_{12} , яку віддав газ при ізохорному охолодженні до $T_2 = 400$ К.

Відповідь: $Q_{12} = -110$ Дж.

15. Кисень знаходиться під тиском $p = 120$ кПа. Після ізобарного нагрівання на $\Delta T = 100$ К його об'єм збільшився на $\Delta V = 5$ л. Визначте масу m кисню у грамах, якщо під час нагрівання газ отримав кількість теплоти $Q_{12} = 1431$ Дж.

Відповідь: $m = 16$ г.

16. Гелій масою $m = 16$ г займає об'єм $V_1 = 0,1$ м³ і знаходиться під тиском $p = 100$ кПа. Визначте зміну внутрішньої енергії газу ΔU_{12} , якщо після нагрівання при постійному тиску газ зайняв об'єм $V_2 = 0,3$ м³.

Відповідь: $\Delta U_{12} = 30$ кДж.

17. Кисень масою $m = 48$ г займає об'єм $V = 50$ л і знаходиться під тиском $p_1 = 150$ кПа. Визначте зміну внутрішньої енергії газу ΔU_{12} , якщо після нагрівання при постійному об'ємі тиск газу збільшився до $p_2 = 250$ кПа.

Відповідь: $\Delta U_{12} = 12,5$ кДж.

18. В закритій посудині об'ємом $V = 10$ л знаходиться водень при температурі $T_1 = 300$ К під тиском $p_1 = 150$ кПа. Визначте зміну внутрішньої енергії водню ΔU_{12} , якщо його ізохорно нагріти на $\Delta T = 100$ К.

Відповідь: $\Delta U_{12} = 1250$ Дж.

19. Одноатомний ідеальний газ займає об'єм $V_1 = 10$ л при температурі $T_1 = 300$ К і тиску $p = 150$ кПа. Визначте зміну внутрішньої енергії газу ΔU_{12} , якщо його ізобарно нагріти на $\Delta T = 100$ К.

Відповідь: $\Delta U_{12} = 750$ Дж.

20. Азот при температурі $T_1 = 400$ К та тиску $p_1 = 100$ кПа займає об'єм $V_1 = 20$ л. Визначте зміну внутрішньої енергії газу ΔU_{12} , при адіабатичному охолодженні до температури $T_2 = 300$ К.

Відповідь: $\Delta U_{12} = -2,5$ кДж.

21. Вуглець масою $m = 12$ г знаходиться в посудині при температурі $T_1 = 300$ К. Визначте роботу A_{12} , яку виконає газ при ізобарному нагріванні до температури $T_2 = 500$ К.

Відповідь: $A_{12} = 831$ Дж.

22. Вуглекислий газ за нормальних умов ($p_1 = 100$ кПа, $T = 293$ К) займає об'єм $V_1 = 3$ л. Визначте роботу A_{12} , яку виконує газ при ізотермічному зменшенні його об'єму вдвічі.

Відповідь: $A_{12} = -208$ Дж.

23. При ізотермічному розширенні ідеальний газ виконав роботу $A_{12} = 30$ Дж. При цьому його об'єм збільшився вдвічі. Яку роботу виконає цей газ, якщо його об'єм ізотермічно збільшиться у 8 разів?

Відповідь: $A_{12} = 90$ Дж.

24. Кисень при температурі $T_1 = 400$ К та тиску $p_1 = 100$ кПа займає об'єм $V_1 = 20$ л. Визначте роботу A_{12} , яку виконує газ при адіабатичному охолодженні до температури $T_2 = 300$ К.

Відповідь: $A_{12} = 2,5$ кДж.

25. Визначте масу m гелію в грамах, якщо при його ізобарному нагріванні на $\Delta T = 50$ К газ виконав роботу $A_{12} = 1662$ Дж.

Відповідь: $m = 16$ г.

ТЕМА 3: ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦІЇ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛІВ

3.1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1. **Електричний заряд** q — фізична величина, яка є мірою електричних властивостей системи (тіла, частинки *тощо*). Електричний заряд — скалярна величина. У СІ одиниця заряду $[q] = \text{Кулон} = \text{Кл}$. $\text{Dim } q = IT$.

2. **Фундаментальні властивості** електричного заряду:

✓ існує два види електричних зарядів: **негативні** (наприклад електрон) і **позитивні** (наприклад протон). Заряди різного знаку притягаються, одного знаку — відштовхуються.

✓ електричний заряд є **дискретним**: будь-який заряд є кратним елементарному електричному заряду, який дорівнює $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

✓ величина електричного заряду **не залежить** від вибору системи відліку, тобто заряд є релятивістські інваріантним.

3. **Закон збереження** електричного заряду: алгебраїчна сума електричних зарядів в ізольованій фізичній системі тіл залишається незмінною при будь-яких процесах, які відбуваються всередині системи.

4. Фундаментальний закон електростатики — **закон Кулона**, який дозволяє

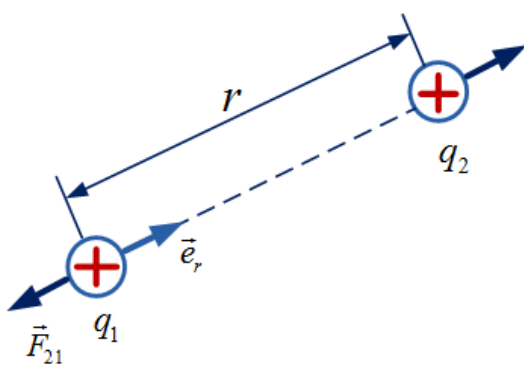


Рисунок 3.1

визначити силу взаємодії $\vec{F}_{12}$ між двома нерухомими точковими електричними зарядами q_1 та q_2 , що знаходяться у вакуумі на відстані r один від одного (рис. 3.1)

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r, \quad (3.1)$$

де k — коефіцієнт пропорційності, у СІ

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}^{-2}); \quad \epsilon_0 \text{ —}$$

електрична стала ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$); $\vec{e}_r$ — одиничний вектор, який задає положення другого заряду відносно першого.

Сили взаємодії різнойменних зарядів є силами притягання, а однойменних зарядів — силами відштовхування.

5. Електричний заряд створює в оточуючому просторі **електричне поле**. Це поле виявляє себе у тому, що розташований у будь-якій його точці інший

«пробний» заряд відчуває дію кулонівської сили. Отже, електричне поле – особлива форма матерії, за посередництва якої відбувається взаємодія між нерухомими електрично зарядженими тілами.

Електричне поле, яке не змінюється з часом, називається **статичним** або **стаціонарним**. Статичне електричне поле створюють нерухомі електрично заряджені тіла.

6. **Напруженість електричного поля** $\vec{E}$ є локальною силовою характеристикою електричного поля. Це векторна величина, яка визначається за формулою

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}, \quad (3.2)$$

де $\vec{F}$ – сила, що діє на пробний позитивний заряд q_0 .

У СІ одиниця напруженості електричного поля $[E] = \text{В/м}$ (вольт/метр).

$\text{Dim } E = LMT^{-3}I^{-1}$.

7. Силкові лінії вектора напруженості електричного поля не перетинаються між собою, починаються на позитивному заряді або в нескінченності, закінчуються на негативному заряді або в нескінченності (рис. 3.2).

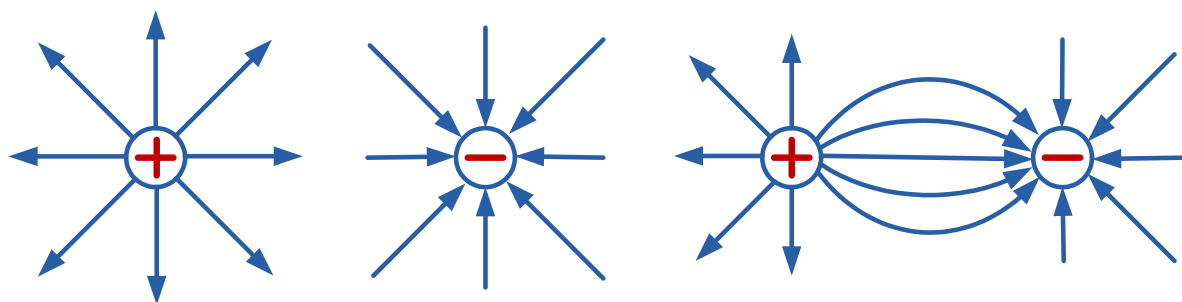


Рисунок 3.2

8. Напруженість електричного поля, створюваного **точковим зарядом** q у вакуумі (повітрі), на відстані r від заряду

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{e}_r. \quad (3.3)$$

9. **Принцип суперпозиції електричних полів:** напруженість електричного поля, створеного системою точкових зарядів у даній точці простору, дорівнює векторній сумі напруженостей електричних полів, створених у цій точці кожним зарядом окремо

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i = k \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \vec{e}_{ri} . \quad (3.4)$$

10. **Потенціал** φ є локальною енергетичною характеристикою електричного поля. Потенціал чисельно дорівнює потенціальній енергії, яку має одиничний позитивний точковий заряд в даній точці електричного поля

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} . \quad (3.5)$$

Потенціал – скалярна величина. Його знак визначається знаком заряду, що створює електричне поле.

У СІ одиниця потенціалу $[\varphi] = \text{В (вольт)}$. $\text{Dim } \varphi = L^2MT^{-3}I^{-1}$.

11. Потенціал поля **точкового заряду** у вакуумі на відстані r від заряду

$$\varphi = k \frac{q}{r} . \quad (3.6)$$

12. **Принцип суперпозиції потенціалів електричних полів**: потенціал електричного поля, створеного системою точкових зарядів у даній точці простору, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів полів, створених у цій точці кожним зарядом окремо

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i . \quad (3.7)$$

3.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 7 \text{ нКл}$ і $q_2 = 2 \text{ нКл}$, які знаходяться на відстані $r_{12} = 5 \text{ см}$ один від одного. Визначити: 1) напруженість E електричного поля в точці C , яка знаходиться на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від першого заряду на 3 см; 2) напруженість E електричного поля в точці K , яка віддалена від першого заряду на 3 см, а від другого заряду – на 4 см; 3) напруженість E електричного поля в точці M , яка віддалена від кожного заряду на 5 см.

АНАЛІЗ

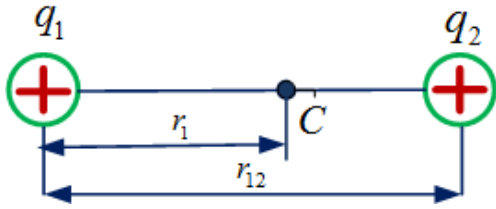


Рисунок 1

1) Напруженість $\vec{E}$ є локальною силовою характеристикою електричного поля. Оскільки електричне поле створене двома точковими зарядами, тоді для визначення напруженості у точці C (рис. 1),

скористаємося принципом суперпозиції: напруженість електричного поля, створеного системою точкових зарядів у даній точці простору, дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створених у цій точці кожним зарядом окремо

$$\vec{E}_C = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, \quad (1)$$

де $\vec{E}_1$ – напруженість поля, створеного точковим зарядом q_1 у точці C , $\vec{E}_2$ – напруженість поля, створеного точковим зарядом q_2 у точці C .

Отже, потрібно визначити як величину (модуль), так і напрямки векторів $\vec{E}_1$ та $\vec{E}_2$.

Модуль напруженості електричного поля точкового заряду визначається за формулою

$$E = k \frac{q}{r^2}, \quad (2)$$

де q – модуль електричного заряду; r – відстань від електричного заряду до точки C ; k – коефіцієнт пропорційності (у СІ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$), $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Ф}^{-1}\text{м}$; ϵ_0 – електрична стала: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \text{Ф/м}$.

Отже, модуль напруженості електричного поля, створеного точковим зарядом q_1 у точці C

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2}, \quad (3)$$

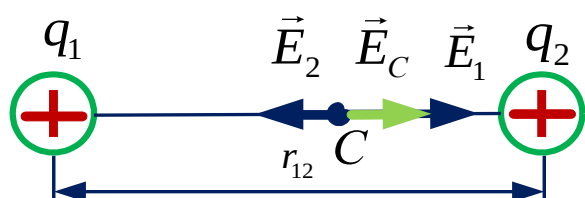
де r_1 – відстань від першого заряду до точки C ($r_1 = 3 \text{ см}$).

Заряди розташовані на відстані 5 см один від одного. Якщо точка C (за умовою задачі) віддалена від першого заряду на відстань 3 см, то відстань між другим зарядом і точкою C становитиме 2 см. Модуль напруженості поля, створеного точковим зарядом q_2 у точці C

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2}. \quad (4)$$

Враховуючи, що силові лінії напруженості електричного поля починаються на позитивному заряді і закінчуються на негативному (рис. 3.2), можна визначити напрямки векторів $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$. Напруженість $\vec{E}_1$ у точці C буде напрямлена уздовж лінії, яка з'єднує заряди, у бік заряду q_2 , бо заряд q_1 є позитивним. Оскільки заряд q_2 також є позитивним, вектор $\vec{E}_2$ у точці C буде напрямлений уздовж лінії, яка з'єднує заряди, але у бік заряду q_1 . Тобто маємо два вектори, протилежно напрямлені вздовж однієї прямої (рис. 2).

Модуль результуючої напруженості електричного поля у точці C визначимо як різницю модулів напруженостей полів, створених кожним із зарядів окремо



$$E_C = E_1 - E_2. \quad (5)$$

Отже, остаточна формула для розрахунку напруженості електричного поля, створеного двома точковими зарядами буде мати вигляд

$$E_C = k \left(\frac{q_1}{r_1^2} - \frac{q_2}{r_2^2} \right). \quad (6)$$

Перевіримо формулу (6):

$$[E_C] = \frac{В}{м} = \frac{кг \cdot м}{с^3 \cdot А}, [k] = \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2} = \frac{кг \cdot м^3}{с^4 \cdot А^2}, [q] = Кл = А \cdot с, [r] = м;$$

$$k \left(\frac{q}{r^2} \right) = \frac{кг \cdot м^3}{с^4 \cdot А^2} \left(\frac{А \cdot с}{м^2} \right) = \frac{кг \cdot м}{с^3 \cdot А} = \frac{В}{м}.$$

Дано:	СІ	Розв'язок:
$q_1 = 7 \text{ нКл}$	$7 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$	$E_C = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{7 \cdot 10^{-9}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} - \frac{2 \cdot 10^{-9}}{(2 \cdot 10^{-2})^2} \right) = 25 \cdot 10^3 =$ $= 25 \text{ кВ/м}$
$q_2 = 2 \text{ нКл}$	$2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$	
$r_{12} = 5 \text{ см}$	$5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	
$r_1 = 3 \text{ см}$	$3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	
$E_C = ?$		Відповідь: $E_C = 25 \text{ кВ/м}$

2) З умови задачі відомо, що заряди знаходяться на відстані 5 см один від одного, а точка K , в якій необхідно визначити напруженість електричного поля, віддалена від першого заряду на $r_1 = 3$ см, а від другого заряду – на $r_2 = 4$ см. Виходить, що точка K не може бути розташована на лінії, яка з'єднує заряди, – її місцезнаходження буде визначатися точкою над або під цією лінією. Отже, вектори $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ і $\vec{E}_K$ будуть утворювати трикутник. Співвідношення між сторонами цього трикутника 3:4:5 дозволяє зробити висновок, що це прямокутний трикутник.

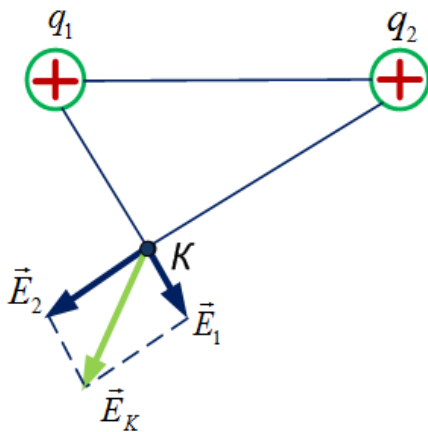


Рисунок 3

Оскільки електричне поле створене двома позитивними зарядами, то вектори напруженості будуть напрямлені від зарядів (рис. 3). Результируючий вектор напруженості електричного поля у точці K є діагоналлю прямокутника, побудованого на векторах $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$.

Модуль результируючого вектора визначимо за теоремою Піфагора

$$E_K = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}. \quad (7)$$

Скориставшись формулами (3) і (4) для визначення модуля напруженості електричного поля, створеного точковим зарядом, одержимо остаточну формулу

$$E_K = \sqrt{\left(k \frac{q_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(k \frac{q_2}{r_2^2}\right)^2}. \quad (8)$$

Дано:	СІ	Розв'язок:
$q_1 = 7$ нКл	$7 \cdot 10^{-9}$ Кл	$E_K = \sqrt{\left(9 \cdot 10^9 \frac{7 \cdot 10^{-9}}{(3 \cdot 10^{-2})^2}\right)^2 + \left(9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{(4 \cdot 10^{-2})^2}\right)^2} = 71 \cdot 10^3 =$ $= 71 \text{ кВ/м}$
$q_2 = 2$ нКл	$2 \cdot 10^{-9}$ Кл	
$r_1 = 3$ см	$3 \cdot 10^{-2}$ м	
$r_2 = 4$ см	$4 \cdot 10^{-2}$ м	
$E_K = ?$		Відповідь: $E_K = 71 \text{ кВ/м}$

3) Якщо заряди знаходяться на відстані 5 см один від одного, а точка M , де необхідно визначити напруженість електричного поля, віддалена від

кожного із зарядів на 5 см, то у цьому випадку маємо рівносторонній трикутник. Зазначимо, що будемо мати дві точки M : над і під лінією, що з'єднує заряди.

Оскільки електричне поле створене двома позитивними зарядами, то вектори напруженості будуть напрямлені від зарядів і утворюватимуть між собою кут 60° (рис. 4). Результируюча напруженість електричного поля у точці M є діагоналлю паралелограма, побудованого на векторах $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$.

Модуль результируючого вектора визначимо за теоремою косинусів

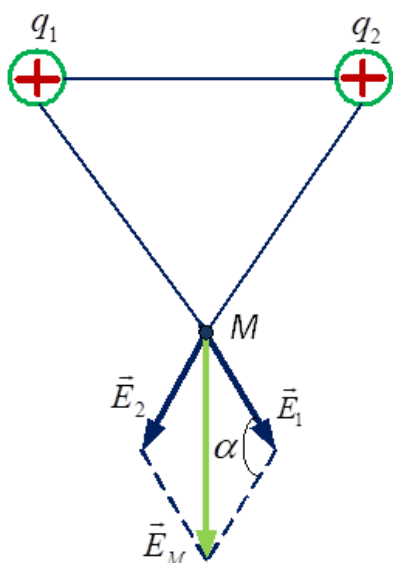


Рисунок 4

$$E_M = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha}. \quad (9)$$

Скориставшись формулами (3) і (4), отримаємо

$$E_M = \sqrt{\left(k \frac{q_1}{r^2}\right)^2 + \left(k \frac{q_2}{r^2}\right)^2 - 2 \cdot k \frac{q_1}{r^2} \cdot k \frac{q_2}{r^2} \cos \alpha}. \quad (10)$$

Звідси

$$E_M = \frac{k}{r^2} \sqrt{q_1^2 + q_2^2 - 2 \cdot q_1 \cdot q_2 \cos \alpha}. \quad (11)$$

Виходячи з геометрії розташування зарядів і точки M (див. рис. 4), кут між векторами $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ дорівнює 60° , тому кут $\alpha = 120^\circ$.

Дано:	СІ	Розв'язок:
$q_1 = 7 \text{ нКл}$	$7 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$	$E_M = \frac{9 \cdot 10^9}{(5 \cdot 10^{-2})^2} \sqrt{(7 \cdot 10^{-9})^2 + (2 \cdot 10^{-9})^2 - 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot (10^{-9})^2}$ $\cdot \sqrt{(-0,5)} = 32 \cdot 10^3 = 32 \text{ кВ/м}$
$q_2 = 2 \text{ нКл}$	$2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$	
$r = 5 \text{ см}$	$5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	
$E_M = ?$		Відповідь: $E_M = 32 \text{ кВ/м}$

ЗАДАЧА 2

Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 9 \text{ мкКл}$ і $q_2 = -4 \text{ мкКл}$, які знаходяться на відстані $r_{12} = 8 \text{ см}$. Визначити потенціал ф електричного поля в точці C , яка знаходиться на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від другого заряду на 3 см.

АНАЛІЗ

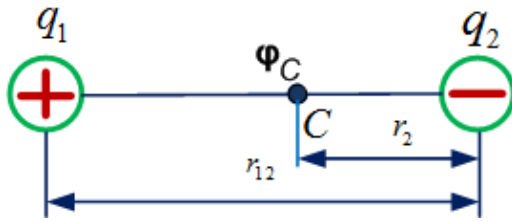


Рисунок 1

Потенціал φ є енергетичною характеристикою електричного поля. Це алгебраїчна величина. Для визначення потенціалу φ електричного поля в точці C (рис. 1), яке створене двома точковими зарядами, скористаємося принципом

суперпозиції потенціалів електричних полів: потенціал електричного поля, створеного системою точкових зарядів у даній точці простору, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів полів, створених у цій точці кожним зарядом окремо

$$\varphi_C = \varphi_1 + \varphi_2, \quad (1)$$

де φ_1 – потенціал поля, створеного точковим зарядом q_1 у точці C , φ_2 – потенціал поля, створеного точковим зарядом q_2 у точці C .

Потенціал поля точкового заряду визначається за формулою

$$\varphi = k \frac{q}{r}. \quad (2)$$

З умови задачі відомо, що точка C знаходиться на прямій, яка з'єднує заряди, і віддалена від другого заряду на відстань $r_2 = 3$ см. Отже, відстань від першого заряду до точки C становить $r_1 = 5$ см. Потенціали полів, створених точковими зарядами q_1 і q_2 у точці C , визначаються як

$$\varphi_1 = k \frac{q_1}{r_1}. \quad (3)$$

$$\varphi_2 = k \frac{q_2}{r_2}. \quad (4)$$

Запишемо остаточну формулу для визначення потенціалу у точці C

$$\varphi_C = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) \quad (5)$$

Оскільки потенціал – це алгебраїчна величина, то в розрахунках треба враховувати знак електричного заряду.

Перевіримо формулу (5):

$$[\varphi_c] = \text{В} = \frac{\text{КГ} \cdot \text{М}^2}{\text{с}^3 \cdot \text{А}}, [k] = \frac{\text{Н} \cdot \text{М}^2}{\text{КЛ}^2} = \frac{\text{КГ} \cdot \text{М}^3}{\text{с}^4 \cdot \text{А}^2}, [q] = \text{КЛ} = \text{А} \cdot \text{с}, [r] = \text{М};$$

$$\frac{kq}{r} = \frac{\text{КГ} \cdot \text{М}^3 \cdot \text{А} \cdot \text{с}}{\text{с}^4 \cdot \text{А}^2 \cdot \text{М}} = \frac{\text{КГ} \cdot \text{М}^2}{\text{с}^3 \cdot \text{А}} = \text{В}.$$

Дано:	СІ	Розв'язок:
$q_1 = 9 \text{ мКЛ}$	$9 \cdot 10^{-6} \text{ КЛ}$	$\varphi_c = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{9 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-2}} - \frac{4 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-2}} \right) = 4,02 \cdot 10^5 \text{ В}$
$q_2 = -4 \text{ мКЛ}$	$-4 \cdot 10^{-6} \text{ КЛ}$	
$r_{12} = 8 \text{ см}$	$8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	
$r_1 = 5 \text{ см}$	$5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	
$r_2 = 3 \text{ см}$	$3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	
$\varphi_c = ?$		Відповідь: $\varphi_c = 4,02 \cdot 10^5 \text{ В}$

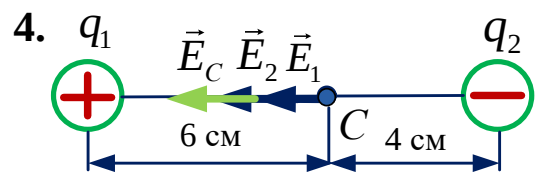
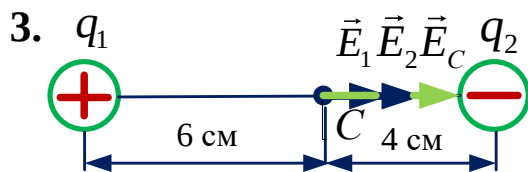
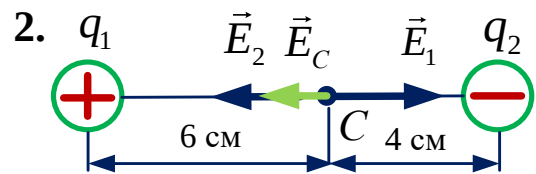
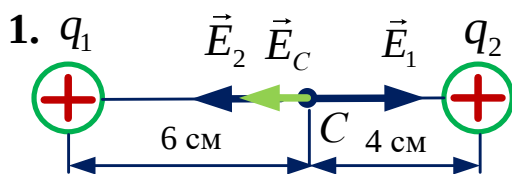
3.3. ЗАДАЧА

для самостійного розв'язування

Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 2 \text{ нКЛ}$ і $q_2 = -16 \text{ нКЛ}$, які знаходяться на відстані $r = 10 \text{ см}$ один від одного. Визначити напруженість E електричного поля в точці C , яка знаходиться на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від позитивного заряду на 6 см .

РОЗВ'ЯЗОК

1. Оберіть рисунок, на якому зображені заряди, що розглядаються в задачі.



2. Визначте напруженість E_1 електричного поля в точці С, яка знаходиться на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від позитивного заряду на 6 см.

2.1. Оберіть формулу для розрахунку E_1 .

$k \frac{q_1}{r_1}$	$-k \frac{q_1}{r_1^2}$	$\frac{q_1}{4kr_1^2}$	$k \frac{q_1}{r_1^2}$
---------------------	------------------------	-----------------------	-----------------------

2.2. Розрахуйте E_1 .

2.3. Вкажіть одиницю напруженості електричного поля.

Вт	В	В/м	Вб
----	---	-----	----

2.4. Оберіть правильну відповідь.

5 кВ/м	5000 В	$10 \cdot 10^3$ В/м	0,1 В
--------	--------	---------------------	-------

3. Визначте напруженість E_2 електричного поля, яке створене зарядом q_2 .

3.1. Оберіть формулу для розрахунку E_2 .

$\frac{q_2}{4kr_2^2}$	$k \frac{q_2}{r_2^2}$	$-k \frac{q_2}{r_2^2}$	$k \frac{q_2}{r_2}$
-----------------------	-----------------------	------------------------	---------------------

3.2. Розрахуйте E_2 .

3.3. Вкажіть одиницю напруженості електричного поля.

Вб	В/м	Дж	В
----	-----	----	---

3.4. Оберіть правильну відповідь.

0,9 В	$90 \cdot 10^3$ В/м	9 кВ/м	9000 В
-------	---------------------	--------	--------

4. Визначте напруженість E_c електричного поля в точці С.

4.1. Оберіть формулу для розрахунку E_c .

$E_c = E_1 - E_2$	$E_c = E_1 + E_2$	$E_c = E_2 - E_1$	$E_c = E_1 / E_2$
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

4.2. Розрахуйте E_c .

4.3. Вкажіть одиницю напруженості електричного поля.

В/м	В	Вб	Кл
-----	---	----	----

4.4. Оберіть правильну відповідь.

0,9 В	$90 \cdot 10^{-3}$ В/м	95 кВ/м	9500 В
-------	------------------------	---------	--------

5. Запишіть відповідь.

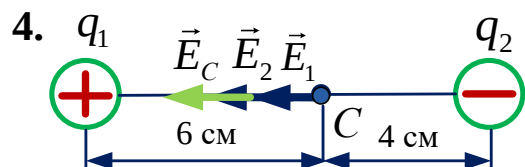
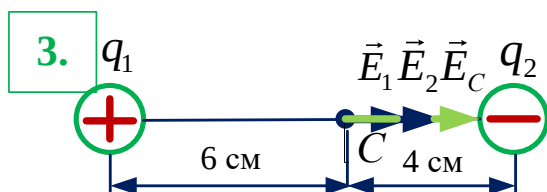
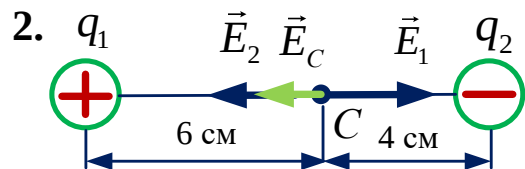
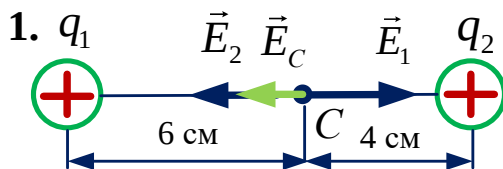
3.4. РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ для самостійного розв'язування

Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 2$ нКл і $q_2 = -16$ нКл, які знаходяться на відстані $r = 10$ см один від одного. Визначити напрямок і модуль напруженості $\vec{E}$ електричного поля в точці С, яка знаходиться на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від позитивного заряду на 6 см.

РОЗВ'ЯЗОК

(зеленим кольором позначені правильні відповіді)

1. Оберіть рисунок, на якому зображені заряди, що розглядаються в задачі.



2. Визначте модуль напруженості E_1 електричного поля в точці С, яка знаходиться на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від позитивного заряду q_1 на відстань 6 см.

2.1 Оберіть формулу для розрахунку E_1 .

$k \frac{q_1}{r_1}$	$-k \frac{q_1}{r_1^2}$	$\frac{q_1}{4\pi r_1^2}$	$k \frac{q_1}{r_1^2}$
---------------------	------------------------	--------------------------	-----------------------

2.2 Розрахуйте E_1 .

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^9}{(6 \cdot 10^{-2})^2} = 5 \cdot 10^3$$

2.3 Вкажіть одиницю напруженості електричного поля.

Вт	В	В/м	Вб
----	---	-----	----

2.4 Оберіть правильну відповідь.

5 кВ/м	5000 В	$10 \cdot 10^3$ В/м	0,1 В
--------	--------	---------------------	-------

3. Визначте модуль напруженості E_2 електричного поля, яке створене зарядом q_2 .

3.1. Оберіть формулу для розрахунку E_2 .

$\frac{q_2}{4\pi r_2^2}$	$k \frac{q_2}{r_2^2}$	$-k \frac{q_2}{r_2^2}$	$k \frac{q_2}{r_2}$
--------------------------	-----------------------	------------------------	---------------------

3.2. Розрахуйте E_2 .

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{|-16 \cdot 10^9|}{(4 \cdot 10^{-2})^2} = 9 \cdot 10^4$$

3.3. Вкажіть одиницю напруженості електричного поля.

Вб	В/м	Дж	В
----	-----	----	---

3.4 Оберіть правильну відповідь.

0,9 В	$90 \cdot 10^3$ В/м	9 кВ/м	9001 В
-------	---------------------	--------	--------

4. Визначте напруженість E_c електричного поля в точці С.

4.1. Оберіть формулу для розрахунку E_c .

$E_c = E_1 - E_2$	$E_c = E_1 + E_2$	$E_c = E_2 - E_1$	$E_c = E_1 / E_2$
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

4.2. Розрахуйте E_c .

$$E_c = E_1 + E_2 = 5 \cdot 10^3 + 90 \cdot 10^3 = 95 \cdot 10^3$$

4.3. Вкажіть одиницю напруженості електричного поля.

В/м	В	Вб	Кл
-----	---	----	----

4.4. Оберіть правильну відповідь.

0,9 В	$90 \cdot 10^{-3}$ В/м	95 кВ/м	9500
-------	------------------------	---------	------

5. Відповідь: 95 кВ/м.

3.5. ТЕСТИ

1. Електричне поле діє на

1	лише рухомі електричні заряди;
2	лише нерухомі електричні заряди;
3	як на рухомі, так і на нерухомі електричні заряди;
4	правильна відповідь відсутня.

2. Носієм елементарного негативного заряду є

1	2	3	4
електрон	нейтрон	протон	атом

3. Носієм елементарного позитивного заряду є

1	2	3	4
атом	нейтрон	протон	електрон

4. Силовою характеристикою електричного поля є

1	2	3	4
напруга	потенціал	сила	напруженість

5. Енергетичною характеристикою електричного поля є

1	2	3	4
потенціальна енергія	напруженість	потенціал	робота

6. Принцип суперпозиції напруженостей електричних полів полягає в наступному:.....

1	напруженість електричного поля системи точкових зарядів у даній точці простору дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створених у цій точці кожним зарядом окремо
2	напруженість електричного поля системи точкових зарядів у даній точці простору дорівнює алгебраїчній сумі напруженостей полів, створених у цій точці кожним зарядом окремо

3	потенціал електричного поля системи точкових зарядів у даній точці дорівнює векторній сумі потенціалів полів, створених у цій точці кожним зарядом окремо
4	потенціал електричного поля системи точкових зарядів у даній точці простору дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів полів, створених у цій точці кожним зарядом окремо

7. Принцип суперпозиції потенціалів електричних полів полягає в наступному:.....

1	напруженість електричного поля системи точкових зарядів у даній точці простору дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створених у цій точці кожним зарядом окремо
2	напруженість електричного поля системи точкових зарядів у даній точці простору дорівнює алгебраїчній сумі напруженостей полів, створених у цій точці кожним зарядом окремо
3	потенціал електричного поля системи точкових зарядів у даній точці дорівнює векторній сумі потенціалів полів, створених у цій точці кожним зарядом окремо
4	потенціал електричного поля системи точкових зарядів у даній точці простору дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів полів, створених у цій точці кожним зарядом окремо

8. Оберіть позначення електричного заряду та його одиницю. Правильні відповіді вказати через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\vec{E}$	φ	q	ϵ_0	U	В/м	Кл	В	Ф/м	А

9. Оберіть позначення напруженості електричного поля та її одиницю. Правильні відповіді вказати через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
φ	q	U	$\vec{E}$	ϵ_0	Кл	А	Ф/м	В/м	В

10. Оберіть позначення потенціалу електричного поля та його одиницю. Правильні відповіді вказати через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U	φ	ε_0	$\vec{E}$	q	$\Phi/\text{м}$	В	А	В/м	Кл

11. Оберіть позначення електричної сталої та її одиницю. Правильні відповіді вказати через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ε_0	q	U	φ	$\vec{E}$	$\Phi/\text{м}$	В/м	Кл	А	В

12. Силі лінії вектору напруженості електричного поля.....

1	не перетинаються між собою, починаються на негативному заряді
2	не перетинаються між собою, починаються на позитивному заряді
3	перетинаються між собою, починаються на негативному заряді
4	перетинаються між собою, починаються на позитивному заряді

13. Вкажіть формулу для розрахунку модуля напруженості електричного поля, створеного точковим зарядом.

1	2	3	4
$k \frac{q}{r}$	$-k \frac{q}{r^2}$	$\frac{q}{4\pi r^2}$	$k \frac{q}{r^2}$

14. Вкажіть формулу для розрахунку потенціалу електричного поля, створеного точковим зарядом.

1	2	3	4
$\frac{q}{4\pi r^2}$	$k \frac{q}{r^2}$	$-k \frac{q}{r^2}$	$k \frac{q}{r}$

15. Вкажіть формулу, яка виражає принцип суперпозиції напруженостей електричних полів.

1	2	3	4
$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i^2}{r_i}$	$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$	$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \vec{e}_{r_i}$	$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \vec{e}_{r_i}$

16. Вкажіть формулу, яка виражає принцип суперпозиції потенціалів електричних полів.

1	2	3	4
$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i^2}{r_i}$	$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$	$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \vec{e}_{r_i}$	$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \vec{e}_{r_i}$

17. Оберіть розмірність електричного заряду.

1	2	3	4	5
$I^1 T^2 L^1$	$I^2 T^1 L^0$	$I^1 T^1 L^0$	$I^1 T^2 L^2$	$I^1 T^{-1} L^0$

18. Оберіть розмірність напруженості електричного поля.

1	2	3	4	5
$L^1 M^0 T^{-2} I^0$	$L^1 M^1 T^{-2} I^0$	$L^0 M^1 T^{-2} I^{-1}$	$L^1 M^0 T^{-2} I^{-1}$	$L^1 M^1 T^{-3} I^{-1}$

19. Оберіть розмірність потенціалу електричного поля.

1	2	3	4	5
$L^1 \cdot M^0 \cdot T^{-2} \cdot I^0$	$L^1 \cdot M^1 \cdot T^{-2} \cdot I^0$	$L^1 \cdot M^1 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}$	$L^2 \cdot M^1 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}$	$L^2 \cdot M^1 \cdot T^{-1} \cdot I^{-3}$

20. Зменшиться чи збільшиться сила, з якою взаємодіють два точкових заряди та у скільки разів, якщо відстань між зарядами збільшити удвічі?

1	2	3	4
зменшиться у 2 рази	збільшиться у 4 рази	збільшиться у 2 рази	зменшиться у 4 рази

21. Зменшиться чи збільшиться напруженість електричного поля точкового заряду у заданій точці та у скільки разів, якщо відстань від заряду до точки зменшити удвічі?

1	2	3	4
зменшиться у 2 рази	збільшиться у 2 рази	збільшиться у 4 рази	зменшиться у 4 рази

22. Збільшиться чи зменшиться відстань від заряду до точки та у скільки разів, якщо модуль напруженості електричного поля точкового заряду у заданій точці зросте вчетверо?

1	2	3	4
зменшиться у 2 рази	збільшиться у 4 рази	збільшиться у 2 рази	зменшиться у 4 рази

23. Зменшиться чи збільшиться потенціал електричного поля точкового заряду у заданій точці та у скільки разів, якщо відстань від заряду до точки збільшити удвічі?

1	2	3	4
зменшиться у 2 рази	збільшиться у 4 рази	збільшиться у 2 рази	зменшиться у 4 рази

24. Збільшиться чи зменшиться потенціал електричного поля точкового заряду у заданій точці та у скільки разів, якщо відстань від заряду до точки зменшити вчетверо?

1	2	3	4
зменшиться у 2 рази	збільшиться у 4 рази	збільшиться у 2 рази	зменшиться у 4 рази

25. Збільшиться чи зменшиться відстань від заряду до точки та у скільки разів, якщо потенціал електричного поля точкового заряду у заданій точці зросте втричі?

1	2	3	4
зменшиться у 3 рази	збільшиться у 3 рази	збільшиться у 6 разів	зменшиться у 6 разів

26. Розрахуйте напруженість електричного поля у точці, яка віддалена від точкового електричного заряду 5 мкКл на відстань 3 м.

1	2	3	4
5 В/см	5 кВ/м	5 В/м	5 мВ/м

27. На якій відстані знаходиться точка, у якій модуль напруженості електричного поля, створеного електричним зарядом 2 нКл, становить 4,2 кВ/м?

1	2	3	4
6,5 м	6,5 см	6,5 мм	65 см

28. Розрахуйте потенціал електричного поля у точці, яка знаходиться на відстані 2 м від електричного заряду 6 мкКл.

1	2	3	4
27 кВ	27 В	27 мВ	27 мкВ

29. На якій відстані знаходиться точка, у якій потенціал електричного поля, створеного електричним зарядом 3 мкКл, становить 60 кВ?

1	2	3	4
4,5 м	4,5 см	4,5 мм	45 м

30. Розрахуйте потенціал електричного поля у точці, яка віддалена від негативного електричного заряду 6 мкКл на відстань 2 м.

1	2	3	4
-3 кВ	3 В	-3 мВ	3 мкВ

Відповіді:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	1	3	4	3	1	4	3, 7	4, 9	2, 7	1, 6	2	4	4	3
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	3	5	4	4	3	1	1	2	1	3	2	1	4	1

3.6. ЗАДАЧІ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 4$ мкКл і $q_2 = -1$ мкКл, які знаходяться на відстані $r = 10$ см один від одного. Визначте напруженість E електричного поля в точці A , яка міститься на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від позитивного заряду на відстань 6 см. Відповідь поясніть рисунком.

Відповідь: 15,6 МВ/м.

2. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 2$ нКл і $q_2 = 3$ нКл, які знаходяться на відстані $r = 13$ см один від одного. Визначте

напруженість E електричного поля в точці B , яка міститься на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від першого заряду на відстань 4 см. Відповідь поясніть рисунком.

Відповідь: 7,92 кВ/м.

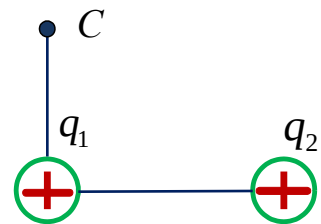
3. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 8$ нКл і $q_2 = 3$ нКл, які знаходяться на відстані $r = 1$ м один від одного. Визначте напруженість E електричного поля в точці C , яка віддалена від першого заряду на 60 см, а від другого – на 80 см. Відповідь поясніть рисунком.

Відповідь: 204 В/м.

4. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 9$ мкКл і $q_2 = -4$ мкКл, які знаходяться на відстані $r = 8$ см один від одного. Визначте потенціал ϕ електричного поля в точці A , яка міститься на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від позитивного заряду на відстань 5 см.

Відповідь: $4,2 \cdot 10^5$ В.

5. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 8$ мкКл і $q_2 = 3$ мкКл, які знаходяться на відстані $r = 4$ см один від одного. Визначте потенціал ϕ електричного поля в точці C , положення якої показано на рисунку. Відстань від точки C до першого заряду становить 3 см.



Відповідь: 2,94 МВ.

6. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 6$ мкКл і $q_2 = 1$ мкКл. Визначте потенціал ϕ електричного поля в точці A , яка міститься на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від першого заряду на відстань 3 м, а від другого – на 9 м.

Відповідь: 19 кВ.

7. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = -9$ мкКл і $q_2 = 6$ мкКл, які знаходяться на відстані $r = 9$ см один від одного. Визначте напруженість E електричного поля в точці M , яка міститься на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від негативного заряду на відстань 3 см. Відповідь поясніть рисунком.

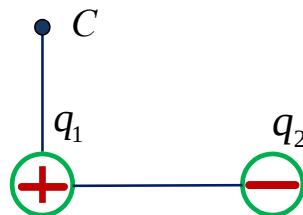
Відповідь: 105 МВ/м.

8. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 8$ нКл і $q_2 = 2$ нКл, які знаходяться на відстані $r = 6$ см один від одного. Визначте

напруженість E електричного поля в точці B , яка віддалена від кожного заряду на 6 см. Відповідь поясніть рисунком.

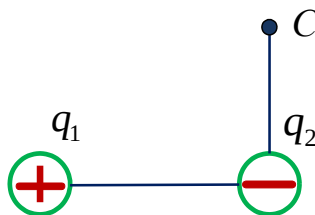
Відповідь: 22,9 кВ/м.

9. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 9$ мкКл і $q_2 = -4$ мкКл, які знаходяться на відстані $r = 8$ мм один від одного. Визначте потенціал ϕ електричного поля в точці C , положення якої показано на рисунку. Відстань від точки C до першого заряду становить 6 мм.



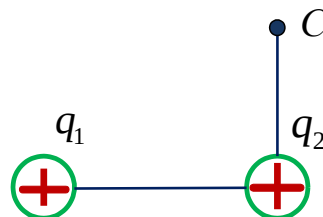
Відповідь: 9,9 МВ.

10. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 3$ нКл і $q_2 = -1$ нКл, які знаходяться на відстані $r = 4$ мм один від одного. Визначте потенціал ϕ електричного поля в точці C , положення якої показано на рисунку. Відстань від точки C до другого заряду становить 3 мм.



Відповідь: 2,4 кВ.

11. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 10$ нКл і $q_2 = 6$ нКл, які знаходяться на відстані $r = 12$ мм один від одного. Визначте потенціал ϕ електричного поля в точці C , положення якої показано на рисунку. Відстань від точки C до другого заряду становить 9 мм.



Відповідь: 12 кВ.

12. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = -6$ нКл і $q_2 = -3$ нКл, відстань між якими становить $r = 12$ см. Визначте напруженість E електричного поля в точці K , яка міститься посередині прямої, що з'єднує заряди. Відповідь поясніть рисунком.

Відповідь: 7,5 кВ/м.

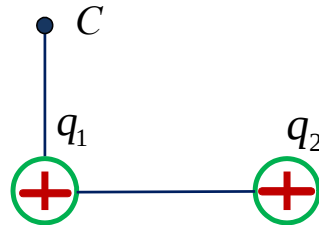
13. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = -6$ нКл і $q_2 = -1$ нКл, які знаходяться на відстані $r = 20$ см один від одного. Визначте напруженість E електричного поля в точці P , яка міститься на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від першого заряду на відстань 12 см. Відповідь поясніть рисунком.

Відповідь: 2,34 кВ/м.

14. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 3$ нКл і $q_2 = 2$ нКл, які знаходяться на відстані $r = 5$ мм один від одного. Визначте напруженість E електричного поля в точці K , яка віддалена від першого заряду на 3 мм, а від другого – на 4 мм. Відповідь поясніть рисунком.

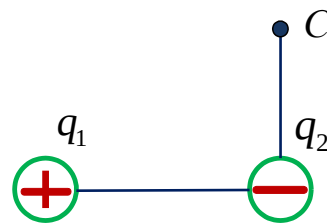
Відповідь: 3,2 МВ/м.

15. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 5$ мкКл і $q_2 = 6$ мкКл, які знаходяться на відстані $r = 40$ см один від одного. Визначте потенціал ϕ електричного поля в точці C , положення якої показано на рисунку. Відстань від точки C до першого заряду становить 30 см.



Відповідь: 258·кВ.

16. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 6$ нКл і $q_2 = -1$ нКл, які знаходяться на відстані $r = 80$ мм один від одного. Визначте потенціал ϕ електричного поля в точці C , положення якої показано на рисунку. Відстань від точки C до першого заряду становить 60 мм.



Відповідь: 39 кВ.

17. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 5$ нКл і $q_2 = 4$ нКл, які знаходяться на відстані $r = 13$ см один від одного. Визначте потенціал ϕ електричного поля в точці A , яка міститься на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від другого заряду на відстань 8 см.

Відповідь: 1,35 кВ.

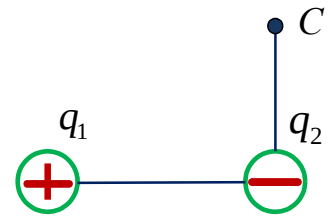
18. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 8$ нКл і $q_2 = 3$ нКл, які знаходяться на відстані $r = 24$ см один від одного. Визначте напруженість E електричного поля в точці P , яка міститься посередині прямої, що з'єднує заряди. Відповідь поясніть рисунком.

Відповідь: 3,13 кВ/м.

19. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 2$ мкКл і $q_2 = -8$ мкКл, відстань між якими становить $r = 26$ мм. Визначте напруженість E електричного поля в точці K , яка міститься на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від першого заряду на відстань 12 мм. Відповідь поясніть рисунком.

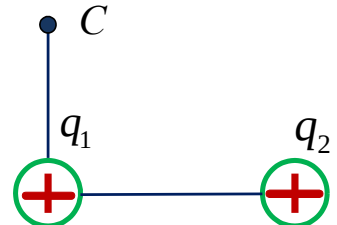
Відповідь: 492 МВ/м.

20. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 7 \text{ мкКл}$ і $q_2 = -4 \text{ мкКл}$, які знаходяться на відстані $r = 40 \text{ мм}$ один від одного. Визначте потенціал ϕ електричного поля в точці C , положення якої показано на рисунку. Відстань від точки C до другого заряду становить 30 мм .



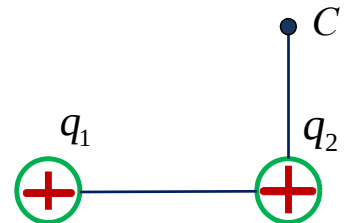
Відповідь: 60 кВ .

21. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 4 \text{ мкКл}$ і $q_2 = 7 \text{ мкКл}$, які знаходяться на відстані $r = 80 \text{ см}$ один від одного. Визначте потенціал ϕ електричного поля в точці C , положення якої показано на рисунку. Відстань від точки C до першого заряду становить 60 см .



Відповідь: $1,23 \cdot 10^5 \text{ В}$.

22. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 1 \text{ нКл}$ і $q_2 = 9 \text{ нКл}$, які знаходяться на відстані $r = 4 \text{ см}$ один від одного. Визначте потенціал ϕ електричного поля в точці C , положення якої показано на рисунку. Відстань від точки C до другого заряду становить 3 см .



Відповідь: $2,88 \text{ кВ}$.

23. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 5 \text{ нКл}$ і $q_2 = 1 \text{ нКл}$, які знаходяться на відстані $r = 10 \text{ см}$ один від одного. Визначте напруженість E електричного поля в точці P , яка міститься посередині прямої, що з'єднує заряди. Відповідь поясніть рисунком.

Відповідь: $14,4 \text{ кВ/м}$.

24. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 1 \text{ мкКл}$ і $q_2 = 2 \text{ мкКл}$, які знаходяться на відстані $r = 0,1 \text{ м}$ один від одного. Визначте напруженість E електричного поля в точці K , яка віддалена від кожного заряду на відстань $0,1 \text{ м}$. Відповідь поясніть рисунком.

Відповідь: $2,38 \text{ МВ/м}$.

25. Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 6 \text{ нКл}$ і $q_2 = -2 \text{ нКл}$, які знаходяться на відстані $r = 13 \text{ см}$ один від одного. Визначте напруженість E електричного поля в точці A , яка міститься на прямій, що з'єднує заряди, та віддалена від другого заряду на відстань 7 см . Відповідь поясніть рисунком.

Відповідь: $18,7 \text{ кВ/м}$.

ТЕМА 4: ЗАКОНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

4.1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1. **Електричний струм** – впорядкований рух електрично заряджених частинок (електронів в металах, іонів в електролітах, електронів та іонів в газах, електронів у вакуумі, електронів та дірок у напівпровідниках) під дією електричного поля.

За напрямок струму умовно приймають напрямок руху позитивно заряджених частинок. Кількісною характеристикою електричного струму є **сила струму** I

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad (4.1)$$

де dq – величина електричного заряду, який проходить крізь поперечний переріз провідника за нескінченно малий інтервал часу dt .

Одиниця сили струму А (ампер) є основною в СІ $[I] = \text{А}$. $\text{Dim } I = I$.

Електричний струм називається **постійним**, якщо $I = \text{const}$.

Тоді

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \text{const}, \quad (4.2)$$

де Δq – заряд, який переноситься крізь поперечний переріз провідника за інтервал часу Δt .

Отже, у цьому випадку за будь-які однакові інтервали часу крізь поперечний переріз провідника переноситься однаковий заряд.

2. Залежно від здатності проводити електричний струм матеріали умовно поділяють на **провідники** (зазвичай, це метали), які мають високу електричну провідність, **напівпровідники** та **ізолятори** (діелектрики) (рис. 4.1).

На силу струму в провіднику впливає електричний опір провідника. Електричний опір провідника залежить від типу матеріалу, температури, наявності домішок та його геометричних розмірів.

Наприклад, у твердих провідниках (зокрема, металах) причиною електричного опору є розсіяння носіїв заряду внаслідок порушення періодичності кристалічної ґратки.

У СІ одиниця опору Ом (ом). $[R] = \text{Ом}$. $\text{Dim } R = L^2MT^{-3}I^{-2}$.

Для металевого провідника, який має форму однорідного циліндра постійного перерізу S , **електричний опір** R

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.3)$$

де ρ – питомий опір матеріалу; l – довжина провідника; S – площа його поперечного перерізу.

У СІ одиниця питомого опору $[\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}$. $\text{Dim } \rho = L^2 M^2 T^{-3} I^{-2}$.



Рисунок 4.1

3. У провіднику під дією сили $\vec{F}_e$ електричного поля рух позитивних зарядів відбувається від більшого потенціалу (рис. 4.2) до меншого ($\vec{E} = -\text{grad}\phi$). Щоб підтримувати електричну нерівновагу та постійний струм, до провідника

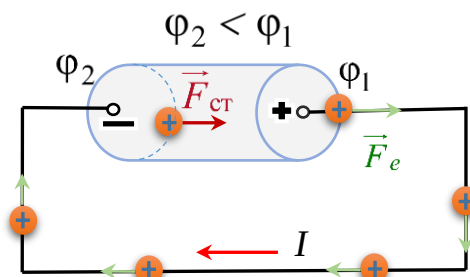


Рисунок 4.2

підключають **джерело постійного електричного струму** – пристрій, всередині якого заряди переміщуються силами неелектричної природи (сторонніми силами $\vec{F}_{\text{ст}}$) у напрямку збільшення потенціалу (від полюса «–» до полюса «+») (див. рис. 4.2).

Джерело постійного струму фактично є перетворювачем певного виду енергії (механічної, хімічної, внутрішньої) на електричну.

Джерело електричного струму характеризується електрорушійною силою $\mathcal{E}$ та внутрішнім опором r .

Електрорушійна сила $\mathcal{E}$ (ЕРС) джерела струму дорівнює відношенню роботи **сторонніх** сил $A_{\text{ст}}$ по переміщенню позитивного заряду q до величини цього заряду

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}. \quad (4.4)$$

Одиниця ЕРС у СІ $[\mathcal{E}] = \text{В}$ (вольт). $\text{Dim } \mathcal{E} = L^2MT^{-3}I^{-1}$.

4. Однорідною ділянкою електричного кола називається ділянка кола, яка *не містить* джерел струму (рис. 4.3). Рух зарядів на цій ділянці зумовлений лише силами електричного поля.

Відношення роботи *електричних* сил $A_{\text{ел}}$ по переміщенню позитивного заряду q до величини цього заряду визначає **різницю потенціалів** на кінцях ділянки

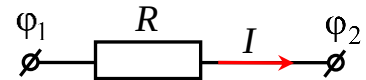


Рисунок 4.3

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{\text{ел}}}{q}. \quad (4.5)$$

Одиниця різниці потенціалів $[\varphi_1 - \varphi_2] = \text{В}$ (вольт).

$\text{Dim } (\varphi_1 - \varphi_2) = L^2MT^{-3}I^{-1}$.

Неоднорідна ділянка електричного кола *містить* джерело постійного струму (рис. 4.4). Роботу по переміщенню заряду q на цій ділянці здійснюють як електричні сили (за межами джерела струму), так і сторонні сили (всередині джерела).

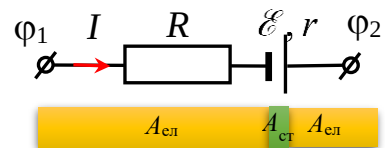


Рисунок 4.4

Відношення роботи *всіх* сил на неоднорідній ділянці електричного кола по переміщенню позитивного заряду q до величини цього заряду називається **напругою** U

$$U = \frac{A}{q} = \frac{A_{\text{ел}}}{q} + \frac{A_{\text{ст}}}{q}. \quad (4.6)$$

Одиниця напруги в СІ $[U] = \text{В}$ (вольт). $\text{Dim } U = L^2MT^{-3}I^{-1}$.

Із формул (4.4) та (4.5) виходить, що напруга на неоднорідній ділянці кола дорівнює алгебраїчній сумі різниці потенціалів та ЕРС

$$U = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}. \quad (4.7)$$

5. Закон Ома для однорідної ділянки: сила струму I в провіднику прямо пропорційна напрузі U (різниці потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$) на кінцях провідника і обернено пропорційна його опору R

$$I = \frac{U}{R}. \quad (4.8)$$

Графік залежності $I = f(U)$ називається **вольт-амперною характеристикою** (ВАХ) провідника (рис. 4.5). Для провідників, за умови $R = \text{const}$, графік – це пряма лінія, що виходить із початку координат, а тангенс кута її нахилу до осі абсцис визначає електричну провідність G матеріалу провідника.

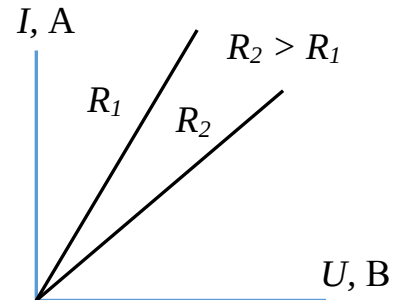


Рисунок 4.5

Електрична провідність (електропровідність) провідника

$$G = \frac{1}{R}. \quad (4.9)$$

Одиницею електропровідності є сименс (См) $[G] = \text{См}$. $\text{Dim } G = L^{-2}M^{-1}T^3I^2$.

Закон Ома для однорідної ділянки у диференціальній формі

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (4.10)$$

де $\vec{j}$ – густина струму; σ – питома електропровідність матеріалу $[\sigma] = \frac{\text{См}}{\text{м}}$; $\vec{E}$ – напруженість стаціонарного електричного поля, в якому знаходиться провідник.

Питома електропровідність σ

$$\sigma = \frac{1}{\rho},$$

де ρ – питомий опір матеріалу провідника.

Густина струму $\vec{j}$ – векторна величина, яка співпадає з напрямком струму, а її модуль дорівнює відношенню заряду dq , що переноситься за час dt через площадку площею dS_n , розташовану перпендикулярно до напрямку швидкості руху позитивно заряджених частинок, до dt і dS_n

$$j = \frac{dq}{dtdS_n} = \frac{dI}{dS_n}. \quad (4.11)$$

Закон Ома для неоднорідної ділянки електричного кола (рис. 4.6). Враховуючи вираз (4.7) для ділянки, що містить джерело постійного струму, закон Ома набуває вигляду

$$I = \frac{U}{R+r} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \mathcal{E}}{R+r}, \quad (4.12)$$

де R – опір зовнішньої ділянки кола (навантаження); r – внутрішній опір джерела струму.

Електрорушійна сила $\mathcal{E}$ джерела струму у формулі (4.12) *додається*, якщо напрямок дії сторонніх сил в джерелі струму (від «–» до «+») співпадає з напрямком струму на ділянці (див. рис. 4.6 а), і *віднімається*, коли напрямки взаємно протилежні (див. рис. 4.6 б).

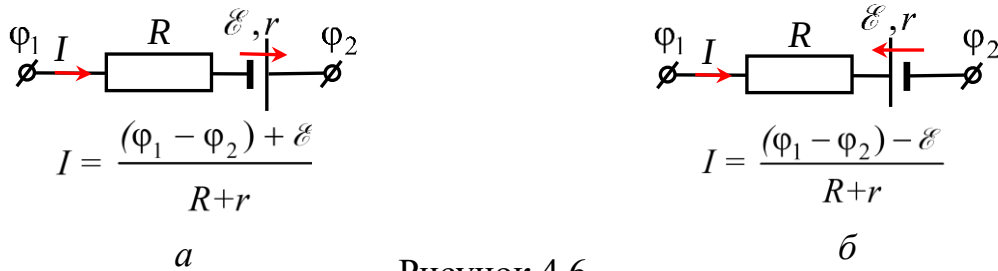


Рисунок 4.6

Закон Ома для замкненого електричного кола. (рис. 4.7) Замкнене коло можна отримати із неоднорідної ділянки (див. рис.4.6), з'єднавши кінці провідника з потенціалами φ_1 та φ_2 (тоді $\varphi_1 = \varphi_2$). Із формули (4.12) отримаємо *закон Ома для замкненого кола*: сила струму у замкнутому колі прямо пропорційна електрорушійній силі джерела струму і обернено пропорційна повному електричному опору кола

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}, \quad (4.13)$$

де R – загальний опір навантаження (з урахуванням типу з'єднання резисторів між собою); r – внутрішній опір джерела струму.

У замкнутому електричному колі роботу по переміщенню зарядів виконують лише сторонні (неконсервативні) сили, або, іншими словами, напрямлений рух заряджених частинок забезпечується джерелом постійного струму.

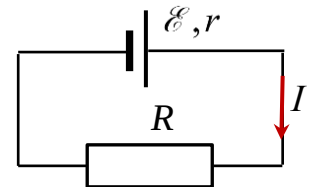
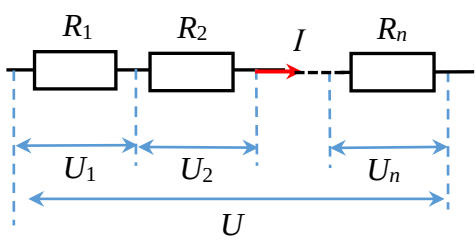
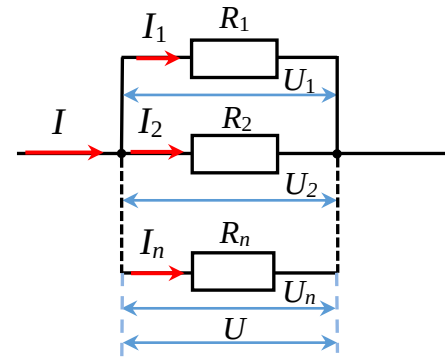
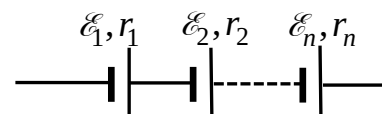
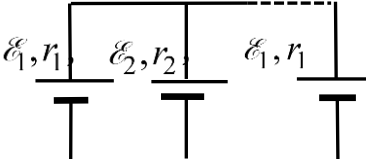


Рисунок 4.7

Вимірювати ЕРС $\mathcal{E}$ джерела струму треба тоді, коли електричне коло розімкнене (напруга на клеммах джерела струму $U = \mathcal{E} - Ir$, коли $I = 0$, $U = \mathcal{E}$). Такий режим джерела струму називається *холостий хід*.

6. Послідовне і паралельне з'єднання опорів і однакових джерел постійного струму

З'єднання n опорів		
	послідовне	паралельне
Схема		
Опір	Загальний опір R ділянки $R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$ Для n однакових опорів $R_i = R_0, \quad i = 1, 2, \dots, n$ $R = nR_0$	Загальний опір R ділянки визначається із співвідношення $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$ Для n однакових опорів $R_i = R_0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad R = \frac{R_0}{n}$
Сила струму	По всіх опорах протікає однаковий струм силою I	$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$
Напруга	$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$	$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n$
З'єднання n однакових джерел струму		
	послідовне	паралельне
Схема		
Внутрішній опір	$r = r_1 + r_2 + \dots + r_n,$ $r_1 = r_2 = \dots = r_n = r_0.$ Внутрішній опір батареї $r = nr_0$	$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n},$ $r_1 = r_2 = \dots = r_n = r_0.$ Внутрішній опір батареї $r = \frac{r_0}{n}$
ЕРС	$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \dots = \mathcal{E}_n = \mathcal{E}_0$ ЕРС батареї $\mathcal{E} = n\mathcal{E}_0$	$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \dots = \mathcal{E}_n = \mathcal{E}_0$ ЕРС батареї $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0$

7. Просте електричне коло. Найпростіше коло – замкнений контур, який складається із джерела постійного струму і опору (навантаження). Від одного джерела можна жити декілька зовнішніх опорів, з'єднаних між собою або послідовно, або паралельно, або змішано. За потреби можна використати декілька однакових або послідовно, або паралельно, або змішано з'єднаних джерел постійного струму – батарею. Для розрахунку електричних параметрів повного кола і його ділянок достатньо **законів Ома**.

Розгалужені електричні кола постійного струму утворюються кількома замкненими електричними колами, які з'єднані між собою в окремих точках і мають спільні ділянки. Для розрахунку електричних параметрів таких ділянок кіл постійного струму (та змінного струму низької частоти – квазістаціонарного струму) використовують **правила Кірхгофа**.

Перше правило Кірхгофа: алгебраїчна сума сил струмів, які сходяться у будь-якому вузлі, дорівнює нулю

$$\sum_{i=1}^m I_i = I_1 + I_2 + \dots + I_m = 0, \quad (4.13)$$

де m – кількість ділянок (гілок), що з'єднані у вузлі.

Це правило є наслідком закону збереження електричного заряду – заряди, потрапивши до вузла, нікуди не зникають і не накопичуються.

Домовились вважати струми, що входять до вузла, додатними, а ті струми, що виходять із вузла – від'ємними. Наприклад, для вузла, зображеного на рис. 4.8, маємо рівняння за першим правилом Кірхгофа

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0.$$

Напрямки струмів задаються довільно. Якщо при розрахунку отримано від'ємну силу струму, тоді дійсний напрямок струму є протилежним.

Для електричного кола з кількістю вузлів n можна скласти $n - 1$ незалежних рівнянь за першим правилом Кірхгофа.

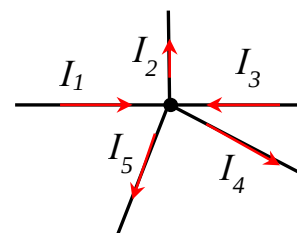


Рисунок 4.8

Друге правило Кірхгофа: для будь-якого замкненого контуру алгебраїчна сума добутків сил струмів у ділянках на відповідні опори ділянок дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС джерел струму, що містяться в цьому контурі

$$\sum_{i=1}^m I_i R_i = \sum_{k=1}^r \mathcal{E}_k, \quad (4.14)$$

де I_i – сила струму в i -тій ділянці, R_i – електричний опір i -тої ділянки; $\mathcal{E}_k$ – електрорушійна сила k -го джерела струму; m – кількість ділянок у даному контурі; r – кількість джерел струму у даному контурі.

Якщо внутрішнім опором джерела струму знехтувати в задачі **не можна**, тоді в лівій частині рівняння (4.14) (сумі напруг на опорах) необхідно врахувати добуток внутрішнього опору джерела струму та відповідної сили струму, що проходить через нього.

Для кожного контуру довільно задається напрямок обходу – за годинниковою стрілкою чи проти (рис. 4.9).

За законом Ома для однорідної ділянки електричного кола добуток сили струму та опору ділянки дорівнює напрузі $U_i = I_i R_i$. Напруга у сумі (4.14) має знак «+», якщо напрямок струму на ділянці збігається з напрямком обходу контуру, і знак «–», якщо напрямки протилежні. ЕРС джерела струму береться зі знаком «+», якщо напрямок струму в джерелі (від негативного полюсу до позитивного) збігається з напрямком обходу контуру, і зі знаком «–», якщо напрямки протилежні.

Для електричного кола з кількістю вузлів n та кількістю гілок m за другим правилом Кірхгофа потрібно скласти $m - n + 1$ незалежних рівнянь.

Наприклад, для електричної схеми, показаної на рис. 4.9, $m = 3$, $n = 2$, тому за другим правилом Кірхгофа потрібно скласти $3 - 2 + 1 = 2$ рівняння. Наприклад, для незалежних замкнених контурів $ABEFA$ та $BCDEB$, рівняння за другим правилом Кірхгофа мають вигляд

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_1 r_1 = \mathcal{E}_1,$$

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_3 r_2 = -\mathcal{E}_2.$$

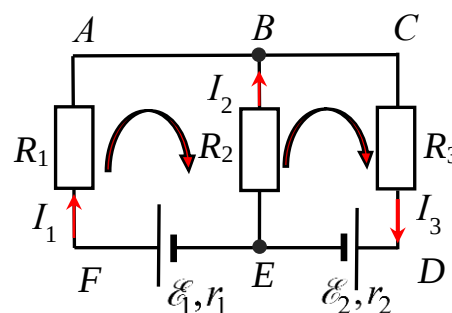


Рисунок 4.9

8. До електричного кола для вимірювання або зміни електричних параметрів підключають різноманітні прилади та пристрої (див. п. 12).

Для вимірювання сили струму в ділянці використовується **амперметр**. Він підключається послідовно до ділянки, де необхідно виконати виміри.

Якщо сила струму I в електричному колі, яку необхідно виміряти, в n разів перевищує максимальне значення I_A приладу ($n = \frac{I}{I_A}$), тоді використовують шунт. Шунт (в перекладі «розгалуження») приєднують паралельно до амперметра, що забезпечує силу струму через амперметр, яка не перевищує допустиму I_A . Опір шунта $R_{ш}$ розраховується за формулою

$$R_{ш} = \frac{R_A}{n-1}. \quad (4.15)$$

Для вимірювання напруги на ділянці використовується **вольтметр**. Він підключається паралельно до ділянки, де необхідно виконати виміри.

Якщо вимірювана напруга U у k раз перевищує максимальне значення вольтметра U_V ($k = \frac{U}{U_V}$), тоді послідовно до вольтметра підключають додатковий опір R_d , що забезпечує напругу на вольтметрі, яка не перевищує допустиму U_V . Додатковий опір розраховується за формулою

$$R_d = R_V(k-1). \quad (4.16)$$

10. При проходженні по провіднику електричного струму провідник нагрівається: електрична енергія перетворюється у внутрішню (теплову).

Енергія, яка виділяється у вигляді тепла, при проходженні постійного струму силою I по провіднику за час t визначається **законом Джоуля-Ленца**

$$Q = I^2 R t, \quad (4.17)$$

де Q – кількість теплоти; R – електричний опір провідника.

Це запис закону в інтегральній формі. У диференціальній формі цей закон має вигляд

$$w = \sigma E^2, \quad (4.18)$$

де w – питома потужність електричного струму, яка дорівнює енергії, що виділяється у одиниці об'єму провідника в одиницю часу; σ – питома електропровідність матеріалу провідника; E – напруженість електричного поля в провіднику.

11. Для електричних кіл постійного струму величина сили струму та напруги залишаються постійними ($I = \text{const}$, $U = \text{const}$).

Робота струму за час t

$$A = UIt. \quad (4.19)$$

Робота електричного струму в одиницю часу характеризується **потужністю електричного струму P**

$$P = \frac{A}{t}. \quad (4.20)$$

Одиницею потужності у СІ є ват (Вт) $[P] = \text{Вт}$. $\text{Dim } P = L^2MT^{-3}$.

У замкненому електричному колі **повна потужність** складається з корисної потужності P_k , яка споживається підключеним до джерела струму приладом (навантаженням), і втрат потужності P_v на нагрівання джерела струму

$$P = P_k + P_v. \quad (4.21)$$

Корисна потужність (активна потужність) P_k виділяється на зовнішньому опорі R (навантаженні)

$$P_k = I^2 R = UI. \quad (4.22)$$

Втрати потужності P_v відбуваються всередині джерела струму завдяки його нагріванню і зумовлені внутрішнім опором джерела r

$$P_v = I^2 r. \quad (4.23)$$

Повна потужність P , яка виділяється в колі

$$P = I^2 (R + r) = \mathcal{E} I. \quad (4.24)$$

Ефективність роботи джерела струму характеризується **коефіцієнтом корисної дії (ККД) η** , який визначається відношенням корисної потужності P_k до повної потужності P

$$\eta = \frac{P_k}{P} = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} = \frac{R}{R + r} = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}}, \quad (4.25)$$

де r – внутрішній опір джерела струму; R – зовнішній опір.

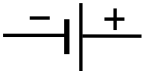
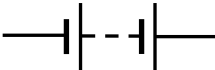
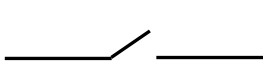
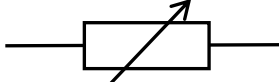
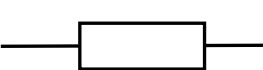
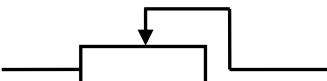
ККД є безрозмірною величиною $[\eta] = 1$.

Максимальна потужність, яка виділяється на навантаженні

$$P_{k\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}, \quad (4.26)$$

де $\mathcal{E}$ – ЕРС, r – внутрішній опір джерела струму.

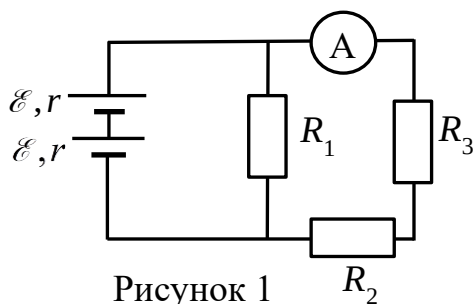
12. Умовні зображення деяких елементів на електричних схемах

Назва	Зображення	Примітки
Амперметр		вимірює силу струму, підключається послідовно
Джерело постійного струму		характеризується ЕРС та внутрішнім опором
Батарея елементів постійного струму		з'єднання декількох елементів живлення
Вольтметр		вимірює напругу, підключається паралельно
Вузол (розгалуження)		місце з'єднання трьох або більше гілок
Гальванометр		високочутливий індикатор струму
Ключ		замикає/розмикає електричний контур
Лампа розжарювання		споживач енергії
Магазин опорів		дозволяє змінювати опір з високою точністю
Резистор		має постійний електричний опір
Реостат		дозволяє плавно змінювати електричний опір

4.2 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Два гальванічних елементи із однаковими ЕРС та внутрішніми опорами $3\ \Omega$ та резистори з опорами $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $R_3 = 14\ \Omega$ утворюють електричне коло як показано на рисунку. Покази



амперметра – 0,3 А. Визначити: 1) сили струмів, що проходять по резисторам R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу джерела струму та коефіцієнт корисної дії батареї; 3) кількість теплоти, що виділилась на резисторі R_3 за 1 хвилину. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.

АНАЛІЗ

В електричній схемі (рис. 1) маємо батарею із двох однакових джерел постійного струму, з'єднаних послідовно.

ЕРС батареї із n послідовно з'єднаних джерел струму

$$\mathcal{E} = n\mathcal{E}_0, \quad (1)$$

внутрішній опір

$$r = nr_0, \quad (2)$$

де $\mathcal{E}_0$ – ЕРС, r_0 – внутрішній опір одного джерела; n – кількість джерел.

Тоді схема набуває вигляду, показаному на рис. 2. Задаймо напрямки струмів у гілках (див. рис.2).

Визначимо сили струмів I_1 і I_2 .

За умовою задачі задані покази амперметра, який підключено послідовно з резисторами R_2 і R_3 . Отже амперметр вимірює силу струму I_2 , тобто

$$I_2 = I_A. \quad (3)$$

Силу струму в гілці BE визначимо за законом Ома для однорідної ділянки електричного кола

$$I_1 = \frac{U_{BE}}{R_1}, \quad (4)$$

де U_{BE} – напруга на гілці BE , фактично на опорі R_1 .

Гілки BE і $BCDE$ з'єднані у вузлах B і E , тобто напруга на них однакова

$$U_{BE} = U_{BCDE}, \quad (5)$$

де U_{BCDE} – напруга на гілці $BCDE$.

Врахувавши, що опором амперметра нехтуємо, визначимо цю напругу

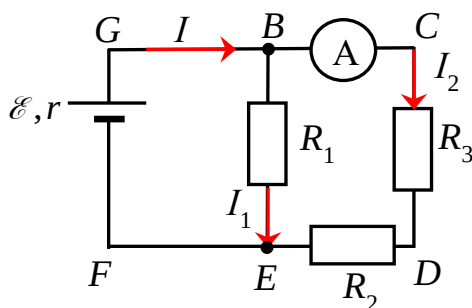


Рисунок 2

$$U_{BCDE} = U_{2,3} = U_2 + U_3 = I_2 R_2 + I_2 R_3 = I_2 (R_2 + R_3). \quad (6)$$

Отже, сила струму I_1

$$I_1 = \frac{I_2 (R_2 + R_3)}{R_1} = \frac{I_A (R_2 + R_3)}{R_1}. \quad (7)$$

ЕРС батареї (і відповідно одного джерела живлення) можемо визначити за законом Ома для замкненого електричного кола, якщо відомі сила струму I та загальний опір навантаження R – ділянки кола, яка складається з паралельно з'єднаних ділянок BE і $BCDE$.

Сила струму I з врахуванням формули (7)

$$\begin{aligned} I = I_1 + I_2 &= \frac{I_2 (R_2 + R_3)}{R_1} + I_2 = I_2 \left(\frac{(R_2 + R_3)}{R_1} + 1 \right) = \\ &= \frac{I_2 (R_1 + R_2 + R_3)}{R_1} = \frac{I_A (R_1 + R_2 + R_3)}{R_1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Визначимо загальний опір навантаження.

Ділянка $BCDE$ складається із двох послідовно з'єднаних опорів R_2 і R_3 .

Отже опір $R_{2,3}$ ділянки

$$R_{2,3} = R_2 + R_3. \quad (9)$$

Схема набуває вигляду, як показано на рис. 3. З огляду на те, що опір амперметра $R_A = 0$, ми не вказуємо його на схемі.

Маємо паралельно з'єднані резистори R_1 і $R_{2,3}$. Загальний опір цієї ділянки визначимо із виразу

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{2,3}}. \quad (10)$$

Звідси, враховуючи формулу (9)

$$R = \frac{R_1 \cdot R_{2,3}}{R_1 + R_{2,3}} = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (11)$$

Схема набуває вигляду, показаному на рис. 4.

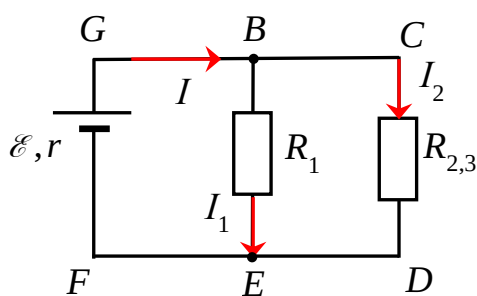


Рисунок 3

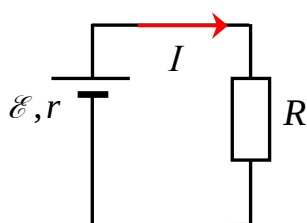


Рисунок 4

За законом Ома для замкненого електричного кола

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (12)$$

Звідси ЕРС

$$\mathcal{E} = I(R + r). \quad (13)$$

Врахуємо вирази (1, 2, 8 та 11)

$$n\mathcal{E}_0 = \frac{I_A(R_1 + R_2 + R_3)}{R_1} \cdot \left(\frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} + nr_0 \right). \quad (14)$$

Тоді ЕРС одного джерела живлення

$$\mathcal{E}_0 = \frac{I_A(R_1 + R_2 + R_3)}{nR_1} \cdot \left(\frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} + nr_0 \right). \quad (15)$$

Коефіцієнт корисної дії батареї

$$\eta = \frac{R}{R + r} = \frac{1}{1 + \frac{nr_0(R_1 + R_2 + R_3)}{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}}. \quad (16)$$

Кількість теплоти Q , що виділилась на резисторі R_3 за 1 хвилину визначимо за законом Джоуля-Ленца

$$Q = I_2^2 R_3 t = I_A^2 R_3 t. \quad (17)$$

Перевіримо формули (7), (15), (16) та (17):

$$(7) [I] = A, [R] = \text{Ом}; \left[\frac{I_A(R_2 + R_3)}{R_1} \right] = \frac{A \cdot \text{Ом}}{\text{Ом}} = A,$$

$$(15) [\mathcal{E}] = B, [I] = A, [r] = \text{Ом}, [R] = \text{Ом};$$

$$\left[\frac{I_A(R_1 + R_2 + R_3)}{nR_1} \cdot \left(\frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} + nr_0 \right) \right] = \left(\frac{A \cdot \text{Ом}}{\text{Ом}} \cdot \left(\frac{\text{Ом} \cdot \text{Ом}}{\text{Ом}} + \text{Ом} \right) \right) = A \cdot \text{Ом} = B,$$

$$(16) [\eta] = 1, [r] = \text{Ом}, [R] = \text{Ом}; \left[\frac{1}{1 + \frac{nr_0(R_1 + R_2 + R_3)}{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}} \right] = \frac{1}{\frac{\text{Ом} \cdot \text{Ом}}{\text{Ом} \cdot \text{Ом}}} = 1,$$

$$(17) [Q] = \text{Дж}, [I] = \text{А}, [R] = \text{Ом}, [t] = \text{с};$$

$$[I_A^2 R_3 t] = \text{А}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{с} = \text{А}^2 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^3 \cdot \text{А}^2} \cdot \text{с} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} = \text{Дж}.$$

Дано:

$$n=2$$

$$r_0 = 1,3 \text{ Ом}$$

$$R_1 = 4 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 6 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 14 \text{ Ом}$$

$$I_A = 0,3 \text{ А}$$

$$t = 60 \text{ с}$$

$$I_1 - ?$$

$$I_2 - ?$$

$$\mathcal{E}_0 - ?$$

$$\eta - ?$$

$$Q(R_3) - ?$$

Розв'язок:

$$I_2 = 0,3 \text{ А}.$$

$$I_1 = \frac{0,3 \cdot (6 + 14)}{4} = 1,5 \text{ А}.$$

$$\mathcal{E}_0 = \frac{0,3 \cdot (4 + 6 + 14)}{2 \cdot 4} \left(\frac{4(6 + 14)}{4 + 6 + 14} + 2 \cdot 1,3 \right) = 5,3 \text{ В}.$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot 1,3 \cdot (4 + 6 + 14)}{4 \cdot (6 + 14)}} = 0,56.$$

$$Q = 0,3^2 \cdot 14 \cdot 60 = 75,6 \text{ Дж}$$

Відповідь: $I_2 = 0,3 \text{ А}; I_1 = 1,5 \text{ А}; \mathcal{E}_0 = 5,3 \text{ В};$

$$\eta = 0,56; Q = 75,6 \text{ Дж}.$$

ЗАДАЧА 2

Маємо електричну схему, яка зображена на рисунку 1. Електрорушійні сили джерел постійного струму $\mathcal{E}_1 = 14 \text{ В}$ та $\mathcal{E}_2 = 19,5 \text{ В}$, опори резисторів $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$ та $R_3 = 2 \text{ Ом}$. Визначити напрямки струмів і сили струмів I_1 , I_2 та I_3 та напругу на ділянці BE . Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.

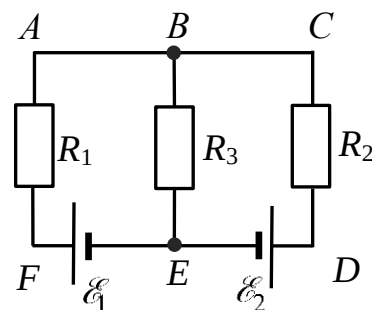


Рисунок 1

АНАЛІЗ

Для визначення сил струмів у ділянках розгалуженого електричного кола застосуємо правила Кірхгофа.

Задаймо довільно напрямки струмів у гілках (рис. 2).

У схемі $n = 2$ вузли: B і E . Отже, за першим правилом Кірхгофа потрібно скласти $n - 1 = 2 - 1 = 1$ рівняння. Напишемо рівняння для вузла B

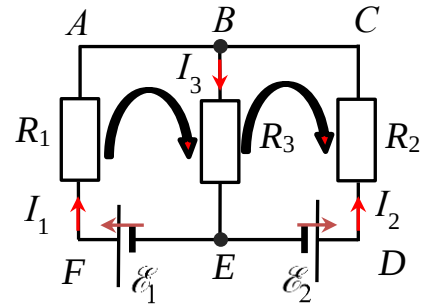


Рисунок 2

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (1)$$

У схемі $m = 3$ ділянки (гілки): $BAFE$, BE і $BCDE$. Отже за другим правилом Кірхгофа потрібно скласти $m - n + 1 = 3 - 2 + 1 = 2$ рівняння.

Вибираємо незалежні контури. Наприклад, $ABEFA$ та $BCDEB$.

Задаймо довільно напрямки їх обходу (див. рис. 2).

Напишемо рівняння за другим правилом Кірхгофа для контуру $ABEFA$

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_1, \quad (2)$$

та для контуру $BCDEB$

$$-I_2 R_2 - I_3 R_3 = -\mathcal{E}_2. \quad (3)$$

У випадку, коли кількість вузлів та ділянок у схемі невелика, система рівнянь (1), (2) і (3) може бути розв'язана методом підстановки.

Отримаємо вираз для сили струму I_1

$$I_1 = I_3 - I_2 \quad (4)$$

та підставимо його до рівняння (2)

$$(I_3 - I_2) R_1 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_1. \quad (5)$$

Розкриємо дужки у цьому рівнянні

$$I_3 R_1 - I_2 R_1 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_1 \quad (6)$$

та додаймо його до рівняння (3): додаймо ліву частини рівняння до лівої частини рівняння (3), а праву – до правої частини (3), відповідно

$$I_3 R_1 - I_2 R_1 + I_3 R_3 + (-I_2 R_2 - I_3 R_3) = \mathcal{E}_1 + (-\mathcal{E}_2) \quad (7)$$

$$I_3 R_1 - I_2 R_1 + I_3 R_3 - I_2 R_2 - I_3 R_3 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2.$$

Тоді сила струму I_3 дорівнює

$$I_3 = \frac{(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) + I_2(R_1 + R_2)}{R_1}. \quad (8)$$

Підставимо цей вираз до рівняння (3)

$$\begin{aligned} -I_2 R_2 - \frac{(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) + I_2(R_1 + R_2)}{R_1} R_3 &= -\mathcal{E}_2 \\ I_2 R_2 R_1 + (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) R_3 + I_2 R_3 (R_1 + R_2) &= \mathcal{E}_2 R_1 \end{aligned}$$

та отримаємо остаточну формулу для розрахунку сили струму I_2

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 R_1 - (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) R_3}{R_2 R_1 + R_3 R_1 + R_3 R_2}. \quad (9)$$

Отримавши силу струму I_2 , розрахуємо силу струму I_3 за формулою (8), а I_1 – за формулою (4).

Напругу на ділянці BE визначимо за законом Ома для однорідної ділянки

$$U_{BE} = I_3 R_3. \quad (10)$$

Перевіримо формули (8), (9) та (10):

$$(8) [I] = A, [\mathcal{E}] = B, [R] = \text{Ом};$$

$$\left[\frac{(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) + I_2(R_1 + R_2)}{R_1} \right] = \frac{B + A \cdot \text{Ом}}{\text{Ом}} = \frac{B}{\text{Ом}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^3 \cdot A} \cdot \frac{\text{с}^3 \cdot A^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2} = A,$$

$$(9) [I] = A, [\mathcal{E}] = B, [R] = \text{Ом}; \left[\frac{\mathcal{E}_2 R_1 - (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) R_3}{R_2 R_1 + R_3 R_1 + R_3 R_2} \right] = \frac{B \cdot \text{Ом}}{\text{Ом} \cdot \text{Ом}} = \frac{B}{\text{Ом}} = A,$$

$$(10) [U] = B, [I] = A, [R] = \text{Ом}; [I_3 R_3] = A \cdot \text{Ом} = B.$$

Дано:

$$\mathcal{E}_1 = 14 \text{ В}$$

$$\mathcal{E}_2 = 19,5 \text{ В}$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 3 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 2 \text{ Ом}$$

Розв'язок:

$$I_2 = \frac{19,5 \cdot 5 - 2 \cdot (14 - 19,5)}{3 \cdot 5 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3} = 3,5 \text{ А.}$$

$$I_3 = \frac{(14 - 19,5) + 3,5 \cdot (5 + 3)}{5} = 4,5 \text{ А.}$$

$$I_1 = 4,5 - 3,5 = 1 \text{ А.}$$

$$I_1 - ?$$

$$U_{BE} = 4,5 \cdot 2 = 9 \text{ В.}$$

$$I_2 - ?$$

$$I_3 - ?$$

$$U_{BE} - ?$$

Відповідь:

$I_1 = 1 \text{ А}; I_2 = 3,5 \text{ А}; I_3 = 4,5 \text{ А};$ Напрямки струмів збігаються з напрямками, обраними при розв'язанні.

$$U_{BE} = 9 \text{ В.}$$

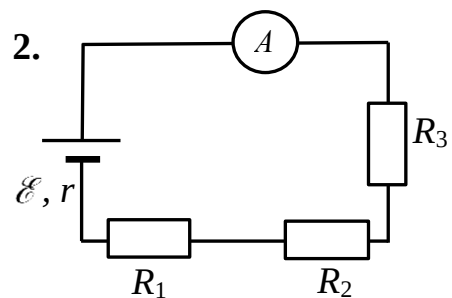
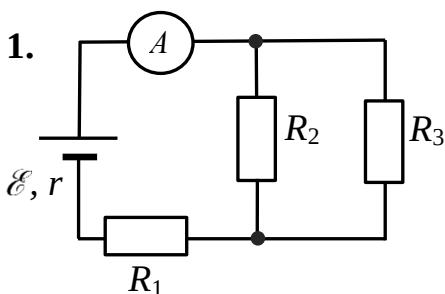
4.3. ЗАДАЧА

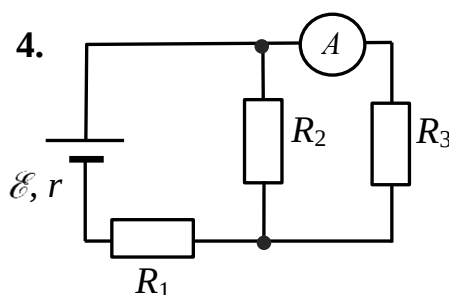
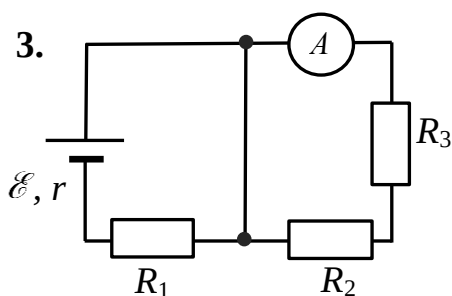
для самостійного розв'язування

До джерела струму, внутрішній опір якого 3 Ом , послідовно підключено резистори $R_1 = 4 \text{ Ом}$ та $R_2 = 6 \text{ Ом}$. Паралельно резистору R_2 підключено послідовно з'єднані резистор $R_3 = 14 \text{ Ом}$ і амперметр, який показує силу струму $0,3 \text{ А}$. Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії джерела струму. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.

РОЗВ'ЯЗОК

1. Виберіть рисунок, на якому зображено схему електричного кола, що розглядається в задачі.





2. Визначте за схемою, з яким з опорів амперметр з'єднано послідовно, і якій силі струму відповідають покази амперметра.

R_1 ,	R_2 ,	R_3 ,	R_2 та R_3 ,
$I_1 = 0,3 \text{ A}$	$I_2 = 0,3 \text{ A}$	$I_3 = 0,3 \text{ A}$	$I_2 = I_3 = 0,3 \text{ A}$

3. Визначте силу струму I_2 .

3.1 Враховуючи, що опори R_2 та R_3 з'єднані паралельно, оберіть правильне співвідношення напруг на цих опорах

$U_2 = U_1 - U_3$	$U_2 = U_3$	$U_2 + U_3 = 0$	$U_1 + U_2 = \mathcal{E}$
-------------------	-------------	-----------------	---------------------------

3.2 Використовуючи закон Ома для однорідної ділянки, виведіть формулу для розрахунку сили струму I_2 .

$I_2 = I_1 - I_3$	$I_2 = \frac{I_3 R_3}{R_2}$	$I_2 R_2 + I_1 R_1 + I_1 r = \mathcal{E}$	правильна відповідь відсутня
-------------------	-----------------------------	---	---------------------------------

3.3 Розрахуйте силу струму I_2 .

3.4. Вкажіть одиницю сили струму.

А	Кл	Ом	В
---	----	----	---

3.5. Оберіть правильну відповідь.

$I_2 = 0,7 \text{ A}$	$I_2 = 0,7 \text{ mA}$	$I_2 = 7 \text{ mA}$	$I_2 = 7 \text{ A}$
-----------------------	------------------------	----------------------	---------------------

4. Визначте силу струму I_1 .

4.1 Виберіть формулу для розрахунку I_1 .

$I_1 = \frac{U_1}{R_1}$	$I_2 R_2 + I_1 R_1 + I_1 r = \mathcal{E}$	$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$	$I_1 = I_2 + I_3$
-------------------------	---	-----------------------------------	-------------------

4.2 Розрахуйте силу струму I_1 .

4.3. Вкажіть одиницю сили струму.

А	Кл	Ом	В
---	----	----	---

4.4. Оберіть правильну відповідь.

$I_1 = 0,3 \text{ A}$	$I_1 = 0,4 \text{ A}$	$I_1 = 0,7 \text{ A}$	$I_1 = 1 \text{ A}$
-----------------------	-----------------------	-----------------------	---------------------

5. Визначте електрорушійну силу джерела струму.

5.1 Виберіть формулу для розрахунку зовнішнього опору R кола.

$R = R_1 + R_2 + R_3$	$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$	$R = R_1 + \frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3}$	$R = R_1 + R_2 + R_3 + r$
-----------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------

5.1.1 Розрахуйте R .

5.1.2. Вкажіть одиницю електричного опору.

Ом	А	Ом·м	В
----	---	------	---

5.1.3. Оберіть правильну відповідь.

$R = 24 \text{ Ом}$	$R = 8,2 \text{ Ом}$	$R = 4,2 \text{ Ом}$	$R = 25 \text{ Ом}$
---------------------	----------------------	----------------------	---------------------

5.2 Виберіть формулу для розрахунку ЕРС.

$\mathcal{E} = I_1(R + r)$	$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}$	$U_1 + U_2 = \mathcal{E}$	Правильна відповідь відсутня
----------------------------	---	---------------------------	------------------------------

5.3 Розрахуйте $\mathcal{E}$.

5.4 Вкажіть одиницю електрорушійної сили.

Н	В	В/м	Вт
---	---	-----	----

5.5. Оберіть правильну відповідь.

$\mathcal{E} = 11,2 \text{ В}$	$\mathcal{E} = 7 \text{ В}$	$\mathcal{E} = 4,2 \text{ В}$	$\mathcal{E} = 0 \text{ В}$
--------------------------------	-----------------------------	-------------------------------	-----------------------------

6. Визначте коефіцієнт корисної дії джерела струму.

6.1. Виберіть формулу для розрахунку ККД

$\eta = \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}}{Q_{\text{н}}}$	$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}}$	$\eta = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}}$	$\eta = \frac{P_{\text{к}}}{P}$
---	--------------------------------	------------------------------------	---------------------------------

6.2. Розрахуйте η

6.3. Вкажіть одиницю коефіцієнта корисної дії.

Вт	А	Ом	безрозмірна
----	---	----	-------------

6.4. Оберіть правильну відповідь.

$\eta = 0,5$	$\eta = 0,73$	$\eta = 0,89$	$\eta = 0,92$
--------------	---------------	---------------	---------------

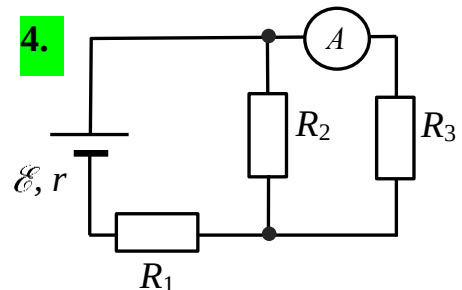
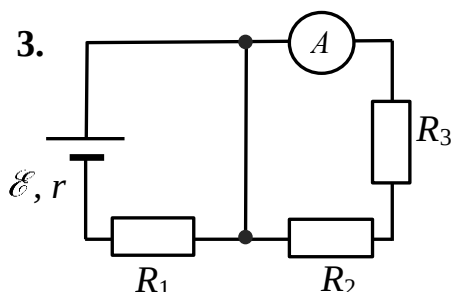
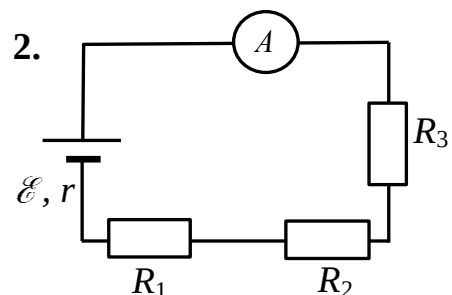
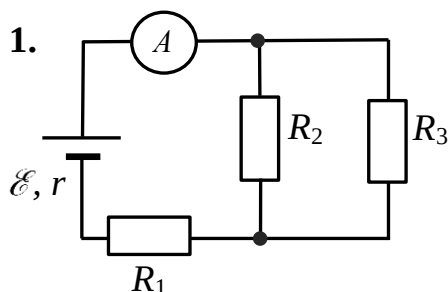
7. Запишіть відповідь.

4.4. РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ для самостійного розв'язування

До джерела струму, внутрішній опір якого 3 Ом, послідовно підключено резистори $R_1 = 4$ Ом та $R_2 = 6$ Ом. Паралельно резистору R_2 підключено послідовно з'єднані резистор $R_3 = 14$ Ом і амперметр, який показує силу струму 0,3 А. Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії джерела струму. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.

РОЗВ'ЯЗОК

1. Виберіть рисунок, на якому зображено схему електричного кола, що розглядається в задачі.



2. Визначте за схемою, з яким опором амперметр з'єднано послідовно, і якій силі струму відповідають покази амперметра.

$R_1,$ $I_1 = 0,3 \text{ A}$	$R_2,$ $I_2 = 0,3 \text{ A}$	$R_3,$ $I_3 = 0,3 \text{ A}$	$R_2 \text{ та } R_3,$ $I_2 = I_3 = 0,3 \text{ A}$
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---

3. Визначте силу струму I_2 .

3.1 Враховуючи, що опори R_2 та R_3 з'єднані паралельно, оберіть правильне співвідношення напруг на цих опорах

$U_2 = U_1 - U_3$	$U_2 = U_3$	$U_2 + U_3 = 0$	$U_1 + U_2 = \mathcal{E}$
-------------------	-------------	-----------------	---------------------------

3.2 Використовуючи закон Ома для однорідної ділянки, виведіть формулу для розрахунку сили струму I_2 .

$I_2 = I_1 - I_3$	$I_2 = \frac{I_3 R_3}{R_2}$	$I_2 R_2 + I_1 R_1 + I_1 r = \mathcal{E}$	правильна відповідь відсутня
-------------------	-----------------------------	---	---------------------------------

3.3 Розрахуйте силу струму I_2 .

$$I_2 = \frac{0,3 \cdot 14}{6} = 0,7.$$

3.4. Вкажіть одиницю сили струму.

A	Кл	Ом	В
---	----	----	---

3.5. Оберіть правильну відповідь.

$I_2 = 0,7 \text{ мА}$	$I_2 = 7 \text{ мА}$	$I_2 = 0,7 \text{ А}$	$I_2 = 7 \text{ А}$
------------------------	----------------------	-----------------------	---------------------

4. Визначте силу струму I_1 .

4.1 Виберіть формулу для розрахунку I_1 .

$I_1 = \frac{U_1}{R_1}$	$I_2 R_2 + I_1 R_1 + I_1 r = \mathcal{E}$	$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$	$I_1 = I_2 + I_3$
-------------------------	---	-----------------------------------	-------------------

4.2 Розрахуйте силу струму I_1 .

$$I_1 = 0,7 + 0,3 = 1.$$

4.3. Вкажіть одиницю сили струму.

A	Кл	Ом	В
---	----	----	---

4.4. Оберіть правильну відповідь.

$I_1 = 0,3 \text{ А}$	$I_1 = 0,4 \text{ А}$	$I_1 = 0,7 \text{ А}$	$I_1 = 1 \text{ А}$
-----------------------	-----------------------	-----------------------	---------------------

5. Визначте електрорушійну силу джерела струму.

5.1 Виберіть формулу для розрахунку зовнішнього опору R кола.

$R = R_1 + R_2 + R_3$	$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$	$R = R_1 + \frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3}$	$R = R_1 + R_2 + R_3 + r$
-----------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------

5.1.1 Розрахуйте R .

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 4 + \frac{6 \cdot 14}{6 + 14} = 4 + 4,2 = 8,2.$$

5.1.2. Вкажіть одиницю електричного опору.

Ом	А	Ом·м	В
----	---	------	---

5.1.3. Оберіть правильну відповідь.

$R = 24 \text{ Ом}$	$R = 8,2 \text{ Ом}$	$R = 4,2 \text{ Ом}$	$R = 25 \text{ Ом}$
---------------------	----------------------	----------------------	---------------------

5.2 Виберіть формулу для розрахунку ЕРС.

$\mathcal{E} = I_1(R + r)$	$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}$	$U_1 + U_2 = \mathcal{E}$	Правильна відповідь відсутня
----------------------------	---	---------------------------	---------------------------------

5.3. Розрахуйте $\mathcal{E}$.

$$\mathcal{E} = 1 \cdot (8,2 + 3) = 11,2.$$

5.4 Вкажіть одиницю електрорушійної сили.

Н	В	В/м	Вт
---	---	-----	----

5.5. Оберіть правильну відповідь.

$\mathcal{E} = 0 \text{ В}$	$\mathcal{E} = 7 \text{ В}$	$\mathcal{E} = 4,2 \text{ В}$	$\mathcal{E} = 11,2 \text{ В}$
-----------------------------	-----------------------------	-------------------------------	--------------------------------

6. Визначте коефіцієнт корисної дії джерела струму.

6.1. Виберіть формулу для розрахунку ККД

$\eta = \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{х}}}{Q_{\text{н}}}$	$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}}$	$\eta = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}}$	$\eta = \frac{P_{\text{к}}}{P}$
---	--------------------------------	------------------------------------	---------------------------------

6.2. Розрахуйте η

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}} = 0,73$$

6.3. Вкажіть одиницю коефіцієнта корисної дії.

Вт	А	Ом	безрозмірна
----	---	----	-------------

6.4. Оберіть правильну відповідь.

$\eta = 0,5$	$\eta = 0,73$	$\eta = 0,89$	$\eta = 0,92$
--------------	---------------	---------------	---------------

7. Запишіть відповідь $I_1 = 1 \text{ А}$; $I_2 = 0,7 \text{ А}$; $\mathcal{E} = 11,2 \text{ В}$; $\eta = 0,73$.

4.5 ТЕСТИ

1. Вказати позначення електрорушійної сили джерела струму та її одиницю. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	U	$\vec{j}$	$\mathcal{E}$	$\vec{F}$	А	$\text{А} \cdot \text{м}^2$	Дж	Н	В

2. Вказати позначення густини струму та її одиницю. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	$\vec{j}$	U	$\mathcal{E}$	Q	Кл	$\text{А}/\text{м}^2$	Дж	Вт	В

3. Вказати позначення електропровідності та її одиницю. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	$\vec{j}$	q	$\mathcal{E}$	G	Кл	$\text{А}/\text{м}^2$	См	А	В

4. Вказати позначення питомого опору та його одиницю. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R	ρ	L	$\mathcal{E}$	σ	Вт	См	$\text{Ом} \cdot \text{м}$	Ом	А

5. Вказати позначення потужності електричного струму та її одиницю. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U	$\vec{j}$	I	W	P	Вт	$\text{А}/\text{м}^2$	А	Дж	В

6. Однорідною називається ділянка електричного кола, ...

1	на якій на носії заряду не діють сторонні сили, які зумовлюють виникнення ЕРС.
2	на якій сила струму не змінюється.
3	на якій на носії заряду не діють сили стаціонарного електричного поля.
4	на якій не відбувається переміщення носіїв заряду.
5	опором якої можна знехтувати в умовах задачі.

7. Неоднорідною називається ділянка електричного кола, ...

1	на якій на носії заряду не діють сили стаціонарного електричного поля.
2	де товщина провідника змінюється.
3	на якій на носії заряду діють сторонні сили, які зумовлюють виникнення ЕРС.
4	на якій на носії заряду діють як сторонні сили, які зумовлюють виникнення ЕРС, так і сили стаціонарного електричного поля.
5	опором якої можна знехтувати в умовах задачі.

8. Кількість теплоти, що виділяється при проходженні постійного струму по металевому циліндричному провіднику збільшиться вдвічі, якщо...

1	і довжину, і діаметр провідника зменшити в два рази
2	і довжину, і діаметр провідника збільшити в два рази
3	діаметр провідника зменшити вдвічі
4	довжину провідника збільшити в чотири рази
5	довжину провідника збільшити вдвічі, а діаметр зменшити в два рази

9. На якому з провідників однакових геометричних розмірів виділиться найбільша кількість теплоти при проходженні по ньому постійного струму 1 А?

1	2	3	4	5
Алюміній $\rho = 2,8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м	Вольфрам $\rho = 5,5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м	Ніхром $\rho = 110 \cdot 10^{-8}$ Ом·м	Мідь $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м	Сталь $\rho = 12 \cdot 10^{-8}$ Ом·м

10. Оберіть формули, що відповідають послідовному з'єднанню провідників. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6
Єдина сила струму I	$I = \sum_{i=1}^n I_i$	$U = U_1 = U_2 = U_n$	$U = \sum_{i=1}^n U_i$	$R = \sum_{i=1}^n R_i$	$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$

11. Оберіть формули, що відповідають паралельному з'єднанню провідників. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6
Єдина сила струму I	$I = \sum_{i=1}^n I_i$	$U = U_1 = U_2 = U_n$	$U = \sum_{i=1}^n U_i$	$R = \sum_{i=1}^n R_i$	$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$

12. Оберіть формули, що відповідають закону Ома для однорідної ділянки кола в інтегральній та диференціальній формах. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6
$\sum_{i=1}^n I_i = 0$	$I = \frac{U}{R}$	$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^k \mathcal{E}_i$	$Q = I^2 R t$	$\vec{j} = \sigma \vec{E}$	$w = \sigma E^2$

13. Оберіть формули, що відповідають першому і другому правилам Кірхгофа. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6
$\sum_{i=1}^n I_i = 0$	$I = \frac{U}{R}$	$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^k \mathcal{E}_i$	$Q = I^2 R t$	$\vec{j} = \sigma \vec{E}$	$w = \sigma E^2$

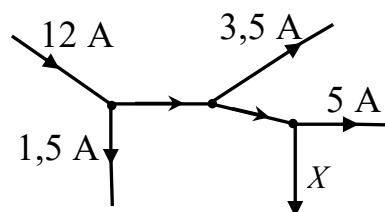
14. Оберіть формули, що відповідають закону Джоуля-Ленца в інтегральній та диференціальній формах. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6
$\sum_{i=1}^n I_i = 0$	$I = \frac{U}{R}$	$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^k \mathcal{E}_i$	$Q = I^2 R t$	$\vec{j} = \sigma \vec{E}$	$w = \sigma E^2$

15. Оберіть формулу для розрахунку опору шунта та його спосіб підключення до амперметра.

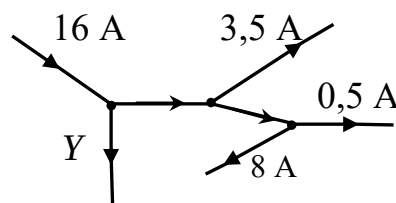
1	2	3	4
$R_{\text{ш}} = \frac{R_A}{n-1}$	послідовно	$R_{\text{д}} = R_V(k-1)$	паралельно

16. Оберіть номер варіанту, що визначає вірну величину сили струму у гілці X.



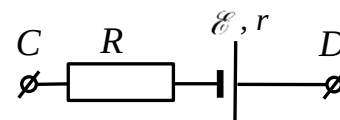
1	2	3	4	5
1 A	2 A	3 A	4 A	5 A

17. Оберіть номер варіанту, що визначає вірну величину сили струму у гілці Y.



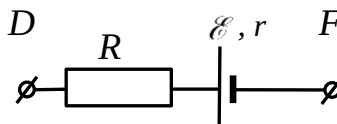
1	2	3	4	5
1 A	2 A	3 A	4 A	5 A

18. Для неоднорідної ділянки CD електричний потенціал у точці C дорівнює 5 В, у точці D – 1 В. Джерело струму має ЕРС 1,5 В та внутрішній опір 0,5 Ом, а зовнішнє навантаження дорівнює 10,5 Ом. Визначте величину і напрямок сили струму.



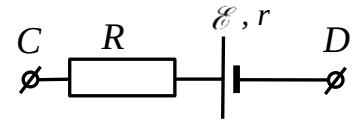
1	2	3	4	5
0,23 A від C до D	0,23 A від D до C	0,5 A від C до D	0,5 A від D до C	0 A відсутній

19. Для неоднорідної ділянки DF електричний потенціал у точці D дорівнює 5 В, у точці F – 1 В. Джерело струму має ЕРС 1,5 В та внутрішній опір 0,5 Ом, а зовнішнє навантаження дорівнює 9,5 Ом. Визначте величину і напрямок сили струму.



1	2	3	4	5
0,25 A	0,25 A	0,5 A	0,5 A	0 A
від D до F	від F до D	від D до F	від F до D	відсутній

20. Для неоднорідної ділянки CD електричний потенціал у точці C дорівнює 5 В, у точці D – 1 В, джерело струму має ЕРС 12 В та внутрішній опір 0,5 Ом, а зовнішнє навантаження дорівнює 7,5 Ом. Визначте напрямок і величину сили струму.

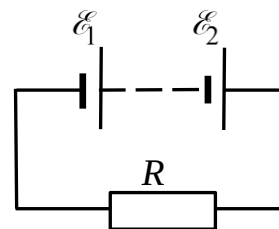


1	2	3	4	5
0,25 A	0,25 A	0,5 A	0,5 A	1 A
від C до D	від D до C	від C до D	від D до C	від D до C

21. Крізь переріз газорозрядної трубки за 1 секунду в одному напрямку проходить 10^{19} протонів і вдвічі більша кількість електронів в протилежному напрямку. Визначте силу струму.

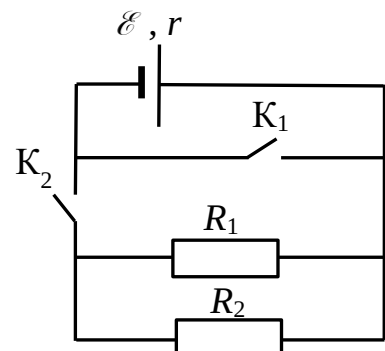
1	2	3	4	5
0 A	1,6 A	3,2 A	4,8 A	6 A

22. До батареї, що містить n послідовно з'єднаних джерел струму (ЕРС кожного елемента 1,5 В) підключено резистор з опором 1 кОм. Сила струму у колі дорівнює 7,5 мА. Нехтуючи внутрішнім опором джерел струму, визначити кількість n джерел струму у батареї.



1	2	3	4	5
1	2	3	4	5

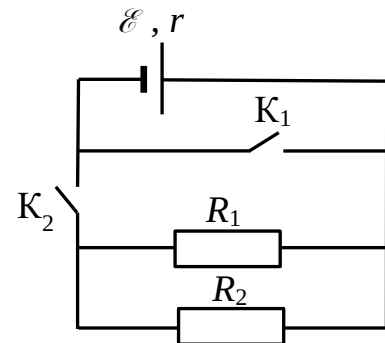
23. До джерела струму із внутрішнім опором 0,6 Ом під'єднані резистори $R_1 = 4$ Ом та $R_2 = 6$ Ом. Сила струму у нерозгалуженій ділянці кола дорівнює 3 А. Визначити ЕРС джерела струму, якщо ключ K_1 розімкнено, а ключ K_2 замкнено.



1	2	3	4	5
9 В	6 В	3 В	1,5 В	0,5 В

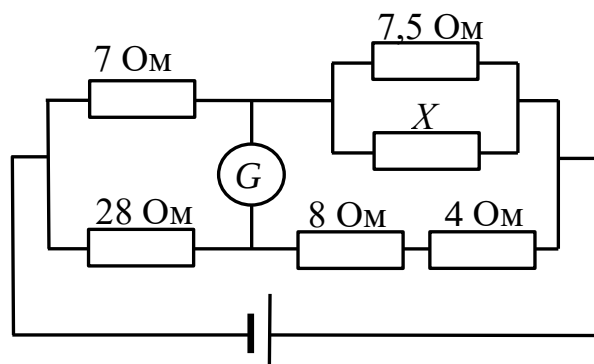
24. До джерела струму з ЕРС 3 В і внутрішнім опором 0,6 Ом під'єднані резистори $R_1 = 4$ Ом та $R_2 = 6$ Ом. Визначити силу струму, якщо ключ K_1 замкнено, а ключ K_2 розімкнено.

1	2	3	4	5
2 А	3 А	4 А	5 А	6 А



25. Визначити величину електричного опору X резистора, при якому сила струму крізь гальванометр моста Уїтстона дорівнює нулю.

1	2	3	4	5
2 Ом	3 Ом	5 Ом	7 Ом	9 Ом



26. Електричний чайник при включенні у розетку з напругою 220 В живиться струмом силою 10 А. Визначити потужність, яку споживає прилад.

1	2	3	4	5
0,22 Вт	22 Вт	0,22 кВт	2,2 кВт	22 кВт

27. Визначити втрати потужності на внутрішньому опорі 50 Ом джерела струму з постійною силою струму 0,1 А.

1	2	3	4	5
0,05 Вт	0,5 Вт	5 Вт	5,5 Вт	50 Вт

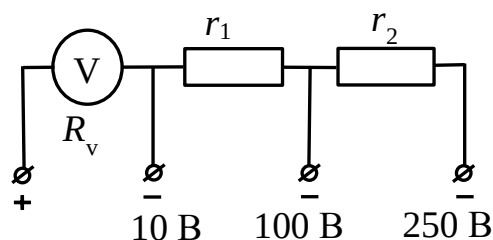
28. Внутрішній опір джерела струму дорівнює зовнішньому опору навантаження. Визначити ККД джерела струму.

1	2	3	4	5
0	0,25	0,33	0,50	1

29. До амперметра із власним опором 40 Ом підключили шунт опором 10 Ом. Визначити, у скільки разів збільшилась межа вимірювання приладу.

1	2	3	4	5
1	2	3	4	5

30. Вольтметр із власним опором 5 кОм має межі виміру 10 В, 100 В та 250 В. Знаючи, що допустимий струм дорівнює 2 мА, визначити додаткові опори r_1 та r_2 . Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.



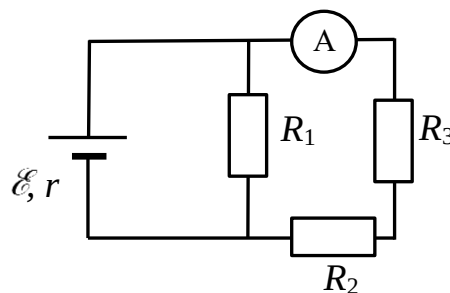
1	2	3	4	5
45 кОм	120 кОм	150 кОм	175 кОм	200 кОм

Відповіді:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4,10	2,7	5,8	2,8	5,6	1	4	1	3	1,4,5	2,3,6	2,5	1,3	4,6	1,4
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	4	3	1	5	4	5	1	4	3	4	2	4	5	1,2

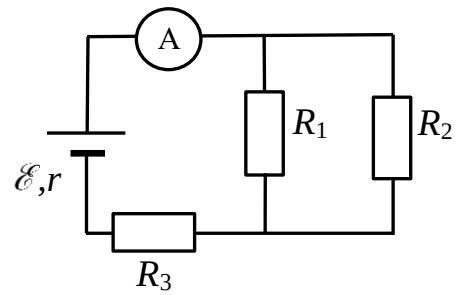
4.6 ЗАДАЧІ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1. Джерело струму, внутрішній опір якого 3 Ом, підключене до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 14$ Ом, покази амперметра – 0,3 А. Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії джерела струму. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.



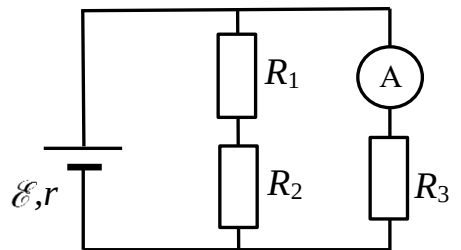
Відповідь: $I_1 = 1,5$ А; $I_2 = 0,3$ А; $\mathcal{E} = 11,3$ В; $\eta = 0,52$.

2. Джерело струму, внутрішній опір якого 3 Ом, підключене до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 14$ Ом, покази амперметра – 0,3 А. Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії джерела струму. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.



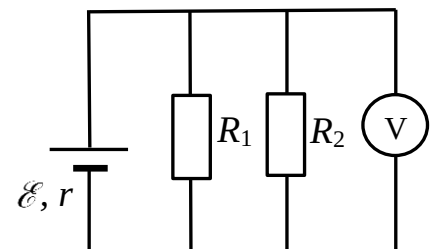
Відповідь: $I_1 = 0,18$ А; $I_2 = 0,12$ А; $\mathcal{E} = 5,8$ В; $\eta = 0,85$.

3. Джерело струму, внутрішній опір якого 0,3 Ом, підключене до електричного кола, як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 14$ Ом, покази амперметра – 0,3 А. Визначити: 1) силу струму, що проходить через резистор R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії джерела струму. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.



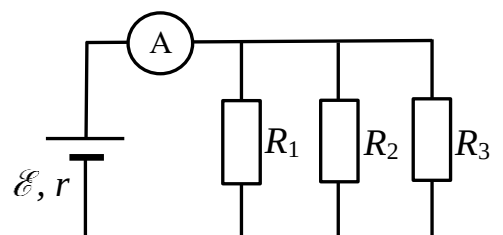
Відповідь: $I_2 = 0,42$ А; $\mathcal{E} = 4,4$ В; $\eta = 0,95$.

4. Джерело струму, внутрішній опір якого 0,3 Ом, підключене до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом. Покази вольтметра – 8 В; $R_V \gg R_1$, $R_V \gg R_2$. Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії джерела струму. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.



Відповідь: $I_1 = 2$ А; $I_2 = 1,33$ А; $\mathcal{E} = 9$ В; $\eta = 0,89$.

5. Джерело струму, внутрішній опір якого 3 Ом, підключене до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 14$ Ом, покази амперметра – 0,3 А. Визначити:

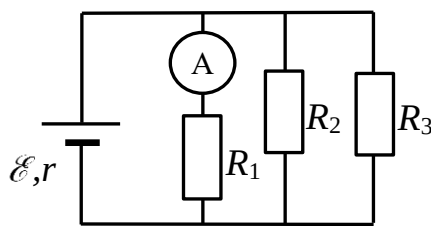


1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 , R_2 та R_3 ; 2) електрорушійну

силу та коефіцієнт корисної дії джерела струму. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.

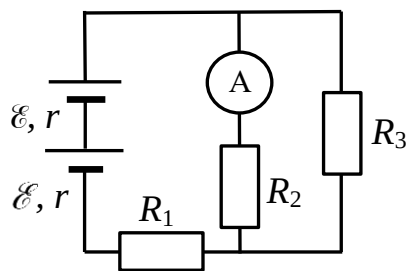
Відповідь: $I_1 = 0,15 \text{ A}$; $I_2 = 0,10 \text{ A}$; $I_3 = 0,04 \text{ A}$; $\mathcal{E} = 1,5 \text{ В}$; $\eta = 0,41$.

6. Джерело струму, внутрішній опір якого $0,3 \text{ Ом}$, підключене до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 14 \text{ Ом}$, покази амперметра – $0,3 \text{ А}$. Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_2 та R_3 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії джерела струму. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.



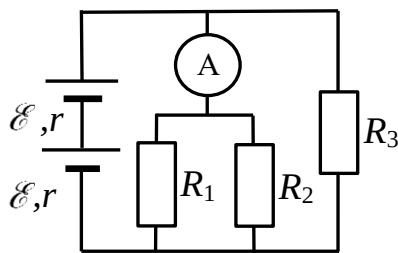
Відповідь: $I_2 = 0,2 \text{ А}$; $I_3 = 0,09 \text{ А}$; $\mathcal{E} = 1,4 \text{ В}$; $\eta = 0,87$.

7. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опором $0,3 \text{ Ом}$ підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 14 \text{ Ом}$, покази амперметра – 3 А . Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_3 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.



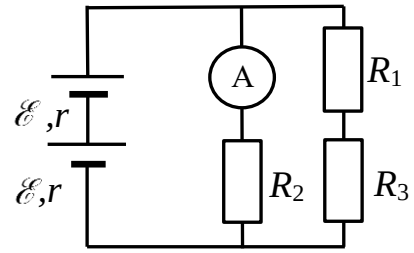
Відповідь: $I_1 = 4,3 \text{ А}$; $I_3 = 1,3 \text{ А}$; $\mathcal{E} = 37,8 \text{ В}$; $\eta = 0,93$.

8. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опором $0,3 \text{ Ом}$ підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 14 \text{ Ом}$, покази амперметра – 1 А . Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 , R_2 та R_3 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.



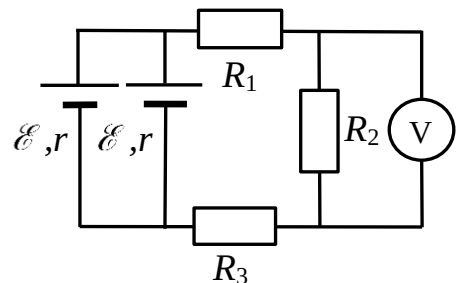
Відповідь: $I_1 = 0,6 \text{ А}$; $I_2 = 0,4 \text{ А}$; $I_3 = 0,17 \text{ А}$; $\mathcal{E} = 3,1 \text{ В}$; $\eta = 0,77$.

9. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами 3 Ом підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 14$ Ом, покази амперметра – 3 А. Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.



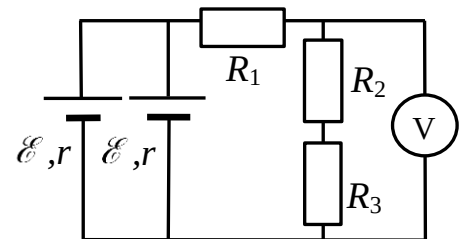
Відповідь: $I_1 = 1$ А; $I_2 = 3$ А; $\mathcal{E} = 42$ В; $\eta = 0,43$.

10. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами 3 Ом підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 14$ Ом, покази вольтметра – 24 В; $R_V \gg R_2$. Визначити: 1) силу струму, що проходить через резистор R_1 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.



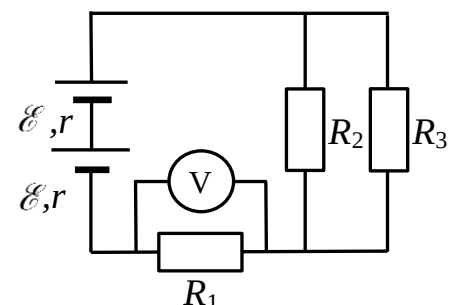
Відповідь: $I_1 = 4$ А; $\mathcal{E} = 102$ В; $\eta = 0,94$.

11. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами 0,3 Ом підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 14$ Ом, покази вольтметра – 16 В; $R_V \gg R_2$, $R_V \gg R_3$. Визначити: 1) силу струму, що проходить через резистор R_1 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.



Відповідь: $I_1 = 0,8$ А; $\mathcal{E} = 19,3$ В; $\eta = 0,99$.

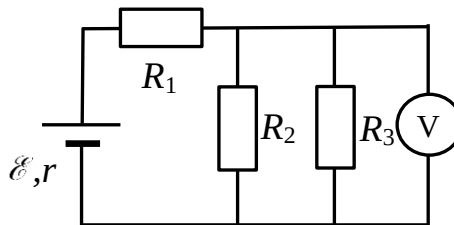
12. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами 3 Ом підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 14$ Ом, покази вольтметра – 24 В; $R_V \gg R_1$.



Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 , R_2 та R_3 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.

Відповідь: $I_1 = 6 \text{ A}$; $I_2 = 4,2 \text{ A}$; $I_3 = 1,8 \text{ A}$; $\mathcal{E} = 85,2 \text{ В}$; $\eta = 0,58$.

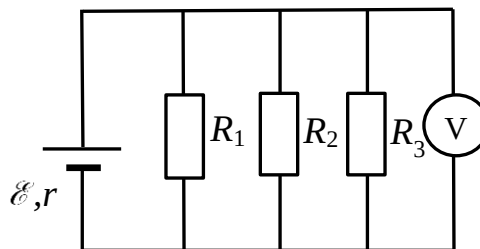
13. Джерело струму, внутрішній опір якого 3 Ом , підключене до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 14 \text{ Ом}$, покази вольтметра – $4,2 \text{ В}$; $R_V \gg R_2$, $R_V \gg R_3$.



Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 , R_2 та R_3 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії джерела струму. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.

Відповідь: $I_1 = 1 \text{ A}$; $I_2 = 0,7 \text{ A}$; $I_3 = 0,3 \text{ A}$; $\mathcal{E} = 11,2 \text{ В}$; $\eta = 0,73$.

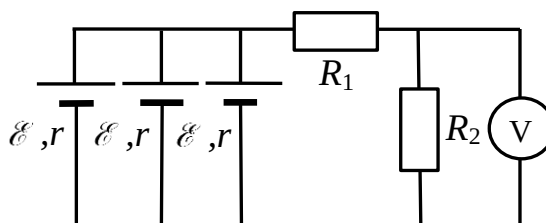
14. Джерело струму, внутрішній опір якого $0,3 \text{ Ом}$, підключене до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 14 \text{ Ом}$, покази вольтметра – $8,4 \text{ В}$; $R_V \gg R_1$, $R_V \gg R_2$,



$R_V \gg R_3$. Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 , R_2 та R_3 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії джерела струму. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.

Відповідь: $I_1 = 2,1 \text{ A}$; $I_2 = 1,4 \text{ A}$; $I_3 = 0,6 \text{ A}$; $\mathcal{E} = 9,6 \text{ В}$; $\eta = 0,87$.

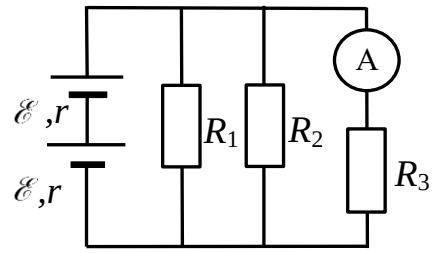
15. Три гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами 3 Ом підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, покази вольтметра – 9 В ; $R_V \gg R_2$. Визначити: 1) силу струму,



що проходить через резистор R_1 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.

Відповідь: $I_1 = 1,5 \text{ A}$; $\mathcal{E} = 16,5 \text{ В}$; $\eta = 0,91$.

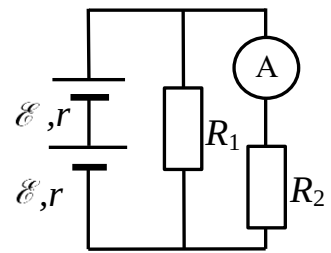
16. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами $0,3\text{ Ом}$ підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4\text{ Ом}$, $R_2 = 6\text{ Ом}$, $R_3 = 14\text{ Ом}$, покази амперметра – $0,5\text{ А}$. Визначити:



1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.

Відповідь: $I_1 = 1,75\text{ А}$; $I_2 = 1,17\text{ А}$; $\mathcal{E} = 9\text{ В}$; $\eta = 0,77$.

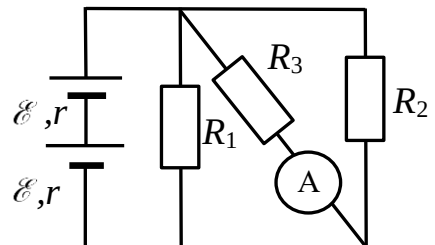
17. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами $0,3\text{ Ом}$ підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4\text{ Ом}$, $R_2 = 6\text{ Ом}$, $R_3 = 14\text{ Ом}$, покази амперметра – $1,2\text{ А}$. Визначити: 1) сили струмів, що



проходять через резистори R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.

Відповідь: $I_1 = 1,8\text{ А}$; $I_2 = 1,2\text{ А}$; $\mathcal{E} = 9\text{ В}$; $\eta = 0,80$.

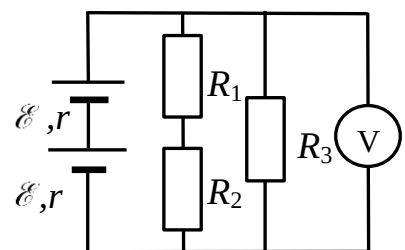
18. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами $0,3\text{ Ом}$ підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4\text{ Ом}$, $R_2 = 6\text{ Ом}$, $R_3 = 14\text{ Ом}$, покази амперметра – 1 А . Визначити:



1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.

Відповідь: $I_1 = 3,5\text{ А}$; $I_2 = 2,3\text{ А}$; $\mathcal{E} \approx 18\text{ В}$; $\eta = 0,77$.

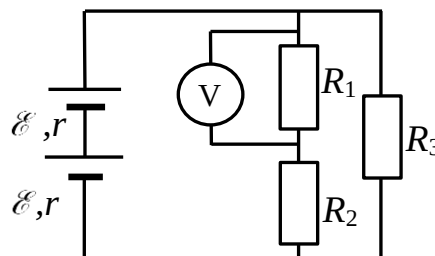
19. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами $0,3\text{ Ом}$ підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4\text{ Ом}$, $R_2 = 6\text{ Ом}$, $R_3 = 14\text{ Ом}$, покази вольтметра – 7 В ; $R_V \gg R_3$. Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_3 ;



2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.

Відповідь: $I_1 = 0,7 \text{ A}$; $I_3 = 0,5 \text{ A}$; $\mathcal{E} = 7,7 \text{ В}$; $\eta = 0,91$.

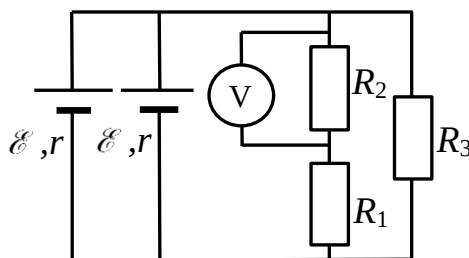
20. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами $0,3 \text{ Ом}$ підключені до електричного кола, як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 14 \text{ Ом}$, покази вольтметра – $12,4 \text{ В}$;



$R_V \gg R_1$. Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_2 та R_3 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.

Відповідь: $I_2 = 3,1 \text{ A}$; $I_3 = 2,2 \text{ A}$; $\mathcal{E} = 33,9 \text{ В}$; $\eta = 0,91$.

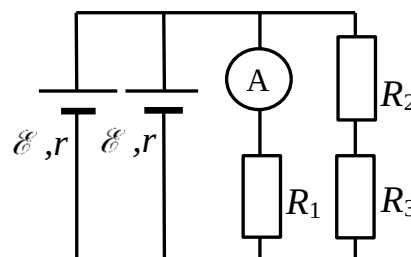
21. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами $0,3 \text{ Ом}$ підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 14 \text{ Ом}$, покази вольтметра – 18 В ; $R_V \gg R_2$. Визначити:



1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_3 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором з'єднувальних дротів знехтувати.

Відповідь: $I_1 = 3 \text{ A}$; $I_3 = 2,14 \text{ A}$; $\mathcal{E} = 30,6 \text{ В}$; $\eta = 0,97$.

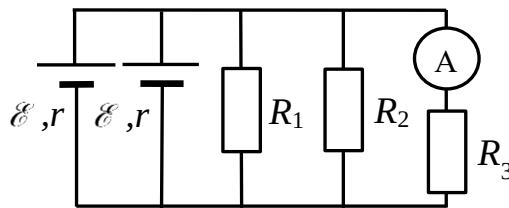
22. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами $0,3 \text{ Ом}$ підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 14 \text{ Ом}$, покази амперметра – $0,8 \text{ A}$.



Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.

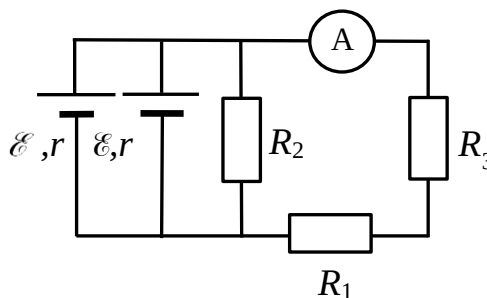
Відповідь: $I_1 = 0,8 \text{ A}$; $I_2 = 0,16 \text{ A}$; $\mathcal{E} = 3,3 \text{ В}$; $\eta = 0,96$.

23. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами $0,3\text{ Ом}$ підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4\text{ Ом}$, $R_2 = 6\text{ Ом}$, $R_3 = 14\text{ Ом}$, покази амперметра – 1 А . Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.



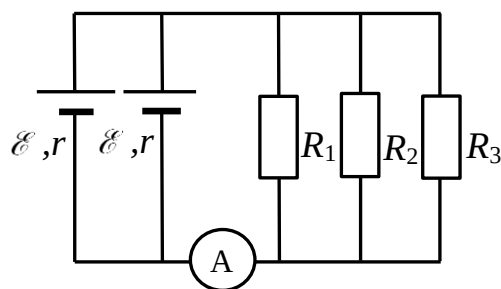
Відповідь: $I_1 = 3,5\text{ А}$; $I_2 = 2,3\text{ А}$; $\mathcal{E} \approx 15\text{ В}$; $\eta = 0,93$.

24. Два гальванічних елементи з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами $0,3\text{ Ом}$ підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4\text{ Ом}$, $R_2 = 6\text{ Ом}$, $R_3 = 14\text{ Ом}$, покази амперметра – $1,8\text{ А}$. Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 та R_2 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.



Відповідь: $I_1 = 1,8\text{ А}$; $I_2 = 5,4\text{ А}$; $\mathcal{E} = 33,5\text{ В}$; $\eta = 0,97$.

25. Два гальванічних елемента з однаковими ЕРС та внутрішніми опорами $0,3\text{ Ом}$ підключені до електричного кола як показано на рисунку. Опори резисторів $R_1 = 4\text{ Ом}$, $R_2 = 6\text{ Ом}$, $R_3 = 14\text{ Ом}$, покази амперметра – 4 А . Визначити: 1) сили струмів, що проходять через резистори R_1 , R_2 та R_3 ; 2) електрорушійну силу та коефіцієнт корисної дії батареї. Опором амперметра та з'єднувальних дротів знехтувати.



Відповідь: $I_1 = 2,05\text{ А}$; $I_2 = 1,36\text{ А}$; $I_3 = 0,59\text{ А}$; $\mathcal{E} = 8,8\text{ В}$; $\eta = 0,93$.

ТЕМА 5: ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦІЇ МАГНІТНИХ ПОЛІВ

5.1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1. **Магнітне поле** – особлива форма матерії, за посередництвом якої відбувається взаємодія між електрично зарядженими частинками, що рухаються.

2. Локальною силовою характеристикою магнітного поля є **магнітна індукція** $\vec{B}$. Визначити напрямок і модуль магнітної індукції можна за допомогою сили Ампера, сили Лоренца або елементарного плоского контуру з постійним струмом.

Визначимо модуль і напрямок магнітної індукції, наприклад, за допомогою сили Ампера. На елементарний прямий провідник із постійним струмом у магнітному полі діє **сила Ампера**.

Елементарний прямий провідник – прямий провідник, довжина dl якого нескінченно мала.

Модуль B магнітної індукції визначається співвідношенням

$$B = \frac{dF_{A\max}}{Idl}, \quad (5.1)$$

де $dF_{A\max}$ – модуль максимальної сили Ампера, яка перпендикулярна до провідника; I – сила струму у провіднику; dl – довжина провідника.

Напрямок магнітної індукції можна визначити за правилом лівої руки (рис. 5.1): якщо ліву руку розташувати так, щоб чотири випрямлені пальці були напрямлені по напрямку струму, а відігнутий на 90° великий палець співпадав з напрямком $d\vec{F}_{A\max}$, тоді вектор $\vec{B}$ входить в долоню.

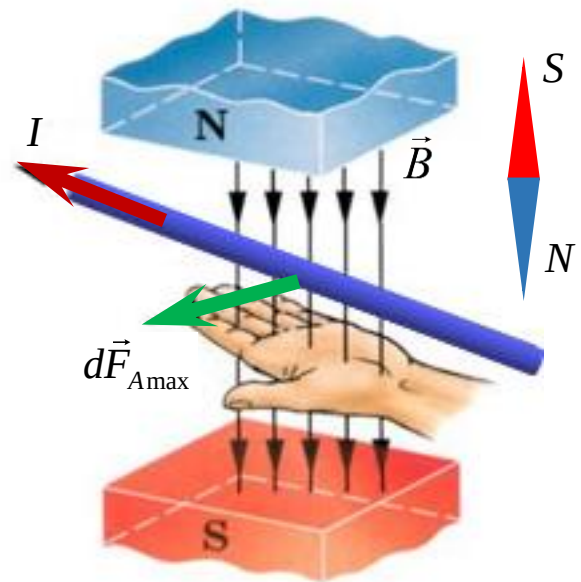


Рисунок 5.1

Напрямок магнітної індукції можна також визначити за допомогою магнітної стрілки (див. рис. 5.1): S – південний магнітний полюс; N – північний магнітний полюс.

Одиниця магнітної індукції у СІ $[B] = \text{Тл (тесла)}$. $\text{Dim } B = \text{MT}^{-1}\text{T}^{-2}$.

Якщо магнітна індукція $\vec{B}$ поля не змінюється з часом, тоді **магнітне поле** називається **стаціонарним** або **статичним**.

3. Для наочного зображення магнітного поля використовують силові лінії.

Силовой лінією магнітного поля (лінією магнітної індукції) називається лінія, в кожній точці якої вектор $\vec{B}$ напрямлений вздовж дотичної до неї (рис. 5.2). Густина силових ліній пропорційна модулю магнітної індукції.

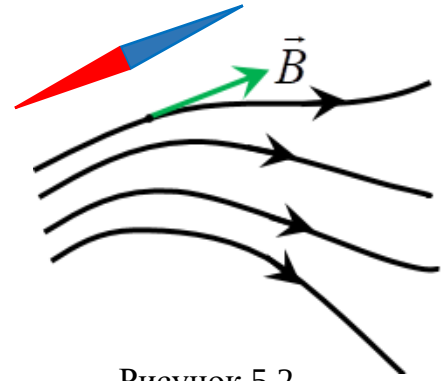


Рисунок 5.2

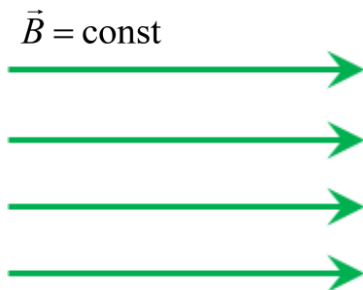


Рисунок 5.3

4. Магнітне поле називається **однорідним**, якщо в кожній його точці $\vec{B} = \text{const}$ (рис. 5.3).

5. Магнітна індукція $\vec{B}$ залежить від властивостей речовини, в якій створене магнітне поле. Тому доречно ввести фізичну величину, яка не залежить від властивостей речовини – **напруженість магнітного поля $\vec{H}$**

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}, \quad (5.2)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м (генрі/метр)}$ – магнітна стала; μ – відносна магнітна проникність речовини (для вакууму і повітря $\mu = 1$).

Одиниця напруженості магнітного поля у СІ $[H] = \frac{\text{А}}{\text{м}}$. $\text{Dim } H = \text{IL}^{-1}$.

6. **Відносна магнітна проникність μ** показує у скільки разів модуль магнітної індукції B поля у речовині відрізняється від модуля магнітної індукції B_0 поля у вакуумі

$$\mu = \frac{B}{B_0}. \quad (5.3)$$

Одиниця відносної магнітної проникності у СІ $[\mu] = 1$. $\text{Dim } \mu = \text{I}^0\text{L}^0\text{T}^0\text{M}^0$.

7. Усі речовини мають магнітні властивості, тому вони називаються **магнетиками**.

Залежно від значення μ магнетики поділяються на

➤ **діамагнетики:** $\mu < 1$; відносна магнітна проникність *не залежить* від напруженості зовнішнього магнітного поля (для слабких магнітних полів): $\mu = \text{const}$; індукція $\vec{B}$ магнітного поля у діамагнетику має напрямок, *протилежний* напрямку індукції зовнішнього магнітного поля $\vec{B}_0$, тобто діамагнетик намагнічується у напрямку, протилежному напрямку індукції зовнішнього магнітного поля ($\vec{B} \uparrow \downarrow \vec{B}_0$); діамагнітні властивості речовина виявляє тільки під час дії на неї магнітного поля;

➤ **парамагнетики:** $\mu > 1$; відносна магнітна проникність *не залежить* від напруженості зовнішнього магнітного поля: $\mu = \text{const}$; напрямок індукції $\vec{B}$ магнітного поля у парамагнетику співпадає з напрямком індукції $\vec{B}_0$ зовнішнього магнітного поля, тобто парамагнетик намагнічується у напрямку індукції зовнішнього магнітного поля ($\vec{B} \uparrow \uparrow \vec{B}_0$); парамагнітні властивості речовина виявляє тільки під час дії на неї магнітного поля;

➤ **феромагнетики:** $\mu \gg 1$; відносна магнітна проникність *залежить* від напруженості зовнішнього магнітного поля: $\mu = f(H)$; напрямок індукції $\vec{B}$ магнітного поля у феромагнетику співпадає з напрямком індукції $\vec{B}_0$ зовнішнього магнітного поля, тобто феромагнетик намагнічується у напрямку індукції зовнішнього магнітного поля ($\vec{B} \uparrow \uparrow \vec{B}_0$); речовина зберігає намагніченість після припинення дії на неї зовнішнього магнітного поля; при нагріванні феромагнетику до температури, вищої за *температуру Кюрі* T_K (характерна температура для кожної феромагнітної речовини), феромагнітні властивості речовини зникають. – феромагнетик розмагнічується.

8. **Закон Біо-Савара-Лапласа** визначає індукцію $d\vec{B}$ магнітного поля, яке створюється *елементом струму* $I d\vec{l}$ в деякій точці простору на відстані r ($dl \ll r$) від нього (рис. 5.4).

Елементом струму називається величина $I d\vec{l}$, де I – сила струму в елементарній прямій ділянці провідника; $d\vec{l}$ – вектор, модуль якого дорівнює довжині dl ділянки провідника, а напрямок співпадає з напрямком струму у провіднику.

Індукція $d\vec{B}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (5.4)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала; $\vec{r}$ – вектор, проведений від елементу струму до даної точки простору, модуль r якого дорівнює відстані від елементу струму до даної точки.

Модуль магнітної індукції

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (5.5)$$

де α – кут між векторами $Id\vec{l}$ і $\vec{r}$.

Напрямок вектора $d\vec{B}$ можна визначити за правилом правого свердлика або правилом правої руки (див. рис. 5.4).

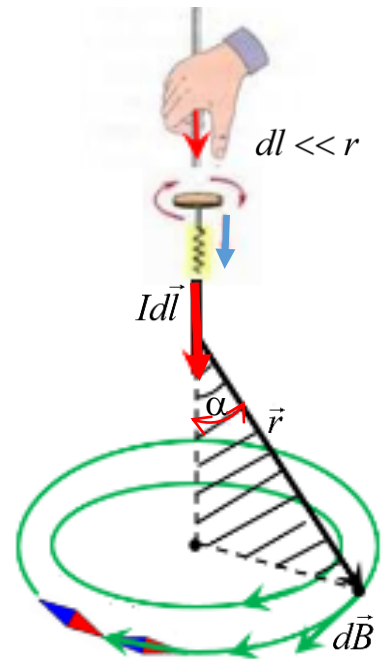


Рисунок 5.4

Правило правого свердлика (свердлика з правою різьбою): напрямок магнітної індукції $d\vec{B}$ співпадає з напрямком руху воротка свердлика, який рухається поступально в напрямку струму.

Правило правої руки: якщо напрямити великий палець правої руки вздовж напрямку струму, то зігнуті інші чотири пальці покажуть напрямок магнітної індукції $d\vec{B}$.

9. Принцип суперпозиції магнітних полів: магнітна індукція $\vec{B}$ поля у заданій точці простору, що створюється n постійними струмами (n зарядами, що рухаються) дорівнює векторній сумі магнітних індукцій $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3, \dots, \vec{B}_n$ полів, що створюються кожним постійним струмом (кожним зарядом, що рухається) окремо

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \dots + \vec{B}_n = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i. \quad (5.6)$$

10. Магнітне поле прямого провідника з постійним струмом (прямого струму) (рис. 5.5). Силкові лінії магнітного поля прямого провідника з струмом – концентричні кола, центр яких знаходиться на провідникові. Напрямок вектора

$\vec{B}$ можна визначити за правилом правого свердлика або правилом правої руки (див. рис. 5.5 б). Правила сформульовані в п. 8. Якщо провідник міститься у площині рисунка, тоді площини силових ліній перпендикулярні до неї. В точках A і B (див. рис. 5.5 в) вектор $\vec{B}$ перпендикулярний до площини рисунка. У цьому випадку використовуються наступні позначення: $\oplus$ – вектор напрямлений від нас; $\odot$ – вектор напрямлений до нас.

Модуль магнітної індукції B на відстані r від провідника, що знаходиться у вакуумі (або повітрі), по якому протікає струм силою I (див. рис. 5.5 в)

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2), \quad (5.7)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала.

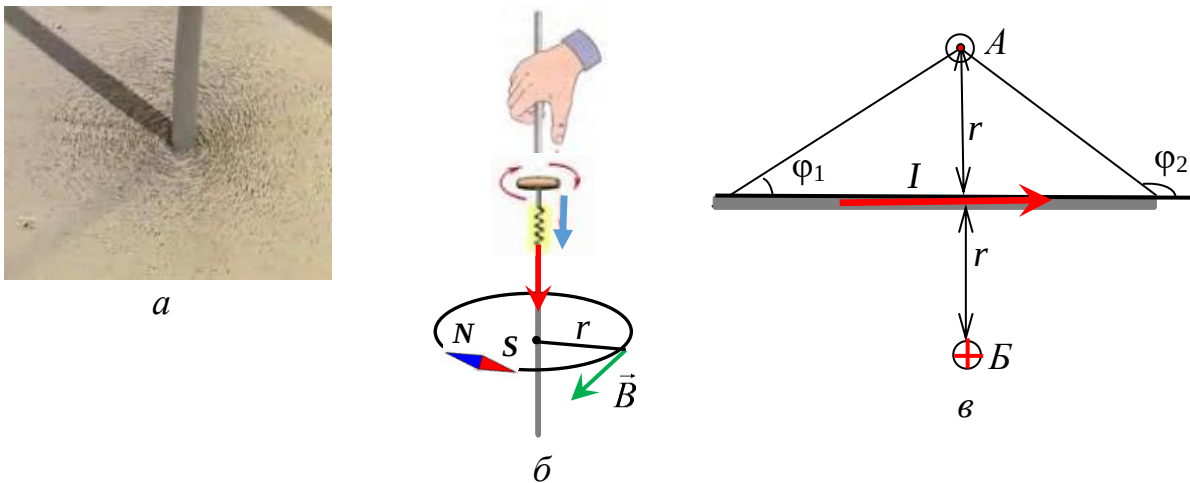


Рисунок 5.5 – Магнітне поле прямого провідника із струмом: a – візуалізація силових ліній магнітного поля за допомогою металевої тирси; $б$ – визначення напрямку магнітної індукції $\vec{B}$ за правилом правого свердлика і правилом правої руки; $в$ – до розрахунку магнітної індукції $\vec{B}$ на відстані r від провідника

Якщо провідник розташований у середовищі з відносною магнітною проникністю μ , тоді

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2). \quad (5.8)$$

Модуль напруженості H магнітного поля на відстані r від провідника, по якому протікає струм силою I

$$H = \frac{I}{4\pi r} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2). \quad (5.9)$$

11. Магнітне поле нескінченного прямого провідника з постійним струмом (рис. 5.6). Нескінченим можна вважати *прямий провідник*, якщо відстані r до точок, де визначається магнітна індукція, набагато менші за довжину l провідника: $r \ll l$. Силкові лінії магнітного поля прямого провідника з струмом – концентричні кола, центр яких знаходиться на провідникові. Напрямок вектора $\vec{B}$ можна визначити за правилом правої руки (див. рис. 5.6 а) або правого свердлика (див. рис. 5.6 б). Правила сформульовані у п. 8.

Модуль магнітної індукції B на відстані r від провідника, що знаходиться у вакуумі (або в повітрі), по якому протікає струм силою I

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad (5.10)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала.

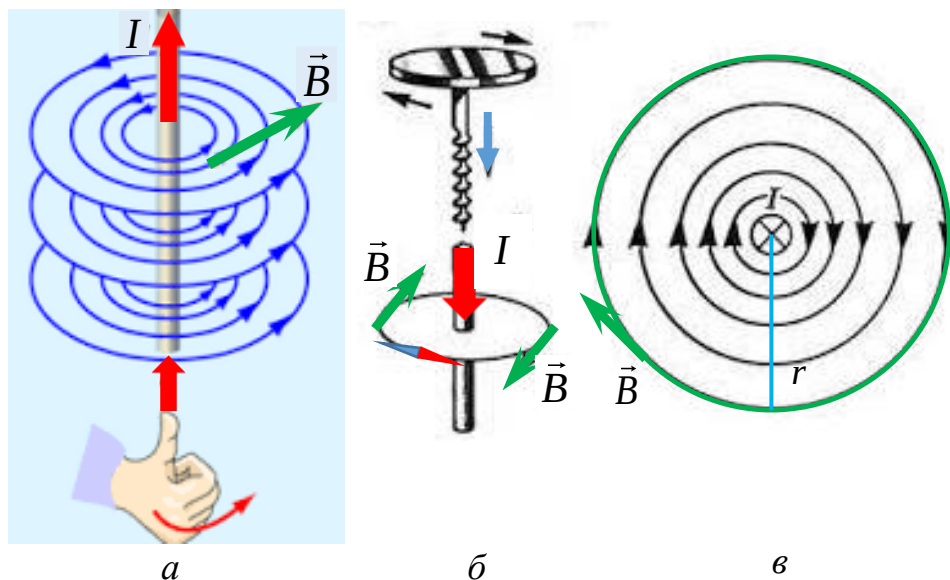


Рисунок 5.6 – Магнітне поле нескінченного прямого провідника зі струмом: визначення напрямку магнітної індукції $\vec{B}$ за правилом правої руки (а) і за правилом правого свердлика (б); до розрахунку магнітної індукції на відстані r від провідника (в) – провідник перпендикулярний до площини рисунка, струм тече в напрямку від нас

Якщо провідник знаходиться у середовищі з відносною магнітною проникністю μ , тоді

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r}. \quad (5.11)$$

Модуль напруженості H магнітного поля на відстані r від провідника, по якому протікає струм силою I

$$H = \frac{I}{2\pi r}. \quad (5.12)$$

12. При розв'язанні задач, в яких розраховується індукція (напруженість), магнітного поля, що створене системою паралельних прямих провідників із постійними струмами, зручно розташовувати провідники перпендикулярно площині рисунка. У цьому випадку прийняті позначення напрямків струмів відповідно до рисунка 5.7.

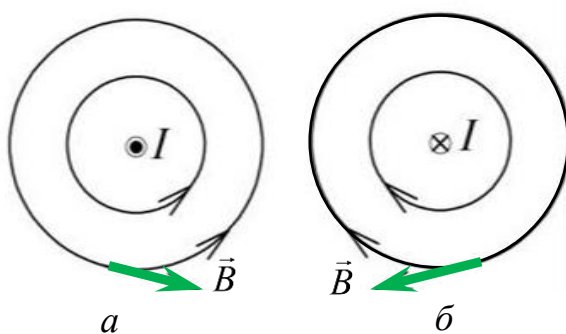


Рисунок 5.7 – Магнітне поле нескінченного прямого провідника зі струмом: *а* – струм тече в напрямку до нас; *б* – струм тече в напрямку від нас

13. Магнітне поле кругового провідника з постійним струмом (кругового струму). Силкові лінії магнітного поля – концентричні кола, площини яких перпендикулярні до площини контуру, а центр знаходиться на провіднику (рис. 5.8). Напрямок вектора $\vec{B}$ можна визначити за правилом правої свердлики або правої руки, які наведені в п.8.

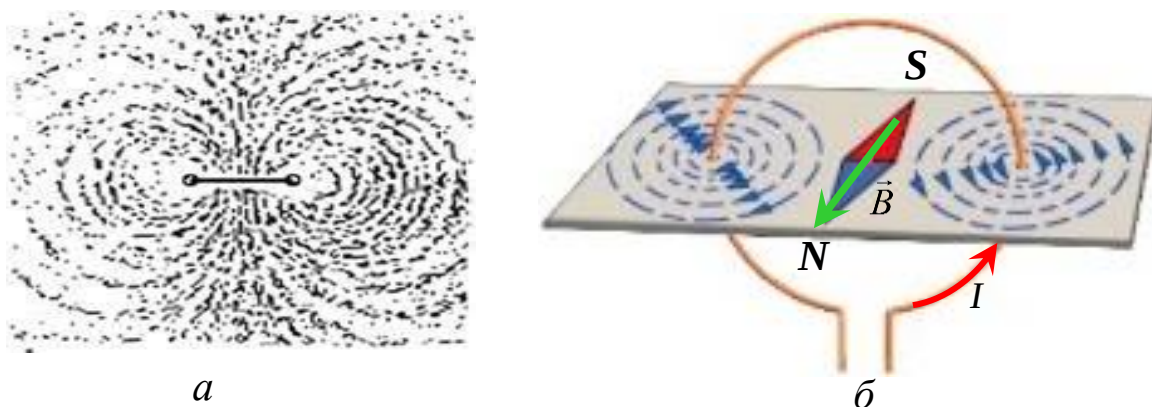


Рисунок 5.8 – Магнітне поле кругового струму: *а* – візуалізація силових ліній магнітного поля за допомогою залізної тирси: вигляд зверху (площина контуру перпендикулярна до площини рисунка); *б* – силкові лінії кругового контуру з струмом

14. Магнітна індукція $\vec{B}$ в центрі кругового контуру з постійним струмом (рис. 5.9). Напрямок вектора $\vec{B}$ можна визначити за правилом правої руки (п. 8), правого свердлика або магнітної стрілки (див. рис. 5.9 а). **Правило правого свердлика:** якщо вороток свердлика обертати в напрямку струму, то напрямок поступального руху свердлика буде збігатися із напрямком магнітної індукції. Звертаємо увагу на подібність магнітних полів кругового струму і постійного магніту (див. рис. 5.9 б, в). Внаслідок цього два кругових струми будуть взаємодіяти між собою подібно двом постійним магнітам.

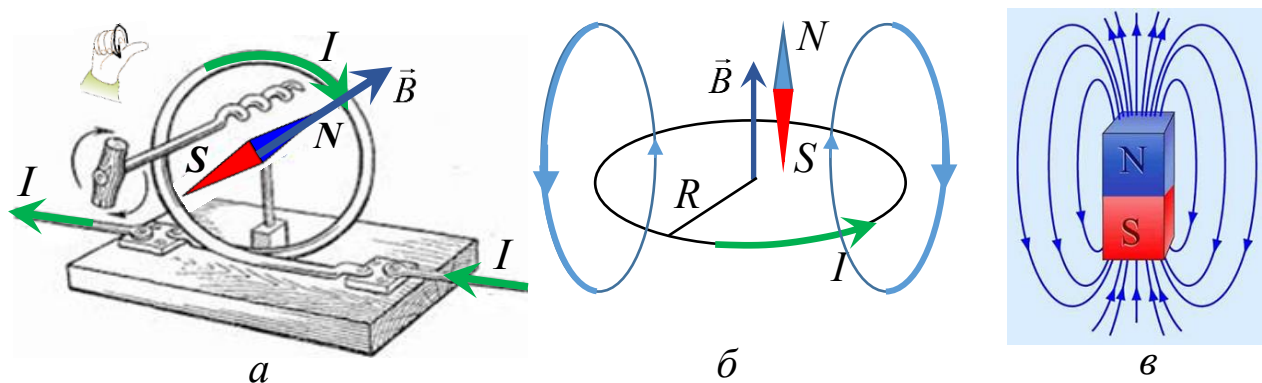


Рисунок 5.9 – Магнітне поле кругового струму: а) визначення напрямку у центрі кругового струму за правилом правого свердлика, правої руки і магнітної стрілки; б) до розрахунку модуля магнітної індукції в центрі кругового струму; в) магнітне поле постійного магніту

Модуль магнітної індукції в центрі кругового контуру з постійним струмом силою I

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}, \quad (5.13)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала; R – радіус контуру.

Якщо контур знаходиться у середовищі з відносною магнітною проникністю μ , тоді модуль магнітної індукції

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}. \quad (5.14)$$

Модуль напруженості H магнітного поля у центрі кругового контуру з постійним струмом

$$H = \frac{I}{2R}. \quad (5.15)$$

15. Магнітне поле тороїда (рис. 5.10). **Тороїд** (тороїдальна котушка) – тороїдальний каркас, на який щільно (виток до витка) намотаний провід, який називається *обмоткою* тороїда (див. рис. 5.10 а). **Силові лінії магнітного поля тороїда** – концентричні кола, центр яких розташований на осі тороїда (див. рис. 5.10 б).

Модуль магнітної індукції B поля в тороїді без осердя

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R} = \mu_0 nI, \quad (5.16)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала; N – кількість витків обмотки; I – сила струму в обмотці; R – радіус силової лінії; n – лінійна густина витків.

Лінійна густина витків n – кількість витків на одиниці довжини кола тороїда: $n = \frac{N}{2\pi R}$.

Якщо тороїд має осердя із відносною магнітною проникністю μ , тоді

$$B = \frac{\mu_0 \mu NI}{2\pi R} = \mu_0 \mu nI. \quad (5.17)$$

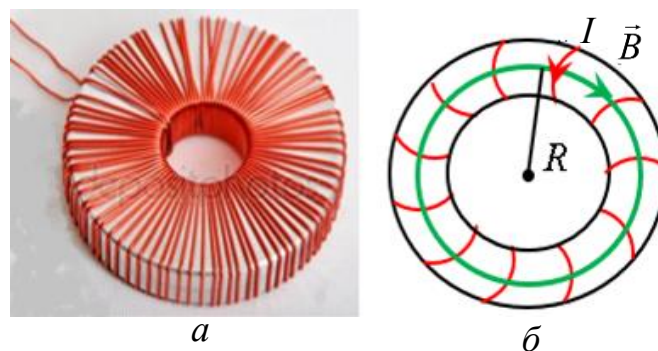


Рисунок 5.10 – Магнітне поле тороїда:

а) тороїд; б) магнітне поле тороїда

Модуль напруженості H магнітного поля всередині тороїда без осердя / з осердям

$$H = \frac{NI}{2\pi R} = nI. \quad (5.18)$$

16. Магнітне поле довгого соленоїда (рис. 5.11). **Соленоїд** – циліндричний каркас, на який щільно (виток до витка) намотано провід (див. рис. 5.11 а). Якщо довжина соленоїда l набагато більша за діаметр його поперечного перерізу D :

$l \gg D$ (див. рис. 5.11 б), то **соленоїд можна вважати довгим**. Всередині довгого соленоїда магнітне поле можна вважати однорідним, а крайовими ефектами знехтувати. Звертаємо увагу на подібність магнітних полів соленоїда і постійного магніту (див. рис. 5.11 в). Внаслідок цього два соленоїди будуть взаємодіяти між собою подібно двом постійним магнітам.

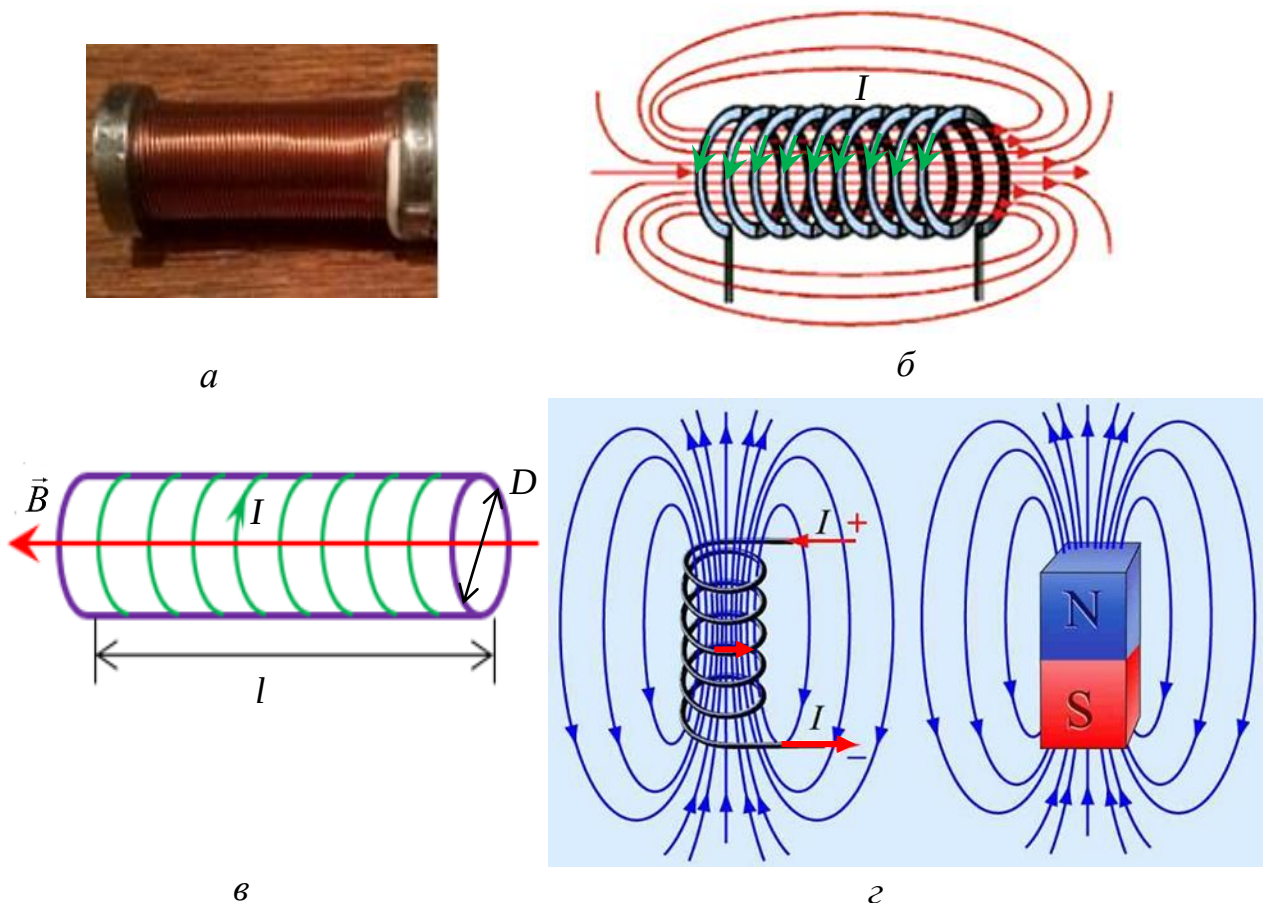


Рисунок 5.11 – Магнітне поле довгого соленоїда: а) довгий соленоїд; б) магнітне поле довгого соленоїда; в) до розрахунку модуля магнітної індукції всередині соленоїда; г) магнітні поля довгого соленоїда і постійного магніту

Модуль магнітної індукції у довгому соленоїді, по обмотці якого протікає постійний струм силою I

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \mu_0 nI = \frac{\mu_0 I}{d}, \quad (5.19)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала; N – кількість витків обмотки; l – довжина соленоїда; n – лінійна густина витків; d – діаметр проводу обмотки.

Лінійна густина витків n – кількість витків на одиниці довжини соленоїда:

$$n = \frac{N}{l}.$$

Якщо соленоїд має осердя з відносною магнітною проникністю μ , тоді модуль магнітної індукції

$$B = \frac{\mu_0 \mu N I}{l} = \mu_0 \mu n I = \frac{\mu_0 \mu I}{d}. \quad (5.20)$$

Модуль напруженості H магнітного поля у довгому соленоїді без осердя / з осердям

$$H = \frac{N I}{l} = n I = \frac{I}{d}. \quad (5.21)$$

5.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Коловий провідник радіусом 5 см розташований в одній площині із прямим нескінченним провідником і дотичний до нього (рис. 1). Сила струму в обох провідниках однакова і дорівнює 2 А. Провідники знаходяться у повітрі. Визначити напруженість магнітного поля у точці M , яка знаходиться у центрі кільця.

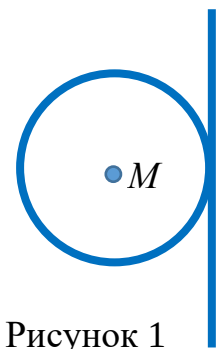


Рисунок 1

АНАЛІЗ

Маємо систему провідників, яка складається із прямого нескінченного провідника з постійним струмом і колового контуру (кільця) з постійним струмом (див. рис. 1). Кожен із двох струмів створює магнітне поле. За принципом суперпозиції магнітних полів магнітна індукція $\vec{B}$ результуючого магнітного поля у будь-якій точці простору

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \quad (1)$$

де $\vec{B}_1$ – магнітна індукція поля, створеного першим струмом, $\vec{B}_2$ – магнітна індукція поля, створеного другим струмом у цій точці.

У повітрі (за магнітними властивостями повітря тотожне вакууму)

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (2)$$

де μ_0 – магнітна стала; $\vec{H}$ – напруженість магнітного поля, тому напрямки $\vec{B}$ і $\vec{H}$ збігаються.

Отже, напруженість $\vec{H}$ результуючого магнітного поля у деякій точці простору

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2, \quad (3)$$

де $\vec{H}_1$ – напруженість магнітного поля, створеного першим струмом, $\vec{H}_2$ – напруженість магнітного поля, створеного другим струмом у даній точці.

Для визначення $\vec{H}$ потрібно побудувати вектори $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$ у заданій точці.

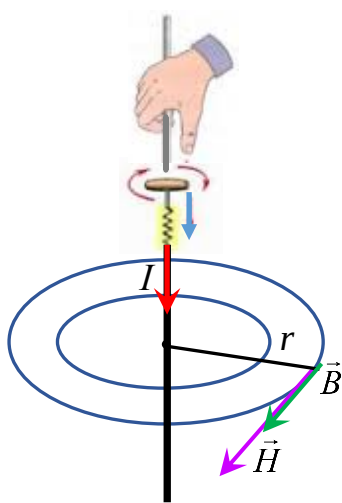


Рисунок 2

Силкові лінії магнітного поля прямого нескінченного провідника з постійним струмом мають характер концентричних кіл, центр яких знаходиться на провіднику, а площини – перпендикулярні до провідника (рис. 2). Нагадаємо, що вектор $\vec{B}$ дотичний до силової лінії. Внаслідок співвідношення (2) вектор $\vec{H}$ теж дотичний до силової лінії. Напрямок магнітної індукції $\vec{B}$ (а також вектора $\vec{H}$) можна визначити 1) або за *правилом правого свердлика*: якщо поступальний рух свердлика збігається з напрямком

струму, то вороток свердлика обертається у напрямку вектора $\vec{B}$ (вектора $\vec{H}$), 2) або за *правилом правої руки*: права рука розташовується так, щоб великий палець був напрямлений вздовж напрямку струму, тоді зігнуті інші чотири пальці покажуть напрямок вектора $\vec{B}$ (вектора $\vec{H}$).

Модуль напруженості магнітного поля на відстані r від провідника

$$H = \frac{I}{2\pi r}, \quad (4)$$

де I – сила струму у провіднику.

Силкові лінії магнітного поля кільця з постійним струмом (рис. 3) – концентричні кола, площина яких перпендикулярна до площини кільця, а центр знаходиться на провіднику (див. рис. 3 а). Напрямок магнітної індукції $\vec{B}$ (напруженості магнітного поля $\vec{H}$) можна визначити 1) або за *правилом правого свердлика*: якщо вороток свердлика обертається у напрямку струму у кільці, то

поступальний рух свердлика збігається із напрямком вектора $\vec{B}$ (вектора $\vec{H}$), 2) або *правої руки*: права рука розташовується так, щоб великий палець був напрямлений вздовж напрямку струму, тоді зігнуті інші чотири пальці покажуть напрямок вектора $\vec{B}$ (вектора $\vec{H}$) (див. рис. 3 б). У центрі кільця вектор $\vec{B}$ (вектор $\vec{H}$) перпендикулярний до площини кільця (див. рис. 3 б).

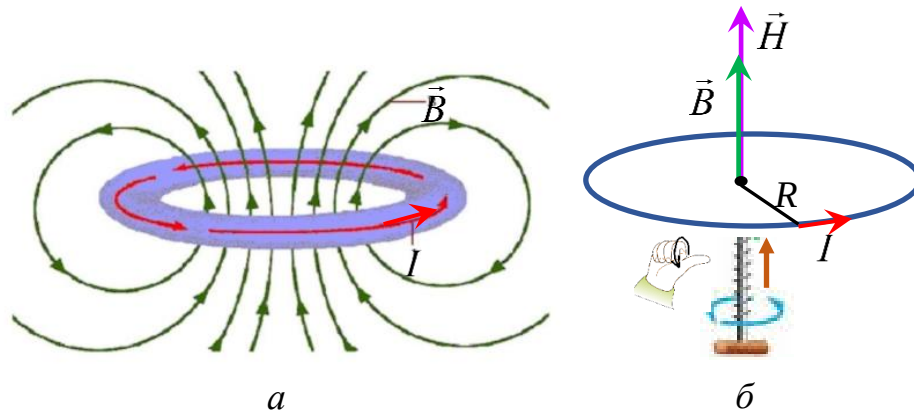


Рисунок 3

Модуль напруженості магнітного поля у центрі кільця

$$H = \frac{I}{2R}, \quad (5)$$

де I – сила струму у кільці; R – радіус кільця.

Нехай $\vec{H}_1$ – напруженість магнітного поля, створеного прямим нескінченним провідником із струмом, а $\vec{H}_2$ – напруженість магнітного поля, створеного коловим контуром із струмом. Побудуємо вектори $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$ у центрі кільця. Для такої конфігурації провідників може бути два випадки взаємного напрямку струмів у провідниках: 1) напрямок струму у кільці збігається з напрямком струму в прямому провіднику (рис. 4); 2) напрямок струму у кільці протилежний напрямку струму в прямому провіднику (рис. 5). Більш наочним і зручним для розрахунків є зображення системи провідників, яке наведене на рис. 4 б і рис. 5 б, де відсутні просторові спотворення провідників: у цьому випадку вектори $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$ перпендикулярні до площини рисунка. Умовилися використовувати для зображення напрямку вектора $\vec{H}$ знак $\oplus$, якщо вектор напрямлений від нас, і знак $\odot$, якщо вектор напрямлений до нас. Для напрямків струмів, які наведено на рис. 4, вектори $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$ напрямлені від нас. Для

напрямків струмів, які наведено на рис. 5, вектор $\vec{H}_1$ напрямлений від нас, вектор $\vec{H}_2$ напрямлений до нас.

1. Розглянемо випадок, показаний на рис. 4.

У скалярній формі вираз (3) набуває вигляду

$$H = H_1 + H_2, \quad (6)$$

де H_1 і H_2 – модулі напруженостей $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$ відповідно. Вони визначаються як

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi R}, \quad (7)$$

$$H_2 = \frac{I_2}{2R}, \quad (8)$$

де I_1 і I_2 – сила струмів у прямому провіднику і в кільці відповідно.

Отже,

$$H = \frac{I_1}{2\pi R} + \frac{I_2}{2R}. \quad (9)$$

За умовою задачі $I_1 = I_2 = I$, тоді

$$H = \frac{I}{2R} \left(\frac{1}{\pi} + 1 \right). \quad (10)$$

2. Розглянемо випадок, показаний на рис. 5.

У скалярній формі вираз (3) набуває вигляду

$$H = H_1 - H_2, \quad (11)$$

де H_1 і H_2 – модулі напруженостей $\vec{H}_1$ і $\vec{H}_2$, відповідно. Вони визначаються за формулами (7) і (8).

Отже,

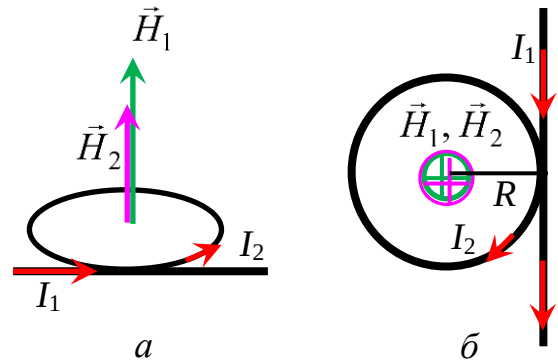


Рисунок 4

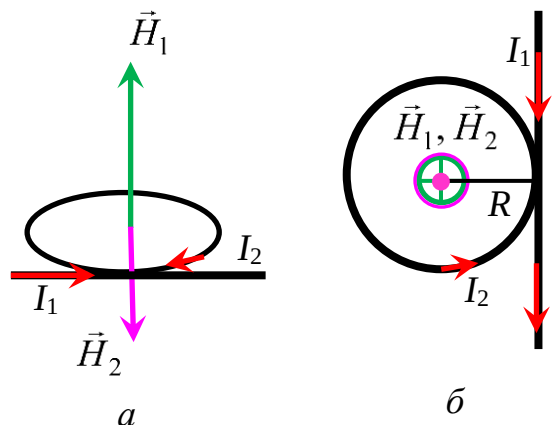


Рисунок 5

$$H = \frac{I_1}{2\pi R} - \frac{I_2}{2R} = \frac{I}{2R} \left(\frac{1}{\pi} - 1 \right). \quad (12)$$

Формули (10) і (12) за своєю структурою подібні, тому достатньо перевірити одну формулу, наприклад, формулу (10).

Перевіримо формулу (10):

$$[H] = \frac{A}{m}, [I] = A, [R] = m; \quad \left[\frac{I}{R} \right] = \frac{A}{m}.$$

Дано:	СІ	Розв'язок:
$I=2A$	$5 \cdot 10^{-2} m$	1. $H = \frac{2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \left(\frac{1}{\pi} + 1 \right) = 26 \frac{A}{m};$
$R=5 cm$		2. $H = \frac{2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \left(\frac{1}{\pi} - 1 \right) = -14 \frac{A}{m}.$
$H=?$		Відповідь: 1. $H = 26 \frac{A}{m};$ 2. $H = -14 \frac{A}{m}.$

Знак «-» у другому випадку означає, що результуючий вектор $\vec{H}$ напрямлений у бік вектора $\vec{H}_2$.

ЗАДАЧА 2

По двом нескінченно довгим паралельним провідникам у протилежних напрямках течуть струми силою $I_1 = 2 A$, $I_2 = 2 A$. Відстань між провідниками $a = 10$ см. Провідники знаходяться у вакуумі. Визначити магнітну індукцію $\vec{B}$ результуючого поля у точці M , яка знаходиться на відстані 2 см від другого провідника на лінії, перпендикулярній до провідників.

АНАЛІЗ

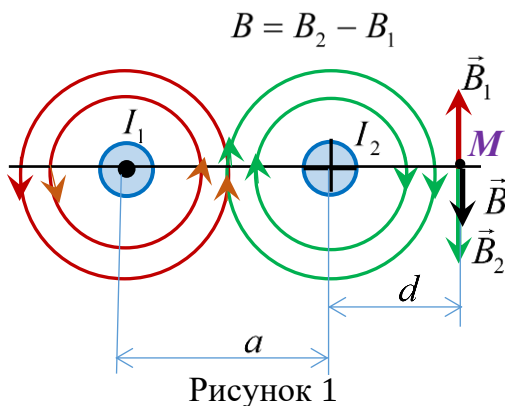
Як зазначалося вище, при розв'язуванні задач на суперпозицію магнітних полів важливо нарисувати провідники з постійними струмами так, щоб силові лінії магнітних полів зазнали найменшого просторового спотворення. У даній задачі маємо систему, яка складається з двох прямих нескінченно довгих паралельних провідників.

Силові лінії магнітного поля прямого нескінченно довгого провідника з постійним струмом мають характер концентричних кіл, центр яких знаходиться на провіднику, а площини – перпендикулярні до провідника (див. рис. 2 задачі 1). Вектор $\vec{B}$ дотичний до силової лінії. Тому найбільш прийнятним є зображення провідників, яке надане на рис. 1: провідники перпендикулярні до площини аркуша. Тоді силові лінії магнітних полів обох провідників знаходяться у площині аркуша. Умовилися використовувати для зображення напрямку струму знак $\oplus$, якщо струм напрямлений від нас, і знак $\odot$, якщо струм напрямлений до нас. Зауважимо, що не має значення який струм напрямлений до нас чи від нас, головне, щоб струми мали протилежні напрямки.

За принципом суперпозиції магнітних полів магнітна індукція $\vec{B}$ результуючого магнітного поля у будь-якій точці простору дорівнює

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \quad (1)$$

де $\vec{B}_1$ – магнітна індукція поля, створеного першим струмом, $\vec{B}_2$ – магнітна індукція поля, створеного другим струмом у даній точці простору.



Побудуємо вектори $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ у заданій точці M за *правилом правого свердлика* чи *правої руки* (див. задачу 1). Зазначимо, що точка M може знаходитись як між провідниками (тобто ліворуч від другого

провідника), так і праворуч від другого провідника. Розглянемо другий випадок: точка M знаходиться поза системою провідників.

У скалярній формі вираз (1) набуває вигляду

$$B = B_2 - B_1, \quad (2)$$

де B_1 і B_2 – модулі магнітних індукцій $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ відповідно.

Якщо в результаті розрахунків отримаємо $B > 0$, то це означає, що $B_2 > B_1$ і вектор $\vec{B}$ напрямлений вниз (як це має місце на рис. 1). Якщо отримаємо $B < 0$, то це означає що $B_2 < B_1$ і вектор $\vec{B}$ напрямлений вгору.

Модуль магнітної індукції поля на відстані r від прямого провідника з постійним струмом

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad (3)$$

де I – сила струму у провіднику; r – відстань від провідника до даної точки; μ_0 – магнітна стала.

Модуль магнітної індукції поля провідника з струмом силою I_1 у точці M

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(a+d)}, \quad (4)$$

модуль магнітної індукції поля провідника з струмом силою I_2 у точці M

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}, \quad (5)$$

модуль результуючої магнітної індукції поля у точці M

$$B = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(a+d)}, \quad (6)$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{I_2}{d} - \frac{I_1}{(a+d)} \right). \quad (7)$$

Перевіримо формулу (7):

$$[B] = \text{Тл} = \frac{\text{кг}}{\text{с}^2 \cdot \text{А}}, [I] = \text{А}, [R] = \text{м}; [\mu_0] = \frac{\text{Гн}}{\text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{А}^2},$$

$$\left[\mu_0 \left(\frac{I}{d} \right) \right] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{А}}{\text{с}^2 \cdot \text{А}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{с}^2 \cdot \text{А}}.$$

Дано:	СІ	Розв'язок:
$I_1 = I_2 = 2\text{А}$		$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \left(\frac{2}{2 \cdot 10^{-2}} - \frac{2}{(10 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-2})} \right) =$ $= 16,67 \cdot 10^{-6} \text{Тл.} = 16,67 \text{ мкТл.}$
$a = 10 \text{ см}$	$10 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	
$d = 2 \text{ см}$	$2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	
$B = ?$		
		Відповідь: $B = 16,67 \text{ мкТл.}$

Ми отримали $B > 0$, тобто вектор $\vec{B}$ напрямлений вниз.

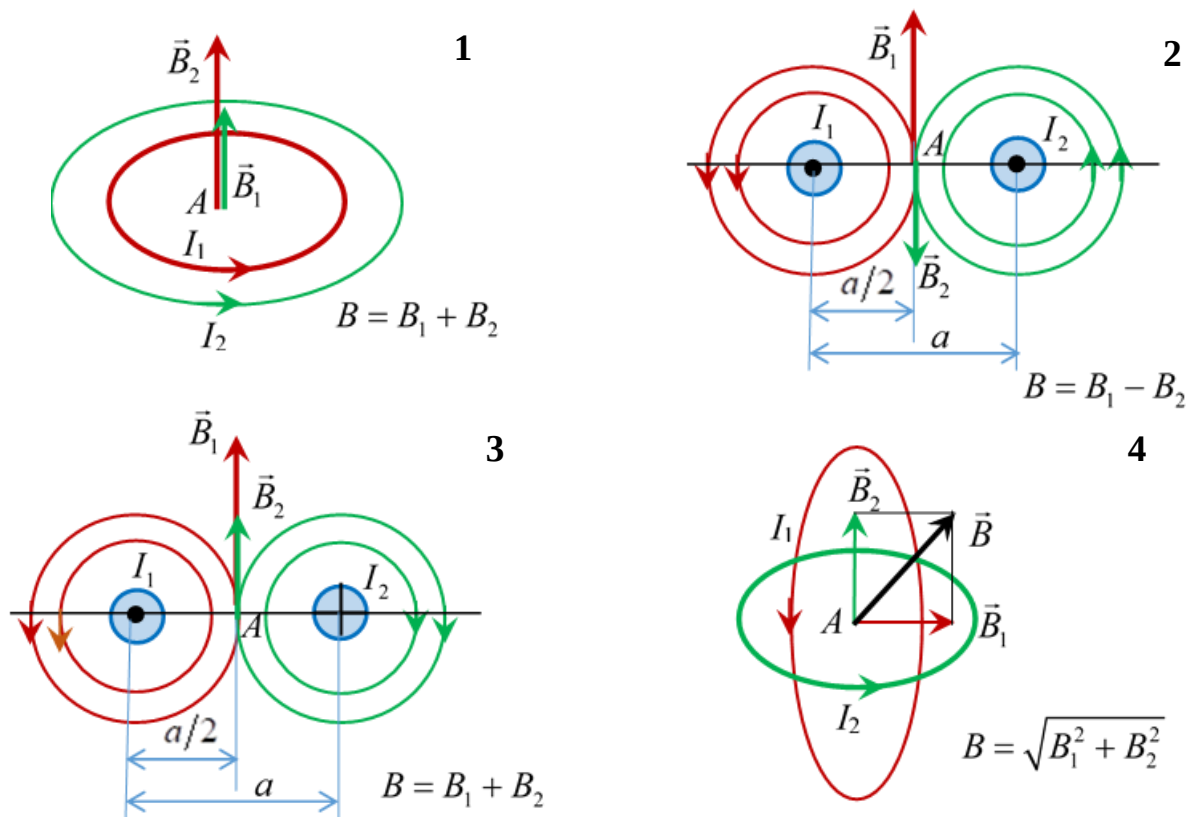
5.3. ЗАДАЧА

для самостійного розв'язування

По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам в одному напрямку течуть постійні струми силою $I_1 = 2 \text{ А}$ і $I_2 = 1 \text{ А}$. Відстань між провідниками $a = 2 \text{ см}$. Провідники знаходяться у вакуумі. Визначити магнітну індукцію $\vec{B}$ результуючого магнітного поля у точці A , яка знаходиться посередині між провідниками на лінії, перпендикулярній до провідників. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$.

РОЗВ'ЯЗОК

1. Виберіть рисунок, на якому зображені провідники, що розглядаються в задачі.



2. Визначте модуль магнітної індукції поля, що створюється у точці A струмом силою I_1 .

2.1. Виберіть формулу для розрахунку модуля магнітної індукції.

$B_1 = \mu\mu_0 H_1$	$H_1 = \frac{I_1}{2\pi r_1}$	$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{\pi a}$	$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i$
----------------------	------------------------------	---------------------------------	------------------------------------

2.2. Розрахуйте B_1 .

2.3. Вкажіть одиницю магнітної індукції.

Вб	А	Тл	А/м
----	---	----	-----

2.4. Виберіть правильну відповідь.

0,0004 мкТл	$2 \cdot 10^{-5}$ А/м	$4 \cdot 10^{-5}$ Тл	$2 \cdot 10^{-6}$ Вб
-------------	-----------------------	----------------------	----------------------

3. Визначте модуль магнітної індукції поля, що створюється у точці А струмом силою I_2 .

3.1. Виберіть формулу для розрахунку магнітної індукції.

$H_2 = \frac{I_2}{2\pi r_2}$	$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2r_2}$	$B_2 = \mu\mu_0 H_2$	$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{\pi a}$
------------------------------	--------------------------------	----------------------	---------------------------------

3.2. Розрахуйте B_2 .

3.3. Вкажіть одиницю магнітної індукції.

Вб	А	Тл	А/м
----	---	----	-----

3.4. Виберіть правильну відповідь.

0,00025 мкТл	$2 \cdot 10^{-5}$ Тл	$4 \cdot 10^{-5}$ Тл	$2 \cdot 10^{-5}$ Вб
--------------	----------------------	----------------------	----------------------

4. Визначте модуль магнітної індукції поля, що створюється у точці А струмами силою I_1 і I_2 .

4.1. Виберіть формулу для розрахунку.

$B = B_1 + B_2$	$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i$	$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$	$B = B_1 - B_2$
-----------------	------------------------------------	--------------------------	-----------------

4.2. Розрахуйте магнітну індукцію B .

4.3. Вкажіть одиницю магнітної індукції

Вб	А	Тл	А/м
----	---	----	-----

4.4. Виберіть правильну відповідь

0,00025 мкТл	$2 \cdot 10^{-5}$ Тл	$4 \cdot 10^{-5}$ Тл	$2 \cdot 10^{-5}$ Вб
--------------	----------------------	----------------------	----------------------

5. Запишіть відповідь.

5.4. РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ

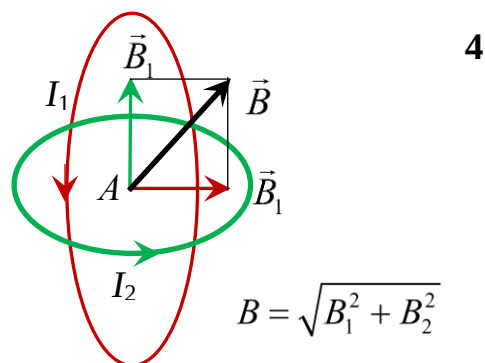
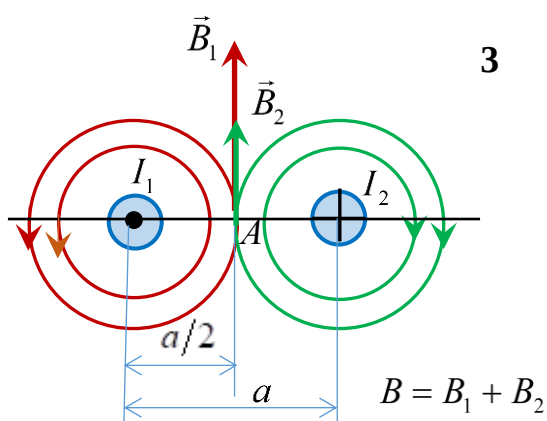
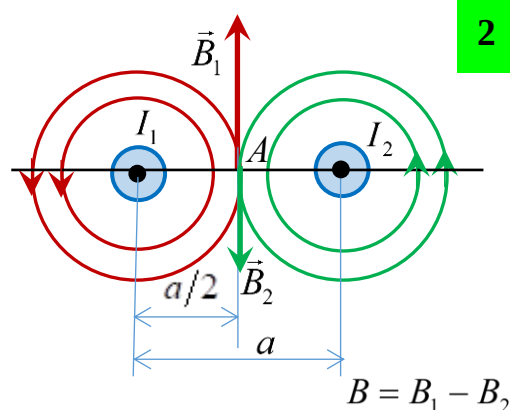
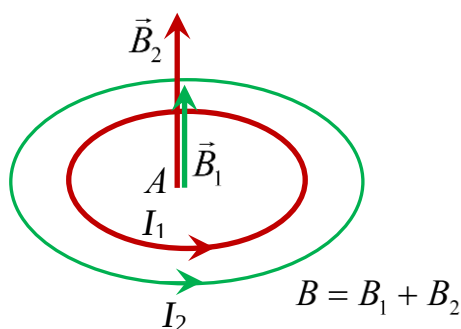
для самостійного розв'язування

По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам в одному напрямку течуть постійні струми силою $I_1 = 2\text{ А}$, $I_2 = 1\text{ А}$. Відстань між провідниками $a = 2\text{ см}$. Провідники знаходяться у вакуумі. Визначити магнітну індукцію $\vec{B}$ результуючого магнітного поля у точці A , яка знаходиться посередині між провідниками на лінії, перпендикулярній до провідників.

РОЗВ'ЯЗОК

(зеленим кольором позначені правильні відповіді)

1. Виберіть рисунок, на якому зображені провідники, що розглядаються в задачі



2. Визначте модуль магнітної індукції поля, що створюється у точці A струмом силою I_1 .

2.1. Виберіть формулу для розрахунку модуля магнітної індукції.

$B_1 = \mu\mu_0 H_1$	$H_1 = \frac{I_1}{2\pi r_1}$	$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{\pi a}$	$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i$
----------------------	------------------------------	---------------------------------	------------------------------------

2.2. Розрахуйте B_1 .

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{2\mu_0 I_1}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I_1}{\pi a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I_1}{\pi a} = \frac{4 \cdot 10^{-7} I_1}{a} = \frac{4 \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2 \cdot 10^{-2}} = 4 \cdot 10^{-5}$$

2.3. Вкажіть одиницю магнітної індукції.

Вб	А	Тл	А/м
----	---	----	-----

2.4. Виберіть правильну відповідь.

0,0004 мкТл	$2 \cdot 10^{-5}$ А/м	$4 \cdot 10^{-5}$ Тл	$2 \cdot 10^{-6}$ Вб
-------------	-----------------------	----------------------	----------------------

3. Визначте модуль магнітної індукції поля, що створюється у точці А струмом силою I_2 .

3.1. Виберіть формулу для розрахунку магнітної індукції.

$H_2 = \frac{I_2}{2\pi r_2}$	$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2r_2}$	$B_2 = \mu\mu_0 H_2$	$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{\pi a}$
------------------------------	--------------------------------	----------------------	---------------------------------

3.2. Розрахуйте B_2 .

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} = \frac{2\mu_0 I_2}{2\pi a} = \frac{\mu_0 I_2}{\pi a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I_2}{\pi a} = \frac{4 \cdot 10^{-7} I_2}{a} = \frac{4 \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-5}$$

3.3. Вкажіть одиницю магнітної індукції.

Вб	А	Тл	А/м
----	---	----	-----

3.4. Виберіть правильну відповідь.

0,00025 мкТл	$2 \cdot 10^{-5}$ Тл	$4 \cdot 10^{-5}$ Тл	$2 \cdot 10^{-5}$ Вб
--------------	----------------------	----------------------	----------------------

4. Визначте модуль магнітної індукції поля, що створюється у точці А струмами силою I_1 і I_2 .

4.1. Виберіть формулу для розрахунку.

$B = B_1 + B_2$	$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i$	$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$	$B = B_1 - B_2$
-----------------	------------------------------------	--------------------------	-----------------

4.2. Розрахуйте магнітну індукцію B .

$$B = B_1 - B_2 = 4 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-5} = 2 \cdot 10^{-5}.$$

4.3. Вкажіть одиницю магнітної індукції.

Вб	А	Тл	А/м
----	---	----	-----

4.4. Виберіть правильну відповідь.

0,00025 мкТл	$2 \cdot 10^{-5}$ Тл	$4 \cdot 10^{-5}$ Тл	$2 \cdot 10^{-5}$ Вб
--------------	----------------------	----------------------	----------------------

5. **Відповідь:** $B = 2 \cdot 10^{-5}$ Тл = 20 мкТл. Вектор $\vec{B}$ напрямлений у бік вектора $\vec{B}_1$.

5.5. ТЕСТИ

1. Вказати позначення магнітної сталої та її одиницю. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ψ	χ	μ_0	μ	$\vec{M}$	Тл	А/м	Гн/м	Вб	безрозмірна

2. Вказати позначення напруженості магнітного поля та її одиницю. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\vec{M}$	$\vec{B}$	$\vec{E}$	$\vec{H}$	Φ_m	$A \cdot m^2$	Тл	Вб	Гн	А/м

3. Вказати позначення магнітної індукції та її одиницю. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\vec{B}$	$\vec{E}$	$\vec{M}$	Φ_m	$\mathcal{E}_i$	А/м	Вб	Гн	$A \cdot m^2$	Тл

4. Вказати позначення сили струму та її одиницю. Відповідь надати як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
χ	I	μ_0	Ψ	Φ_m	безрозмірна	А	А/м	В/м	Гн/м

5. Завершити речення «Локальною силовою характеристикою магнітного поля є.....».

1	магнітний потік
2	сила Ампера
3	магнітна індукція
4	сила струму у провіднику
5	напруженість магнітного поля

6. Вказати визначення однорідного магнітного поля.

1	2	3	4	5
$\vec{v} = \text{const}$	$\vec{E} = \text{const}$	$\vec{B} = \text{const}$	$I = \text{const}$	$B = \text{const}$

7. Вказати формулу, яка пов'язує магнітну індукцію і напруженість магнітного поля у повітрі.

1	2	3	4	5
$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$	$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$	$B = \mu \mu_0 H$	$\vec{J} = \chi_m \vec{H}$	$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$

8. Завершити речення: «Силовa лінія магнітного поля – це.....».

1	вектор, який напрямлений від точки з більшим значенням магнітної індукції в точку з меншим значенням магнітної індукції
2	довільна лінія, що проведена у просторі, де існує магнітне поле
3	лінія, яка з'єднує точки магнітного поля з однаковою за модулем магнітною індукцією
4	лінія, в кожній точці якої магнітна індукція напрямлена вздовж дотичної до неї
5	лінія, яка з'єднує північний і південний полюси магніту

9. Завершити речення: «Силові лінії магнітного поля.....».

1	починаються на позитивному магнітному заряді і закінчуються на негативному магнітному заряді
2	починаються на північному полюсі магніту і закінчуються на південному полюсі магніту
3	починаються на південному полюсі магніту і закінчуються на північному полюсі магніту
4	замкнені
5	починаються на негативному магнітному заряді і закінчуються на позитивному магнітному заряді

10. Вказати формулу, яка відображає принцип суперпозиції магнітних полів.

1	2	3	4	5
$d\vec{F}_A = Id\vec{l} \times \vec{B}$	$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$	$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i$	$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)$

11. Вказати формулу, за якою визначається модуль магнітної індукції поля в центрі колового провідника з постійним струмом.

1	2	3	4	5
$H = \frac{I}{2R}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$	$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$	$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i$	$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

12. Вказати формулу, за якою визначається модуль магнітної індукції поля прямого провідника довжини l із постійним струмом силою I .

1	2	3	4	5
$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)$	$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i$	$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$	$d\vec{F}_A = Id\vec{l} \times \vec{B}$

13. Вказати формулу, за якою визначається модуль напруженості магнітного поля прямого нескінченного провідника з постійним струмом.

1	2	3	4	5
$\vec{H} = \sum_{i=1}^N \vec{H}_i$	$H = \frac{I}{2r}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$	$H = \frac{I}{2\pi r}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$

14. Вказати формулу, за якою визначається модуль напруженості магнітного поля у центрі колового провідника з постійним струмом.

1	2	3	4	5
$H = \frac{I}{2\pi R}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$	$H = \frac{I}{2R}$	$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$	$\vec{H} = \sum_{i=1}^N \vec{H}_i$

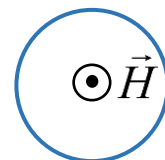
15. Вказати формулу, за якою визначається модуль магнітної індукції поля прямого нескінченного провідника з постійним струмом.

1	2	3	4	5
$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i$	$H = \frac{I}{2r}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$	$B = \mu_0 \mu n I$

16. Завершити речення: «Якщо силу струму в провіднику збільшити, тоді.....».

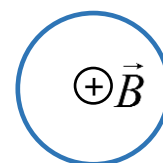
1	з'явиться магнітне поле
2	зникне магнітне поле
3	магнітна індукція змінить свій напрямок
4	магнітна індукція збільшиться
5	напруженість магнітного поля зменшиться

17. На рисунку показано напрямок напруженості магнітного поля в центрі колового контуру з постійним струмом. Визначити напрямок струму в контурі.



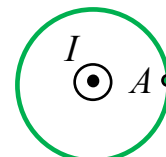
1	2	3
за годинниковою стрілкою	проти годинникової стрілки	правильна відповідь відсутня

18. На рисунку показано напрямок магнітної індукції магнітного поля в центрі колового контуру з постійним струмом. Визначити напрямок струму в контурі.



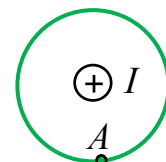
1	2	3
за годинниковою стрілкою	проти годинникової стрілки	правильна відповідь відсутня

19. На рисунку показано напрямок струму в нескінченному прямому провіднику з постійним струмом, який розташований перпендикулярно до аркушу, і силова лінія магнітного поля. Визначити напрямок магнітної індукції поля в точці A .



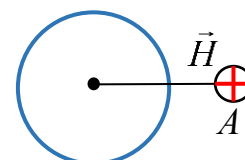
1	2	3	4	5
за годинниковою стрілкою	проти годинникової стрілки	в екран, «від нас»	з екрану «до нас»	правильна відповідь відсутня

20. На рисунку показано напрямок струму в нескінченному прямому провіднику з постійним струмом, який розташований перпендикулярно до аркушу, і силова лінія магнітного поля. Визначити напрямок напруженості магнітного поля в точці A .



1	2	3	4	5
за годинниковою стрілкою	проти годинникової стрілки	в екран, «від нас»	з екрану «до нас»	правильна відповідь відсутня

21. На рисунку показано напрямок напруженості магнітного поля колового контуру з постійним струмом в точці A . Визначити напрямок струму в контурі.



1	2	3
за годинниковою стрілкою	проти годинникової стрілки	правильна відповідь відсутня

22. Завершити речення: «Для визначення напрямку магнітної індукції за відомим напрямком струму, що створює магнітне поле, використовують.....».

1	2	3	4	5
правило правого свердлика	правило лівої руки	правило Ленца	правило Кірхгофа	правильна відповідь відсутня

23. Визначити напруженість магнітного поля нескінченного прямого провідника з постійним струмом силою 2π А на відстані 1 м від нього. Відповідь надати в одиницях СІ.

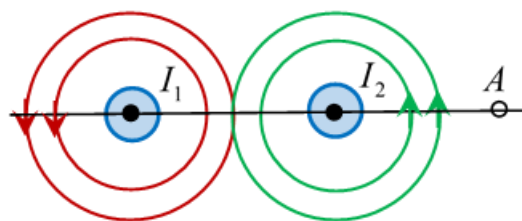
24. Визначити магнітну індукцію магнітного поля нескінченного прямого провідника з постійним струмом силою 5 А на відстані 50 см від нього. Відповідь надати в мкТл.

25. Чому дорівнює напруженість магнітного поля в центрі колового витка зі струмом, якщо радіус витка становить 5 см, а сила струму – 3 А? Відповідь надати в одиницях СІ.

26. Як і у скільки разів відрізняється напруженість магнітного поля нескінченного прямого провідника на відстані 2 см від напруженості магнітного поля на відстані 6 см від нього?

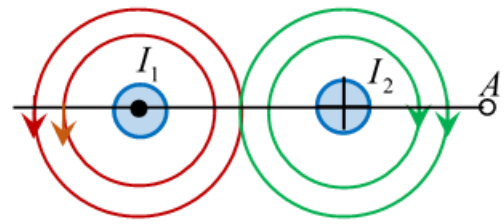
1	2	3	4	5
більша у 3 рази	більша у 12 разів	менша у 6 разів	однакова	менша у 3 рази

27. На рисунку зображені паралельні нескінченні прямі провідники з постійними струмами. Вказати формулу, за якою визначається модуль магнітної індукції в точці А.



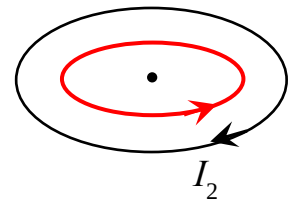
1	2	3	4
$B = 0$	$B = B_1 - B_2$	$B = B_1 + B_2$	$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$

28. На рисунку зображені паралельні нескінченні прямі провідники з постійними струмами. Вказати формулу, за якою визначається модуль магнітної індукції в точці A .



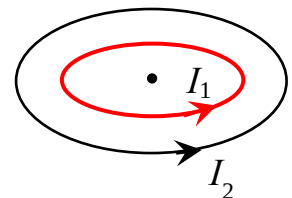
1	2	3	4
$B = B_1 + B_2$	$B = B_1 - B_2$	$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$	$B = 0$

29. На рисунку зображені концентричні колові контури з постійними струмами силою $I_1 = 2 \text{ А}$ і $I_2 = 4 \text{ А}$, які розташовані в одній площині. Радіуси кілець $R_1 = 2 \text{ см}$ і $R_2 = 8 \text{ см}$ відповідно. За якою формулою визначається модуль напруженості магнітного поля у центрі кілець. Вказати напрямок результуючої напруженості магнітного поля.



1	2	3	4	5
$H = H_1 + H_2$ вгору	$H = H_1 + H_2$ вниз	$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$ вгору	$H = H_1 - H_2$ вниз	$H = H_1 - H_2$ вгору

30. На рисунку зображені концентричні колові контури з постійними струмами силою $I_1 = 4 \text{ А}$ і $I_2 = 5 \text{ А}$. Радіуси кілець $R_1 = 8 \text{ см}$ і $R_2 = 10 \text{ см}$ відповідно. За якою формулою визначається модуль магнітної індукції поля у центрі кілець. Вказати напрямок результуючої магнітної індукції поля.



1	2	3	4	5
$B = B_1 + B_2$ вгору	$B = B_1 + B_2$ вниз	$B = B_1 - B_2$ вгору	$B = B_1 - B_2$ вниз	правильна відповідь відсутня

Відповіді:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3, 8	4, 10	1, 10	2, 7	3	3	2	4	4	4	5	1	4	3	4
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
4	2	1	2	1	2	1	1	2	30	1	3	2	5	1

5.5. ЗАДАЧІ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1. По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам в одному напрямку течуть постійні струми силою $I_1 = 4$ А, $I_2 = 4$ А. Відстань між провідниками $l = 4$ см. Провідники знаходяться у вакуумі. Визначити магнітну індукцію B поля у точці M , яка знаходиться на відстані $a = 4$ см від другого провідника на лінії, перпендикулярній до провідників. Точка M знаходиться поза системою провідників.

Відповідь: $B = 30$ мкТл.

2. По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам у протилежних напрямках течуть постійні струми силою $I_1 = 1,7$ А, $I_2 = 1,4$ А. Відстань між провідниками $a = 20$ см. Провідники знаходяться у вакуумі. Визначити напруженість H магнітного поля у точці M , яка знаходиться посередині між провідниками на лінії, перпендикулярній до провідників.

Відповідь: $H = 4,9$ А/м.

3. По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам в одному напрямку течуть постійні струми силою $I_1 = 4$ А, $I_2 = 11,4$ А. Відстань між провідниками $a = 12$ см. Провідники знаходяться у повітрі. Визначити напруженість H магнітного поля у точці M , яка знаходиться на відстані $d = 2$ см від першого провідника на лінії, перпендикулярній до провідників. Точка M знаходиться між провідниками.

Відповідь: $H = 13,7$ А/м.

4. По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам у протилежних напрямках течуть постійні струми силою $I_1 = 43,9$ А, $I_2 = 25$ А. Відстань між провідниками $a = 5$ см. Провідники знаходяться у вакуумі. Визначити напруженість H магнітного поля у точці M , яка знаходиться на відстані $d = 5$ см від першого провідника на лінії, перпендикулярній до провідників. Точка M знаходиться поза системою провідників.

Відповідь: $H = 100$ А/м.

5. По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам в одному напрямку течуть постійні струми силою $I_1 = 6 \text{ А}$, $I_2 = 6 \text{ А}$. Відстань між провідниками $a = 8 \text{ см}$. Провідники знаходяться у повітрі. Визначити магнітну індукцію B поля у точці A , яка знаходиться на відстані $d = 4 \text{ см}$ від другого провідника на лінії, перпендикулярній до провідників. Точка A знаходиться поза системою провідників.

Відповідь: $B = 40 \text{ мкТл}$.

6. По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам в одному напрямку течуть постійні струми силою $I_1 = 5 \text{ мА}$, $I_2 = 15 \text{ мА}$. Відстань між провідниками $a = 10 \text{ см}$. Провідники знаходяться у вакуумі. На якій відстані від першого провідника знаходиться точка M , в якій магнітна індукція B поля дорівнює нулю?

Відповідь: $x = 25 \text{ мм}$.

7. По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам в одному напрямку течуть постійні струми силою $I_1 = 1 \text{ А}$, $I_2 = 3 \text{ А}$. Відстань між провідниками $l = 4 \text{ см}$. Провідники знаходяться у повітрі. На якій відстані від другого провідника знаходиться точка M , в якій напруженість H магнітного поля дорівнює нулю?

Відповідь: $x = 3 \text{ см}$.

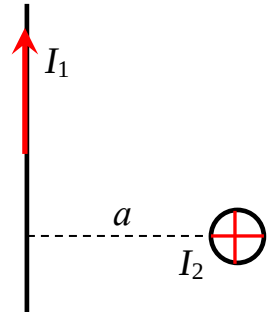
8. По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам у протилежних напрямках течуть постійні струми силою $I_1 = 3 \text{ мА}$, $I_2 = 6 \text{ мА}$. Відстань між провідниками $l = 6 \text{ см}$. Провідники знаходяться у повітрі. На якій відстані від першого провідника знаходиться точка M , в якій напруженість H магнітного поля дорівнює нулю?

Відповідь: $x = 6 \text{ см}$.

9. По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам у протилежних напрямках течуть постійні струми силою $I_1 = 15 \text{ мкА}$, $I_2 = 10 \text{ мкА}$. Відстань між провідниками $l = 10 \text{ см}$. Провідники знаходяться у повітрі. На якій відстані від другого провідника знаходиться точка M , в якій магнітна індукція B поля дорівнює нулю?

Відповідь: $x = 20 \text{ см}$.

10. Два прямих нескінченно довгих провідники розташовані перпендикулярно один до одного і знаходяться у взаємно перпендикулярних площинах. По провідникам течуть постійні струми силою $I_1 = 4$ А, $I_2 = 6$ А. Відстань між провідниками $a = 3$ см. Визначити магнітну індукцію B поля у точці M , яка знаходиться на відстані 1 см від провідника з струмом силою I_1 і на відстані 2 см від провідника з струмом силою I_2 . Система провідників знаходиться у вакуумі.



Відповідь: $B = 100$ мкТл.

11. Два колових контури з постійними струмами розташовані в одній площині так, що їхні центри співпадають. Сила струмів у контурах $I_1 = 5$ А, $I_2 = 10$ А; радіуси контурів $R_1 = \pi$ см, $R_2 = 2\pi$ см відповідно. Струми мають один напрямок. Контури знаходяться у вакуумі. Визначити магнітну індукцію B поля у центрі кілець.

Відповідь: $B = 200$ мкТл.

12. Два колових контури з постійними струмами розташовані в одній площині так, що їхні центри співпадають. Сила струмів у контурах $I_1 = 5$ А, $I_2 = 10$ А; радіуси контурів $R_1 = \pi$ см, $R_2 = 2\pi$ см відповідно. Напрямки струмів протилежні. Контури знаходяться у повітрі. Визначити магнітну індукцію B поля у центрі кілець.

Відповідь: $B = 0$ Тл.

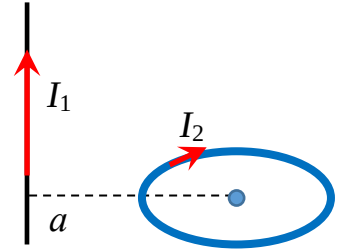
13. Два колових контури з постійними струмами розташовані у взаємно перпендикулярних площинах так, що їхні центри співпадають. Сила струмів у контурах $I_1 = 4$ А, $I_2 = 8$ А; радіуси контурів $R_1 = \sqrt{2}$ см, $R_2 = 2\sqrt{2}$ см відповідно. Контури знаходяться у повітрі. Визначити напруженість H магнітного поля у центрі кілець.

Відповідь: $H = 200$ А/м.

14. По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам у протилежних напрямках течуть струми силою $I_1 = 8$ А, $I_2 = 4$ А. Відстань між провідниками $a = 10$ см. Провідники знаходяться у вакуумі. Визначити магнітну індукцію B поля у точці A , яка знаходиться посередині між провідниками на лінії, перпендикулярній до провідників.

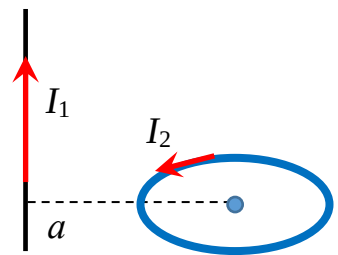
Відповідь: $B = 48$ мкТл.

15. Коловий контур із постійним струмом розташований перпендикулярно до прямого нескінченно довгого провідника з постійним струмом. Радіус контуру $R = 1$ см. Сила струмів $I_1 = 9\pi$ А, $I_2 = 4$ А. Відстань від провідника до центру кільця $a = 3$ см. Система провідників знаходиться у вакуумі. Визначити напруженість H магнітного поля у центрі кільця для напрямків струмів, що задані на рисунку.



Відповідь: $H = 250$ А/м.

16. Коловий контур із постійним струмом розташований перпендикулярно до прямого нескінченно довгого провідника з постійним струмом. Радіус контуру $R = 1$ см. Сила струмів $I_1 = 9\pi$ А, $I_2 = 4$ А. Відстань від провідника до центру кільця $a = 3$ см. Система провідників знаходиться у вакуумі. Визначити магнітну індукцію B у центрі кільця для напрямків струмів, що задані на рисунку.



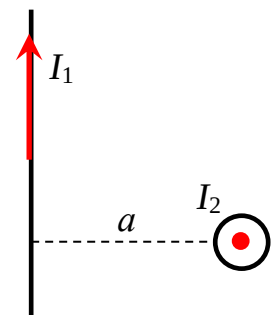
Відповідь надати у вигляді $\frac{B}{\pi}$.

Відповідь: $\frac{B}{\pi} = 100$ мкТл.

17. По двом прямим нескінченно довгим паралельним провідникам у протилежних напрямках течуть постійні струми силою $I_1 = 4$ мА, $I_2 = 6$ мА. Відстань між провідниками $l = 2$ см. Провідники знаходяться у вакуумі. Визначити магнітну індукцію B поля у точці M , яка знаходиться на відстані $a = 4$ см від першого провідника на лінії, перпендикулярній до провідників. Точка M знаходиться поза системою провідників.

Відповідь: $B = 0$.

18. Два прямих нескінченно довгих провідники розташовані перпендикулярно один до одного і знаходяться у взаємно перпендикулярних площинах. По провідникам течуть постійні струми силою $I_1 = 1$ А, $I_2 = 3$ А. Відстань між провідниками $a = 5$ см. Визначити магнітну індукцію B поля у точці M , яка знаходиться на відстані 2 см від провідника

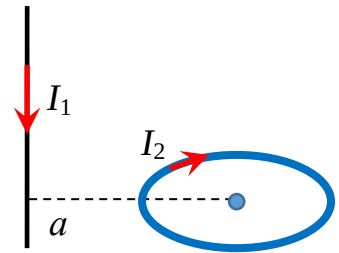


з струмом I_1 і на відстані 3 см від провідника з струмом I_2 . Система провідників знаходиться у вакуумі.

Відповідь: $B = 22,4$ мкТл.

19. Коловий контур із постійним струмом розташований перпендикулярно до прямого нескінченно довгого провідника з постійним струмом. Радіус контуру

$R = 2$ см. Сила струмів $I_1 = 10\pi$ А, $I_2 = 8$ А. Відстань від провідника до центру кільця $a = 5$ см. Система провідників знаходиться у вакуумі. Визначити напруженість H магнітного поля у центрі кільця для напрямків струмів, що задані на рисунку.



Відповідь: $H = 224$ А/м.

20. Два колових контури з постійними струмами розташовані у взаємно перпендикулярних площинах так, що їхні центри співпадають. Сила струмів у контурах $I_1 = 10$ А, $I_2 = 20$ А; радіуси контурів $R_1 = 4$ см, $R_2 = 8$ см відповідно. Контури знаходяться у повітрі. Визначити напруженість H магнітного поля у центрі кілець.

Відповідь: $H = 177$ А/м.

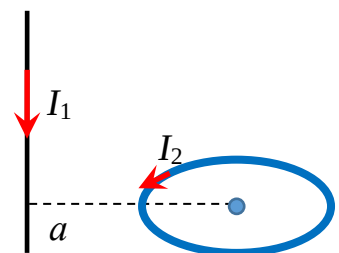
21. По обмоткам довгого двошарового соленоїда без осердя в одному напрямку течуть струми силою $I_1 = 2$ А і $I_2 = 3$ А. Діаметри проводів обмоток $d_1 = 1$ мм і $d_2 = 1,5$ мм. Визначити напруженість H магнітного поля в соленоїді.

Відповідь: $H = 4$ кА/м.

22. По обмоткам довгого двошарового соленоїда з феромагнітним осердям ($\mu = 1200$) у протилежних напрямках течуть струми силою $I_1 = 2$ А і $I_2 = 3$ А. Радіуси дротів обмоток $r_1 = 1$ мм і $r_2 = 1,5$ мм. Визначити магнітну індукцію B поля в соленоїді. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Відповідь: $B = 0$.

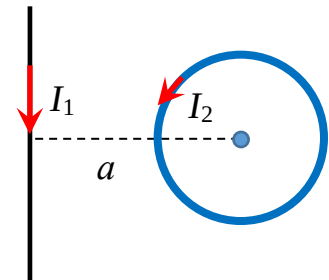
23. Коловий контур із постійним струмом розташований перпендикулярно до прямого нескінченно довгого провідника з постійним струмом. Радіус контуру $R = 4$ см. Сила струмів $I_1 = 8\pi$ А, $I_2 = 4$ А. Відстань від провідника до центру кільця $a = 10$ см. Система провідників знаходиться у вакуумі. Визначити



напруженість H магнітного поля у центрі кільця для напрямків струмів, що задані на рисунку.

Відповідь: $H = 64$ А/м.

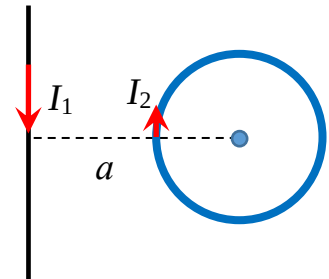
24. Коловий контур із постійним струмом розташований в одній площині з прямим нескінченно довгим провідником із постійним струмом. Радіус контуру $R = 4$ см. Сила струмів $I_1 = 8\pi$ А, $I_2 = 4$ А. Відстань від провідника до центру кільця $a = 10$ см.



Система провідників знаходиться у вакуумі. Визначити напруженість H магнітного поля у центрі кільця для напрямків струмів, що задані на рисунку.

Відповідь: $H = 90$ А/м.

25. Коловий контур із постійним струмом розташований в одній площині з прямим нескінченно довгим провідником із постійним струмом. Радіус контуру $R = 4$ см. Сила струмів $I_1 = 16\pi$ А, $I_2 = 4$ А. Відстань від провідника до центру кільця $a = 16$ см.



Система провідників знаходиться у вакуумі. Визначити магнітну індукцію B поля у центрі кільця для напрямків струмів, що задані на рисунку.

Відповідь: $B = 0$.

ТЕМА 6: ДОДАВАННЯ МЕХАНІЧНИХ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ОДНАКОВОЇ ЧАСТОТИ

6.1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1. **Механічне коливання** – це рух, під час якого положення (координати) матеріальної точки або тіла в просторі повторюються через певні проміжки часу.

Якщо коливання відбуваються лише за рахунок первинного одноразового впливу (тіло вивели з положення рівноваги поштовхом або відхиленням), тоді вони називаються **вільними (власними) коливаннями**. Найпростішими коливаннями є **гармонічні** – коливання, в яких зміна координати тіла з часом відбувається за законом синуса або косинуса. Вивчення цих коливань обумовлене тим, що коливання, які зустрічаються в природі та техніці можна за певних умов вважати гармонічними або представляти їх сумою (суперпозицією) гармонічних коливань у вигляді ряду Фур'є.

2. Нехай матеріальна точка здійснює гармонічні коливання вздовж осі OX навколо положення рівноваги, яке вважатимемо початком системи координат. Тоді залежність координати x від часу (рис. 6.1) описується **рівнянням гармонічних коливань**

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (6.1)$$

де x – зміщення точки від положення рівноваги (у СІ $[x] = \text{м}$ (метр), $\dim x = M^0 L^1 T^0$); A – **амплітуда коливань** – фізична величина, яка дорівнює модулю максимального зміщення точки (одиниця амплітуди в СІ співпадає з одиницею зміщення); ω_0 – **циклічна частота** гармонічних коливань (у СІ

$[\omega_0] = \frac{\text{рад}}{\text{с}} = \text{с}^{-1}$, $\dim \omega_0 = T^{-1}$); $\varphi = (\omega_0 t + \varphi_0)$ – **фаза коливань** – фізична величина, яка сумісно з амплітудою коливань визначає зміщення точки в будь-який момент часу під час коливального руху (у СІ $[\varphi] = \text{рад}$, $\dim \varphi = M^0 L^0 T^0$); φ_0 – **початкова фаза** (значення фази коливань в момент часу $t = 0$) (у СІ $[\varphi_0] = \text{рад}$, $\dim \varphi_0 = M^0 L^0 T^0$).

3. **Інтервал часу T** , за який тіло робить одне повне коливання називається **періодом коливань**. Період коливань пов'язаний з циклічною частотою

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (6.2)$$

У СІ $[T] = \text{с}$, $\dim T = M^0 L^0 T^1$.

4. Частота коливань ν – кількість повних коливань точки (тіла) за одиницю часу

$$\nu = \frac{t}{N} = \frac{1}{T}, \quad (6.3)$$

де N – кількість коливань, які виконує точка за час t .

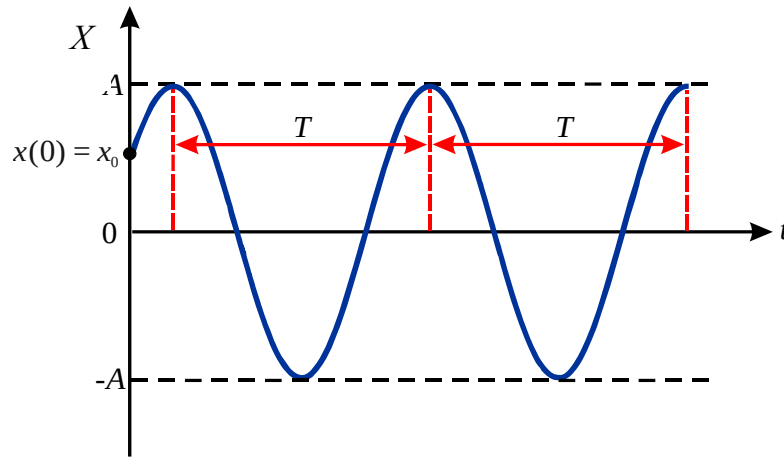


Рисунок 6.1

Порівнявши (6.2) та (6.3) маємо

$$\omega_0 = 2\pi\nu. \quad (6.4)$$

Отже, циклічна частота визначає кількість коливань тіла за 2π секунд.

У СІ $[\nu] = \text{Гц (герц)} = \text{с}^{-1}$, $\dim \nu = M^0 L^0 T^{-1}$.

5. Матеріальна точка одночасно може брати участь в декількох коливальних процесах. Зокрема, коливання можуть мати однакову частоту і однаковий напрямок. Тоді миттєве значення зміщення точки є алгебраїчною сумою миттєвих зміщень, обумовлених окремими коливаннями. Наприклад, пружинний маятник закріплено на підставці Π , яка також може здійснювати коливання (рис. 6.2). При збудженні вертикальних гармонічних коливань підставки і маятника рух точки вздовж осі X буде суперпозицією двох коливань одного напрямку. Нехай ці **гармонічні коливання одного напрямку відбуваються з однаковою частотою ω_0**

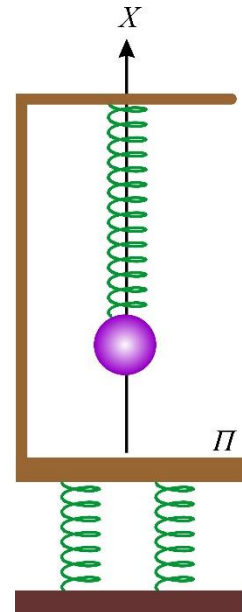


Рисунок 6.2

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}), \quad x_2(t) = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}). \quad (6.5)$$

Для додавання коливань використаємо **метод векторних**

амплітуд – представимо обидва гармонічні коливання за допомогою векторів $\vec{A}_1$ та $\vec{A}_2$. Довжина векторів дорівнює відповідній амплітуді коливань. Вектори утворюють в початковий момент часу кути φ_{01} та φ_{02} , з віссю X (рис. 6.3) і обертаються проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю ω_0 . Тоді результуюче коливання тіла $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ буде визначатися вектором $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$. Оскільки вектори $\vec{A}_1$, $\vec{A}_2$ та $\vec{A}$ обертаються навколо початку координат з однаковою кутовою швидкістю ω_0 , то їх взаємне розташування зберігається з часом.

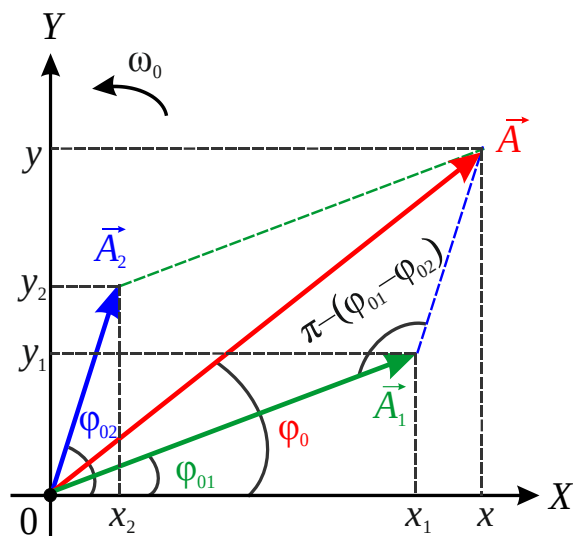


Рисунок 6.3

Отже, при додаванні коливань однакового напрямку **отримуємо коливання**, яке відбувається **в тому ж напрямку з тією ж частотою та за тим самим законом**

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.6)$$

За теоремою косинусів визначимо **амплітуду результуючого коливання A** (див. рис. 6.3)

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos[\pi - (\varphi_{02} - \varphi_{01})] = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}),$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}. \quad (6.7)$$

З виразу (6.7) виходить, що **амплітуда результуючого коливання залежить від різниці фаз** коливань ($\Delta\varphi_0 = \varphi_{02} - \varphi_{01}$), які додаються. Розглянемо деякі окремі випадки:

а) $\Delta\varphi_0 = \pm 2\pi n$, де $n = 0, 1, 2, \dots \Rightarrow \cos \Delta\varphi_0 = 1$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2} = \sqrt{(A_1 + A_2)^2} = A_1 + A_2; \quad (6.8)$$

б) $\Delta\varphi_0 = \pm (2n+1)\pi$, де $n = 0, 1, 2, \dots \Rightarrow \cos \Delta\varphi_0 = -1$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2} = \sqrt{(A_1 - A_2)^2} = |A_1 - A_2|; \quad (6.9)$$

в) $\Delta\varphi_0 = \pm (2n+1)\frac{\pi}{2}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) $\Rightarrow \cos \Delta\varphi_0 = 0$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}. \quad (6.10)$$

Отже, амплітуда результуючого коливання максимальна, коли коливання $x_1(t)$ та $x_2(t)$ відбуваються у фазі ($\Delta\varphi_0 = \pm 2\pi n$) і мінімальна – у випадку протифазних коливань ($\Delta\varphi_0 = \pm (2n + 1)\pi$).

Для визначення початкової фази результуючого коливання, скористаємося побудовою на рис. 6.3 та врахуємо, що проекція суми векторів на будь-яку вісь дорівнює сумі проекцій векторів, які додаються

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{y}{x} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2}. \quad (6.11)$$

Проекції векторів $\vec{A}_1$ та $\vec{A}_2$ на осі координат в виразі (6.11), за означенням дорівнюють (див. рис. 6.3)

$$y_1 = A_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{01}\right) = A_1 \sin \varphi_{01}, \quad y_2 = A_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{02}\right) = A_2 \sin \varphi_{02},$$

$$x_1 = A_1 \cos \varphi_{01}, \quad x_2 = A_2 \cos \varphi_{02}.$$

Підставивши ці проекції до (6.11), отримаємо **початкову фазу φ_0 результуючого коливання**

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg}\left(\frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}\right). \quad (6.12)$$

При **додаванні двох гармонічних коливань одного напрямку з різними частотами** отримаємо негармонічне коливання зі змінною з часом амплітудою і початковою фазою, оскільки вектори $\vec{A}_1$ та $\vec{A}_2$ обертаються з різними кутовими швидкостями. Якщо ці коливання мало відрізняються за частотою, тоді результатом їх додавання буде **гармонічне коливання з пульсуючою амплітудою – биття**.

7. Матеріальна точка може одночасно брати участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях однакової частоти. Тоді результуюче зміщення точки дорівнює геометричній сумі незалежних зміщень, які вона отримує в кожному коливальному русі окремо. Задача полягає у визначенні траєкторії, яку описує матеріальна точка. Фізичною моделлю таких коливань може бути матеріальна точка (M), яка закріплена на взаємно перпендикулярних однакових невагомих пружинах (рис. 6.4) і здатна рухатися лише в площині XU . Якщо матеріальну точку довільно відхилити від положення рівноваги, то вона буде рухатися по еліптичній траєкторії. Оскільки пружини

однакові, то цей рух буде обумовлений суперпозицією двох гармонічних коливань однакової частоти, які здійснює матеріальна точка M вздовж осей X та Y

$$\begin{aligned} x(t) &= A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}), \\ y(t) &= A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}), \end{aligned} \quad (6.13)$$

де $x(t), y(t)$ – координати матеріальної точки.

Для знаходження траєкторії точки $y(x)$ необхідно виключити параметр t з рівнянь (6.13).

Тоді остаточне рівняння траєкторії буде

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (6.14)$$

Рівняння (6.14) є **рівнянням еліпса**, осі якого повернуті відносно осей X та Y (рис. 6.5) на кут, який залежить від різниці фаз $\Delta\varphi_0 = \varphi_{02} - \varphi_{01}$ взаємно перпендикулярних коливань.

Визначимо форму траєкторії результуючого руху для деяких окремих випадків

а) $\Delta\varphi_0 = \pm 2\pi n$, де $n = 0, 1, 2, \dots \Rightarrow \cos \Delta\varphi_0 = 1$, $\sin^2 \Delta\varphi_0 = 0$, тоді з виразу (6.14) отримаємо

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0, \text{ або } \left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} \right)^2 = 0.$$

Траєкторією руху точки буде **пряма**, розташована в I та III чвертях координатної площини (рис. 6.6 а)

$$y = \frac{A_2}{A_1} x. \quad (6.15)$$

б) $\Delta\varphi_0 = \pm(2n+1)\pi$, де $n = 0, 1, 2, \dots$

$\Rightarrow \cos \Delta\varphi_0 = -1$, $\sin^2 \Delta\varphi_0 = 0$, тоді рівняння (6.14) набуває вигляду

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} + \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0, \text{ або } \left(\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} \right)^2 = 0,$$

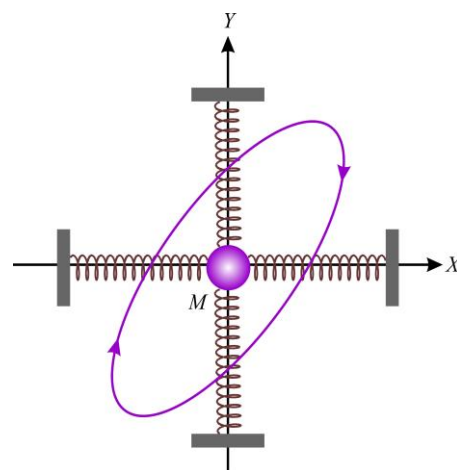


Рисунок 6.4

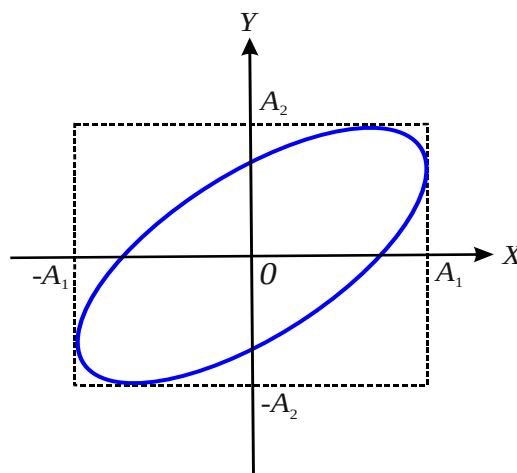


Рисунок 6.5

звідки отримаємо, що результуючий рух точки відбувається вздовж прямої, розташованій в II та IV чвертях координатної площини (рис. 6.6 б)

$$y = -\frac{A_2}{A_1} x. \quad (6.16)$$

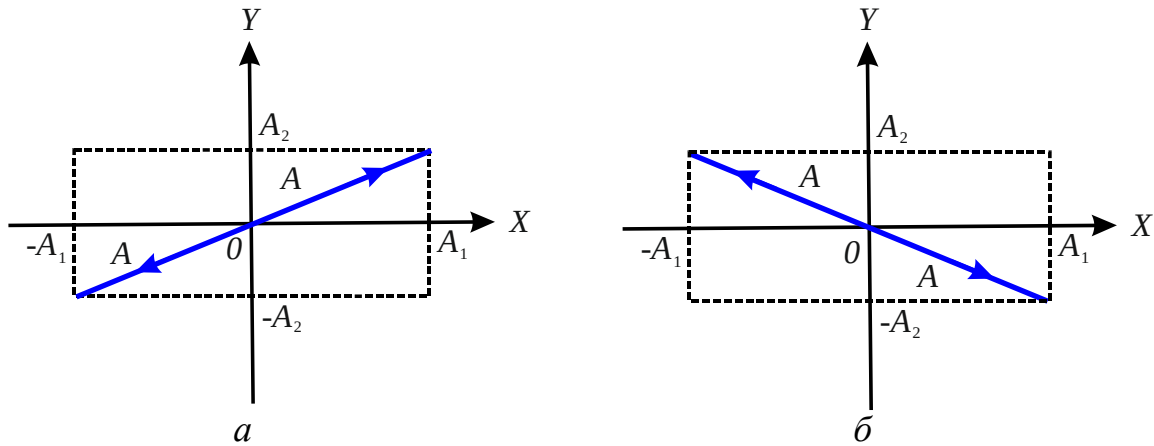


Рисунок 6.6

в) $\Delta\varphi_0 = \pm(2n+1)\frac{\pi}{2}$, де $n=0,1,2,\dots \Rightarrow \cos\Delta\varphi_0=0, \sin^2\Delta\varphi_0=1$. У цьому випадку рівняння (6.14) переходить в [рівняння еліпса, приведенного до координатних осей](#) (рис. 6.7)

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1, \quad (6.17)$$

півосі якого дорівнюють амплітудам взаємно перпендикулярних коливань.

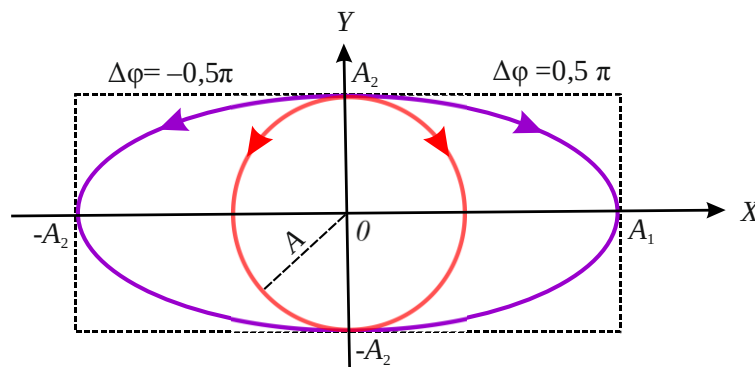


Рисунок 6.7

Якщо [амплітуди взаємно перпендикулярних коливань однакові](#) $A_1 = A_2 = A$, тоді [траєкторією точки буде коло](#) радіусом A (див. рис. 6.7)

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{A^2} = 1^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = A^2. \quad (6.18)$$

Різниця фаз коливань також визначає напрямок руху точки по еліпсу або по колу. Якщо $0 < \Delta\varphi < \pi$, то матеріальна точка M рухається в напрямку руху годинникової стрілки, а коли $\pi < \Delta\varphi < 2\pi$ – проти руху годинникової стрілки (див. рис. 6.7).

8. Коли частоти взаємно перпендикулярних коливань неоднакові, тоді траєкторії точки мають вигляд досить складних фігур, які називаються фігурами Ліссажу.

6.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

Тіло одночасно бере участь у гармонічних коливаннях одного напрямку, заданих рівняннями: $x_1(t) = 3\sin(2\pi t - \pi)$ см та $x_2(t) = 4\sin(2\pi t)$ см. Напишіть рівняння результуючого коливання тіла.

АНАЛІЗ

З умови задачі бачимо, що тіло бере одночасно участь у двох гармонічних коливаннях однакового напрямку (вздовж осі X): $x_1(t)$ та $x_2(t)$, які відбуваються з однаковою частотою ω_0 . Запишемо рівняння цих коливань в загальному вигляді

$$x_1(t) = A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_{01}); \quad x_2(t) = A_2 \sin(\omega_0 t + \varphi_{02}), \quad (1)$$

де A_1, φ_{01} – амплітуда та початкова фаза коливання $x_1(t)$; A_2, φ_{02} – амплітуда та початкова фаза коливання $x_2(t)$.

Оскільки миттєве результуюче зміщення дорівнює алгебраїчній сумі миттєвих зміщень, які тіло отримує в кожному коливальному русі, то коливання, яке буде сумою коливань (1), теж буде гармонічним з частотою ω_0 та відбуватиметься в тому ж напрямку

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2)$$

де A, φ_0 – амплітуда і початкова фаза результуючого коливання

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}, \quad (3)$$

$$\varphi_0 = \arctg \left(\frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}} \right). \quad (4)$$

Зауважимо, що для використання формул (3) та (4), необхідно, щоб коливання, які додаються, описувались однаковими тригонометричними функціями. Якщо, відповідно до умов задачі, гармонічні коливання $x_1(t)$ та $x_2(t)$ описуються різними тригонометричними функціями, то за допомогою тригонометричних формул приведення необхідно привести їх до однакового вигляду – записати рівняння коливань, використовуючи тільки синус або тільки косинус.

Перевіримо формулу (3):

$$[A] = \text{м}, [A_1] = \text{м}, [A_2] = \text{м}, [\varphi_{01}] = 1, [\varphi_{02}] = 1.$$

$$\left[\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})} \right] = \sqrt{\text{м}^2 + \text{м}^2 + \text{м} \cdot \text{м}} = \sqrt{\text{м}^2} = \text{м}.$$

Перевіримо формулу (4):

$$[\varphi_0] = \text{рад}, [A_1] = \text{м}, [A_2] = \text{м}, [\varphi_{01}] = \text{рад}, [\varphi_{02}] = \text{рад}.$$

$$\left[\arctg \left(\frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}} \right) \right] = \arctg \left(\frac{\text{м} \cdot 1 + \text{м} \cdot 1}{\text{м} \cdot 1 + \text{м} \cdot 1} \right) = \text{рад}.$$

Дано:

$$x_1(t) = 3 \sin(2\pi t + \pi), \text{ см}$$

$$x_2(t) = 4 \sin(2\pi t), \text{ см}$$

$$x(t) = ?$$

Розв'язок:

Із заданих в умові задачі рівнянь визначимо:

$$A_1 = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}, A_2 = 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$\omega_0 = 2\pi \text{ рад}, \varphi_{01} = \pi, \varphi_{02} = 0.$$

$$A = \sqrt{(3 \cdot 10^{-2})^2 + (4 \cdot 10^{-2})^2 + 2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cos(-\pi)} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 1 \text{ см}.$$

$$\varphi_0 = \arctg \left(\frac{3 \cdot 10^{-2} \sin(\pi) + 4 \cdot 10^{-2} \sin 0}{3 \cdot 10^{-2} \cos(\pi) + 4 \cdot 10^{-2} \cos 0} \right) = 0.$$

Запишемо рівняння результуючого коливання:

$$x(t) = \sin(2\pi t) \text{ см}.$$

Відповідь:

$$x(t) = \sin(2\pi t) \text{ см}.$$

ЗАДАЧА 2

Матеріальна точка одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях однакової частоти. Амплітуди коливань $A_1 = 10$ см і $A_2 = 5$ см. Запишіть рівняння траєкторії матеріальної точки, якщо різниця фаз цих коливань: 1) $\Delta\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$; 2) $\Delta\varphi_0 = \pi$.

АНАЛІЗ

За умовою задачі матеріальна точка бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях однакової частоти ω_0 . Нехай гармонічні коливання задані рівняннями

$$x(t) = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}), \quad y(t) = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}), \quad (1)$$

де A_1 – амплітуда коливання $x(t)$; A_2 – амплітуда коливання $y(t)$; $\varphi_{01}, \varphi_{02}$ – початкові фази коливань $x(t)$ та $y(t)$ відповідно; t – час.

Для визначення рівняння траєкторії $y(x)$ матеріальної точки необхідно за допомогою тригонометричних перетворень виключити час t із рівнянь (1). В результаті отримаємо рівняння еліпса (2), осі якого повернуті на певний кут відносно осей X та Y

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (2)$$

З виразу (2) виходить, що траєкторія руху матеріальної точки визначається різницею початкових фаз $\Delta\varphi_0 = \varphi_{02} - \varphi_{01}$ взаємно перпендикулярних коливань.

1. За умовою задачі

$$\Delta\varphi_0 = \varphi_{02} - \varphi_{01} = \frac{\pi}{2}. \quad (3)$$

Підставляємо (3) до рівняння (2) і отримуємо

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right). \quad (4)$$

Остаточне рівняння $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$.

Отже траєкторія матеріальної точки має форму еліпса, півосі якого дорівнюють амплітудам відповідних коливань і орієнтовані вздовж координатних осей (рис. 1).

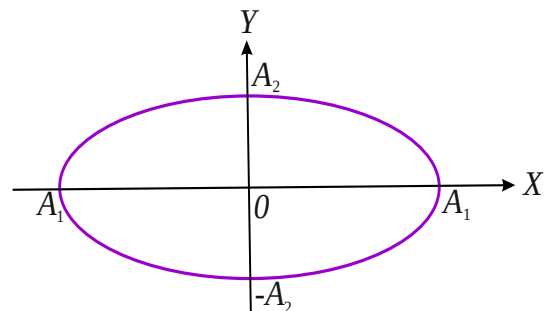


Рисунок 1

2. Визначимо траєкторію матеріальної точки для випадку, коли різниця початкових фаз коливань

$$\Delta\varphi_0 = \varphi_{02} - \varphi_{01} = \pi. \quad (5)$$

Підставляємо (5) до рівняння (2), отримуємо

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\pi) = \sin^2(\pi). \quad (6)$$

Врахуємо, що $\cos(\pi) = -1$; $\sin^2(\pi) = 0$, тоді рівняння (6) набуває вигляду

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cdot (-1) = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} + \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0. \quad (7)$$

Для спрощення рівняння траєкторії (7), застосуємо формулу для квадрата суми двох величин

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} + \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0 \Rightarrow \left(\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} \right)^2 = 0.$$

Звідси маємо

$$\frac{y}{A_2} = -\frac{x}{A_1} \Rightarrow y = -\frac{A_2}{A_1} x. \quad (8)$$

Отже, відповідно до виразу (8), траєкторією точки є пряма лінія, яка проходить крізь початок системи координат і розташована в II та IV чвертях (рис. 2).

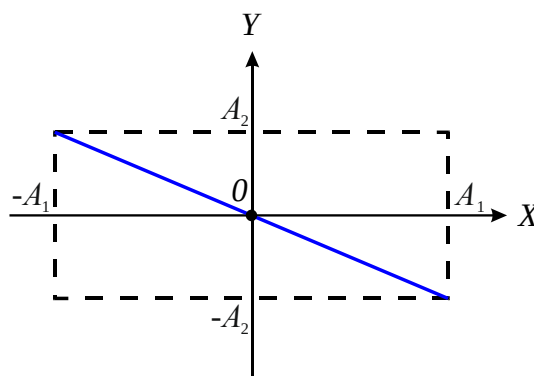


Рисунок 2

Дано:	СІ	Розв'язок:
$A_1 = 10 \text{ см}$	$10 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	1) рівняння траєкторії точки в першому випадку
$A_2 = 5 \text{ см}$	$5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	$\left(\frac{x}{10 \cdot 10^{-2}} \right)^2 + \left(\frac{y}{5 \cdot 10^{-2}} \right)^2 = 1.$
1) $\Delta\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$		2) рівняння траєкторії точки у другому випадку
2) $\Delta\varphi_0 = \pi$		$y = -\frac{5 \cdot 10^{-2}}{10 \cdot 10^{-2}} x = -0,5x.$
$y(x) - ?$		Відповідь:
		1) $\left(\frac{x}{10 \cdot 10^{-2}} \right)^2 + \left(\frac{y}{5 \cdot 10^{-2}} \right)^2 = 1,$
		2) $y = -0,5x.$

6.3. ЗАДАЧА

для самостійного розв'язування

Запишіть рівняння траєкторії руху матеріальної точки, яка одночасно бере участь у двох гармонічних коливаннях однакового напрямку, заданих рівняннями: $x_1 = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ см та $x_2 = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ см.

РОЗВ'ЯЗОК

1. Оберіть рівняння результуючого коливання в загальному вигляді.

$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$	$x = A \sin(\omega_0 t)$	$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$	$x = A \cos(2\omega_0 t + \varphi_0)$
--------------------------------------	--------------------------	--------------------------------------	---------------------------------------

2. Оберіть циклічну частоту результуючого коливання.

$\omega_0 = \frac{\pi}{2} \text{ с}^{-1}$	$\omega_0 = \pi \text{ с}^{-1}$	$\omega_0 = 2\pi \text{ с}^{-1}$	$\omega_0 = 4\pi \text{ с}^{-1}$
---	---------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

3. Визначте амплітуду A результуючого коливання.

3.1. Визначте з умови задачі амплітуди в СІ та початкові фази коливань, які додаються.

$A_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \varphi_{01} = -\frac{\pi}{2}; A_2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \varphi_{02} = \frac{\pi}{2}$
$A_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \varphi_{01} = -\frac{\pi}{2}; A_2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \varphi_{02} = -\frac{\pi}{2}$
$A_1 = 5 \text{ см}; \varphi_{01} = \frac{\pi}{2}; A_2 = 4 \text{ см}; \varphi_{02} = \frac{\pi}{2}$
$A_1 = 5 \text{ м}; \varphi_{01} = \frac{\pi}{2}; A_2 = 4 \text{ м}; \varphi_{02} = -\frac{\pi}{2}$

3.2. Оберіть формулу для розрахунку амплітуди результуючого коливання.

$A = A_1 + A_2$	$A = \frac{A_1 + A_2}{2}$	$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$	$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}$
-----------------	---------------------------	----------------------------	--

3.3. Розрахуйте A .

3.4. Вкажіть одиницю амплітуди в СІ.

безрозмірна	мм	м	Дж
-------------	----	---	----

3.5. Оберіть правильну відповідь.

81	1 мм	10^{-2} м	15 Дж
----	------	-------------	-------

4. Визначте початкову фазу результуючого коливання.

4.1. Оберіть формулу для розрахунку початкової фази результуючого коливання.

$\varphi_0 = \varphi_{02} - \varphi_{01}$
$\varphi_0 = \arctg\left(\frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}\right)$
$\varphi_0 = \arctg\left(\frac{A_1 \sin \varphi_{01}}{A_2 \cos \varphi_{02}}\right)$
$\varphi_0 = \varphi_{02} + \varphi_{01}$

4.2. Розрахуйте φ_0 .

4.3. Оберіть правильне значення початкової фази результуючого коливання.

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$	$\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$	$\varphi_0 = 0$	$\varphi_0 = \pi$
-----------------------------	------------------------------	-----------------	-------------------

5. Запишіть відповідь.

6.4. РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ для самостійного розв'язування

Запишіть рівняння траєкторії руху матеріальної точки, яка одночасно бере участь у двох гармонічних коливаннях однакового напрямку, заданих рівняннями: $x_1 = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ см та $x_2 = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ см.

РОЗВ'ЯЗОК

(зеленим кольором позначені правильні відповіді)

1. Оберіть рівняння результуючого коливання в загальному вигляді.

$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$	$x = A \sin(\omega_0 t)$	$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$	$x = A \cos(2\omega_0 t + \varphi_0)$
--------------------------------------	--------------------------	--------------------------------------	---------------------------------------

2. Оберіть циклічну частоту результуючого коливання.

$\omega_0 = \frac{\pi}{2} \text{ с}^{-1}$	$\omega_0 = \pi \text{ с}^{-1}$	$\omega_0 = 2\pi \text{ с}^{-1}$	$\omega_0 = 4\pi \text{ с}^{-1}$
---	---------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

3. Визначте амплітуду результуючого коливання.

3.1. Визначте з умови задачі амплітуди в СІ та початкові фази коливань, які додаються.

$A_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \varphi_{01} = -\frac{\pi}{2}; A_2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \varphi_{02} = \frac{\pi}{2}$
$A_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \varphi_{01} = -\frac{\pi}{2}; A_2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \varphi_{02} = -\frac{\pi}{2}$
$A_1 = 5 \text{ см}; \varphi_{01} = \frac{\pi}{2}; A_2 = 4 \text{ см}; \varphi_{02} = \frac{\pi}{2}$
$A_1 = 5 \text{ м}; \varphi_{01} = \frac{\pi}{2}; A_2 = 4 \text{ м}; \varphi_{02} = -\frac{\pi}{2}$

3.2. Оберіть формулу для розрахунку амплітуди результуючого коливання.

$A = A_1 + A_2$	$A = \frac{A_1 + A_2}{2}$	$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$	$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}$
-----------------	---------------------------	----------------------------	--

3.3. Розрахуйте A .

$$A = \sqrt{(5 \cdot 10^{-2})^2 + (4 \cdot 10^{-2})^2 + 2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)} =$$

$$= \sqrt{25 \cdot 10^{-4} + 16 \cdot 10^{-4} - 40 \cdot 10^{-4}} = \sqrt{1 \cdot 10^{-4}} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

3.4. Вкажіть одиницю амплітуди в СІ.

безрозмірна	мм	м	Дж
-------------	----	---	----

3.5. Оберіть правильну відповідь.

81	1 мм	10^{-2} м	15 Дж
----	------	---------------------	-------

4. Визначте початкову фазу результуючого коливання.

4.1. Оберіть формулу для розрахунку початкової фази результуючого коливання.

$\varphi_0 = \varphi_{02} - \varphi_{01}$
$\varphi_0 = \arctg\left(\frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}\right)$
$\varphi_0 = \arctg\left(\frac{A_1 \sin \varphi_{01}}{A_2 \cos \varphi_{02}}\right)$
$\varphi_0 = \varphi_{02} + \varphi_{01}$

4.2. Розрахуйте φ_0 .

$$\varphi_0 = \arctg \left(\frac{5 \cdot 10^{-2} \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) + 4 \cdot 10^{-2} \sin \left(\frac{\pi}{2} \right)}{5 \cdot 10^{-2} \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) + 4 \cdot 10^{-2} \cos \left(\frac{\pi}{2} \right)} \right) = \arctg \left(\frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot (-1) + 4 \cdot 10^{-2} \cdot 1}{5 \cdot 10^{-2} \cdot 0 + 4 \cdot 10^{-2} \cdot 0} \right) =$$

$$= \arctg(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$

4.3. Оберіть правильне значення початкової фази результуючого коливання.

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$	$\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$	$\varphi_0 = 0$	$\varphi_0 = \pi$
-----------------------------	------------------------------	-----------------	-------------------

5. **Відповідь:** $x = 10^{-2} \cos \left(2\pi t - \frac{\pi}{2} \right)$ м.

6.5. ТЕСТИ

1. Вкажіть позначення лінійної частоти коливань та її одиницю в СІ.

Відповідь надайте як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ν	λ	ω	k	x	Гц	м	рад	с	м^{-1}

2. Вкажіть позначення початкової фази коливань та її одиницю в СІ.

Відповідь надайте як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	φ	φ_0	A	ω	с	см	м	рад	с^{-1}

3. Вкажіть позначення амплітуди коливань та її одиницю в СІ.

Відповідь надайте як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	φ	φ_0	A	ω	с	см	м	м^{-1}	с^{-1}

4. Вкажіть позначення періоду коливань та його одиницю. Відповідь надайте як номери правильних відповідей через кому.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	φ	φ_0	T	ω	с	см	м	м^{-1}	с^{-1}

5. Оберіть формулу, яка пов'язує період коливань з циклічною частотою.

1	2	3	4	5
$T = \frac{1}{\nu}$	$\nu = \frac{\omega_0}{2\pi}$	$\omega_0 = 2\pi\nu$	$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$	$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$

6. Завершіть речення: «Частота, з якою здійснювались би вільні коливання системи за відсутності опору середовища, називається...».

1	2	3	4
циклічною	лінійною	власною	резонансною

7. Оберіть рівняння гармонічних коливань у загальному випадку.

1	$x(t) = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$
2	$x(t) = A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$
3	$x(t) = A \cos \omega_0 t$
4	$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0)$
5	$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$

8. Завершіть речення: «Фізична величина, яка чисельно дорівнює максимальному зміщенню величини від положення рівноваги під час коливань – це ...».

1	фаза коливань
2	початкова фаза
3	коефіцієнт загасання
4	амплітуда
5	циклічна частота

9. Завершіть речення: «Коливання, які відбуваються в системі після того, як її вивели з положення рівноваги, називаються...».

1	2	3	4	5
вимушеними	вільними (власними)	загасаючими	параметричними	автоколиваннями

10. Завершіть речення: «За визначенням лінійна частота коливань – це ...».

1	кількість коливань за одиницю часу
2	час одного повного коливання
3	кількість коливань, котрі робить система за 2π секунд
4	максимальне зміщення тіла від положення рівноваги

11. Завершіть речення: «За визначенням фаза коливань – це ...».

1	максимальне зміщення коливальної величини
2	параметр, який сумісно з амплітудою, визначає значення коливальної величини в певний момент часу
3	величина, обернено пропорційна кількості коливань за одиницю часу
4	величина, котра показує як змінюється амплітуда коливань за період
5	параметр, що визначає значення коливальної величини в момент часу $t = 0$

12. Визначте лінійну частоту гармонічного коливання, яке задане рівнянням: $x = 0,2\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ м. Відповідь наведіть в одиницях СІ.

13. Оберіть різницю фаз, за якої амплітуду результуючого коливання при додаванні двох гармонічних коливань однакового напрямку і однакової частоти можна розрахувати за формулою: $A = |A_1 - A_2|$.

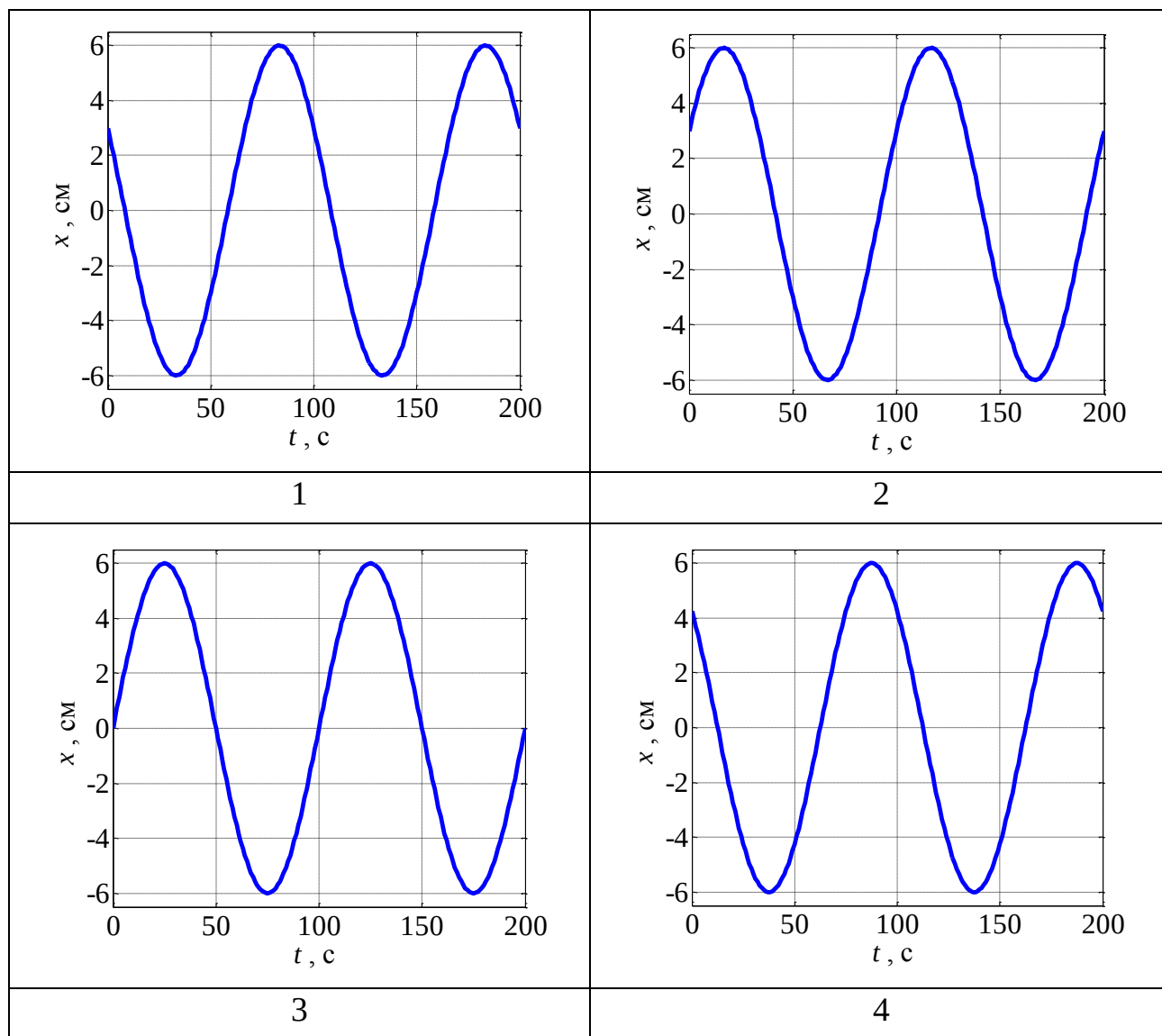
1	2	3	4
$\Delta\varphi_0 = 2\pi$	$\Delta\varphi_0 = \pi$	$\Delta\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$	$\Delta\varphi_0 = \frac{2\pi}{3}$

14. Визначте амплітуду гармонічного коливання, яке є результатом додавання двох гармонічних коливань з амплітудами $A_1 = 7$ см, $A_2 = 10$ см і різницею початкових фаз $\Delta\varphi_0 = 3\pi$. Коливання відбуваються з однаковою частотою в одному напрямку. Відповідь округліть до цілого числа та наведіть в см.

15. Визначте період гармонічного коливання, яке описується рівнянням: $x = 0,4\sin 0,5\pi t$ м. Відповідь округліть до цілого.

16. Матеріальна точка здійснює гармонічне коливання за законом:

$x = 6 \cos\left(\frac{\pi}{50}t + \frac{\pi}{3}\right)$ см. Оберіть графік, який відповідає наведеному рівнянню.

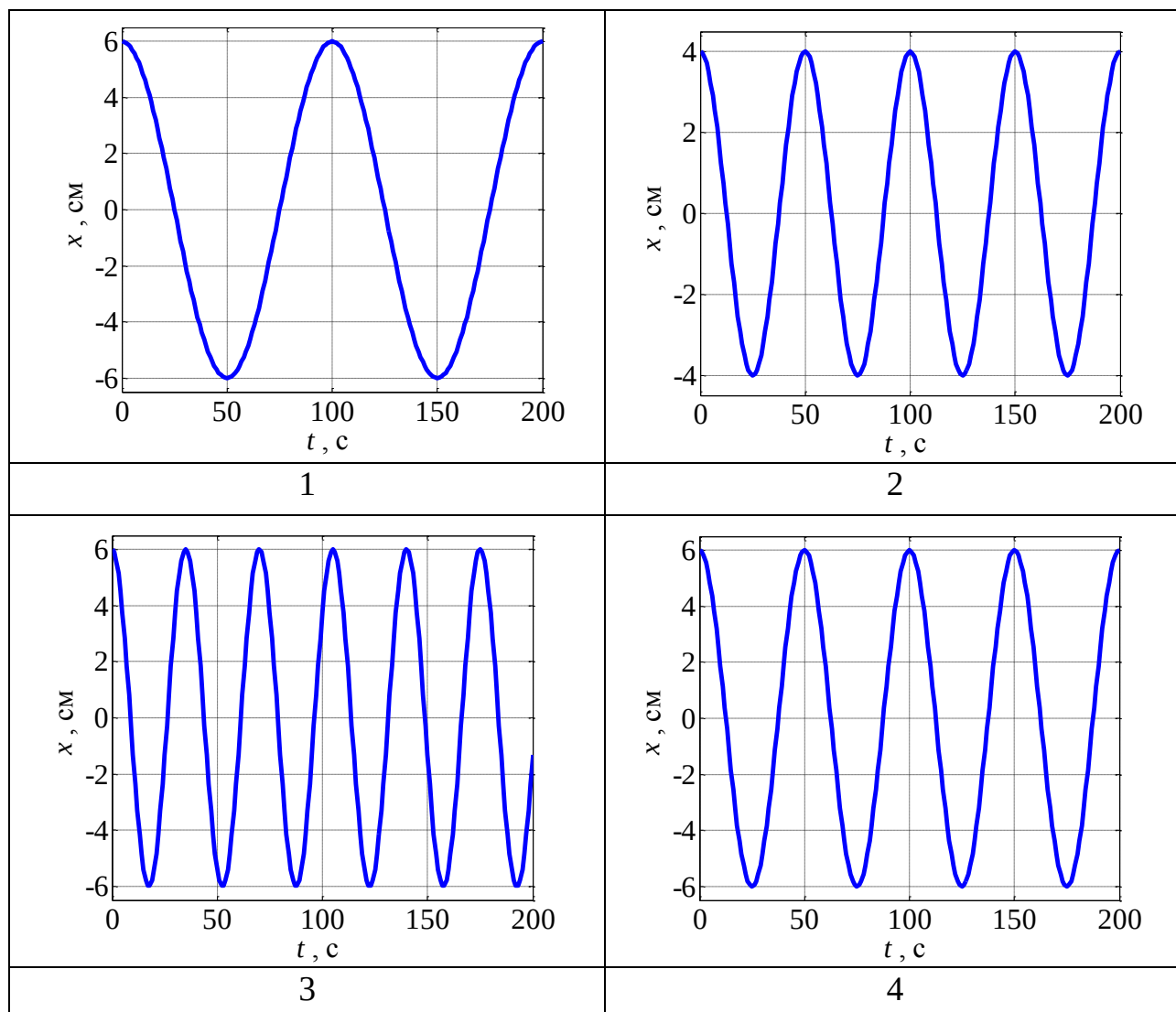


17. Оберіть форму траєкторії матеріальної точки, що бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, якщо різниця початкових фаз коливань $\Delta\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$, а амплітуди коливань $A_1 = A_2 = 4$ см.

1	пряма, яка розташована в II-й та IV-й чвертях координатної площини
2	коло
3	еліпс
4	пряма, яка розташована в I-й та III-й чвертях координатної площини

18. Матеріальна точка здійснює гармонічне коливання за законом:

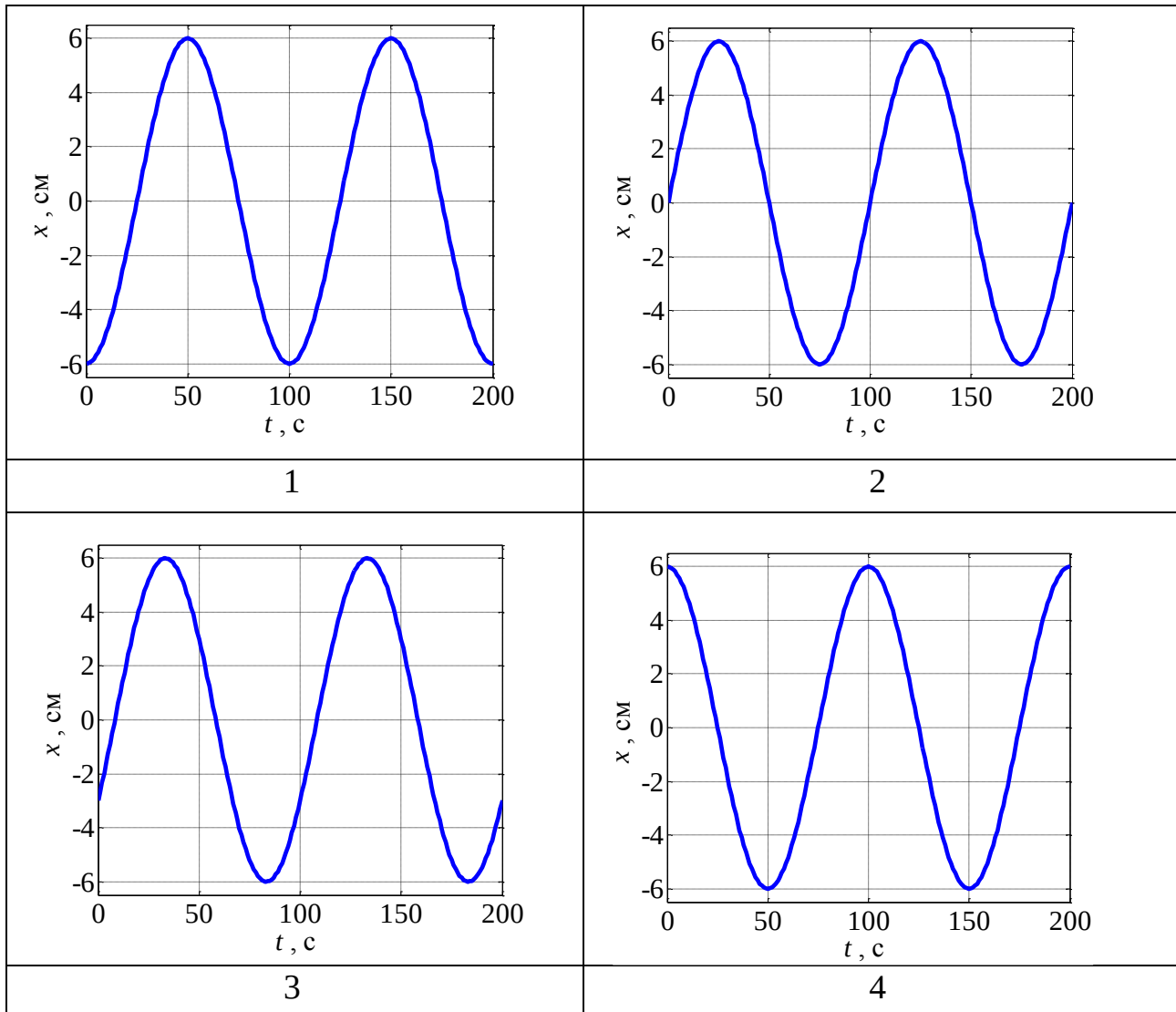
$x = 6\sin\left(\frac{\pi}{25}t + \frac{\pi}{2}\right)$ см. Оберіть графік, який відповідає наведеному рівнянню.



19. Оберіть форму траєкторії, яку описуватиме матеріальна точка, що бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, якщо амплітуда коливань вздовж осі X більша за амплітуду коливань вздовж осі Y , а різниця початкових фаз цих коливань дорівнює $\Delta\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.

1	коло
2	еліпс, більша півось якого напрямлена вздовж осі Y
3	еліпс, більша півось якого напрямлена вздовж осі X
4	пряма, яка розташована в I-й та III-й чвертях координатної площини

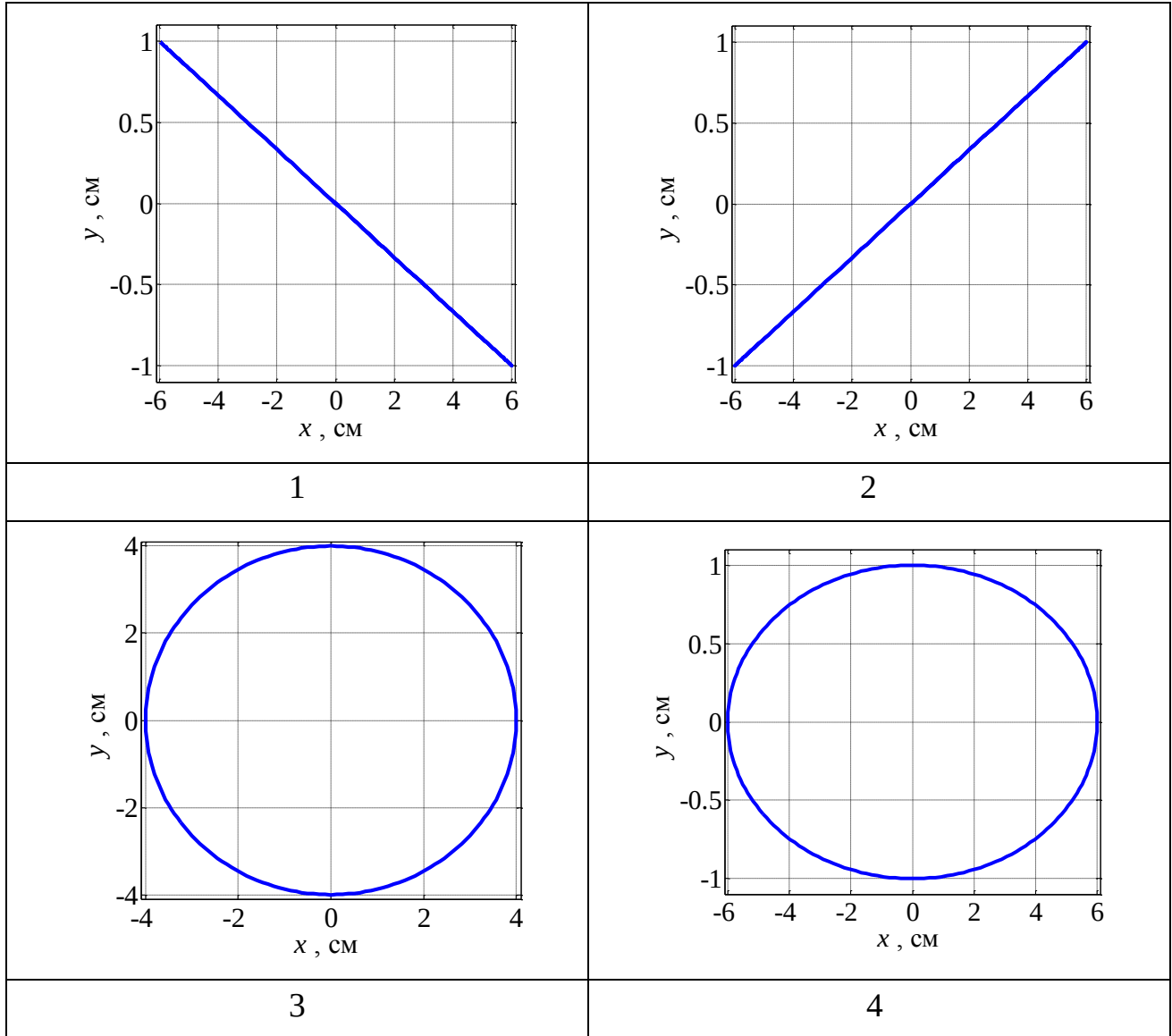
20. Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання за законом синуса. Оберіть графік, який відповідає коливанням з початковою фазою $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.



21. Точка бере участь у двох гармонічних коливаннях однакового напрямку, заданих рівняннями: $x_1(t) = 5\sin(\pi t - \pi)$ м, $x_2(t) = \sin(\pi t)$ м. Вкажіть, як зміниться амплітуда результуючого коливання, якщо амплітуди коливань, що додаються, збільшити вдвічі.

1	зменшиться в чотири рази
2	зменшиться вдвічі
3	збільшиться вдвічі
4	залишиться незмінною

22. Оберіть траєкторію, яку описує матеріальна точка, що одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, заданих рівняннями: $x = 6\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ см та $y = \sin(2\pi t)$ см.



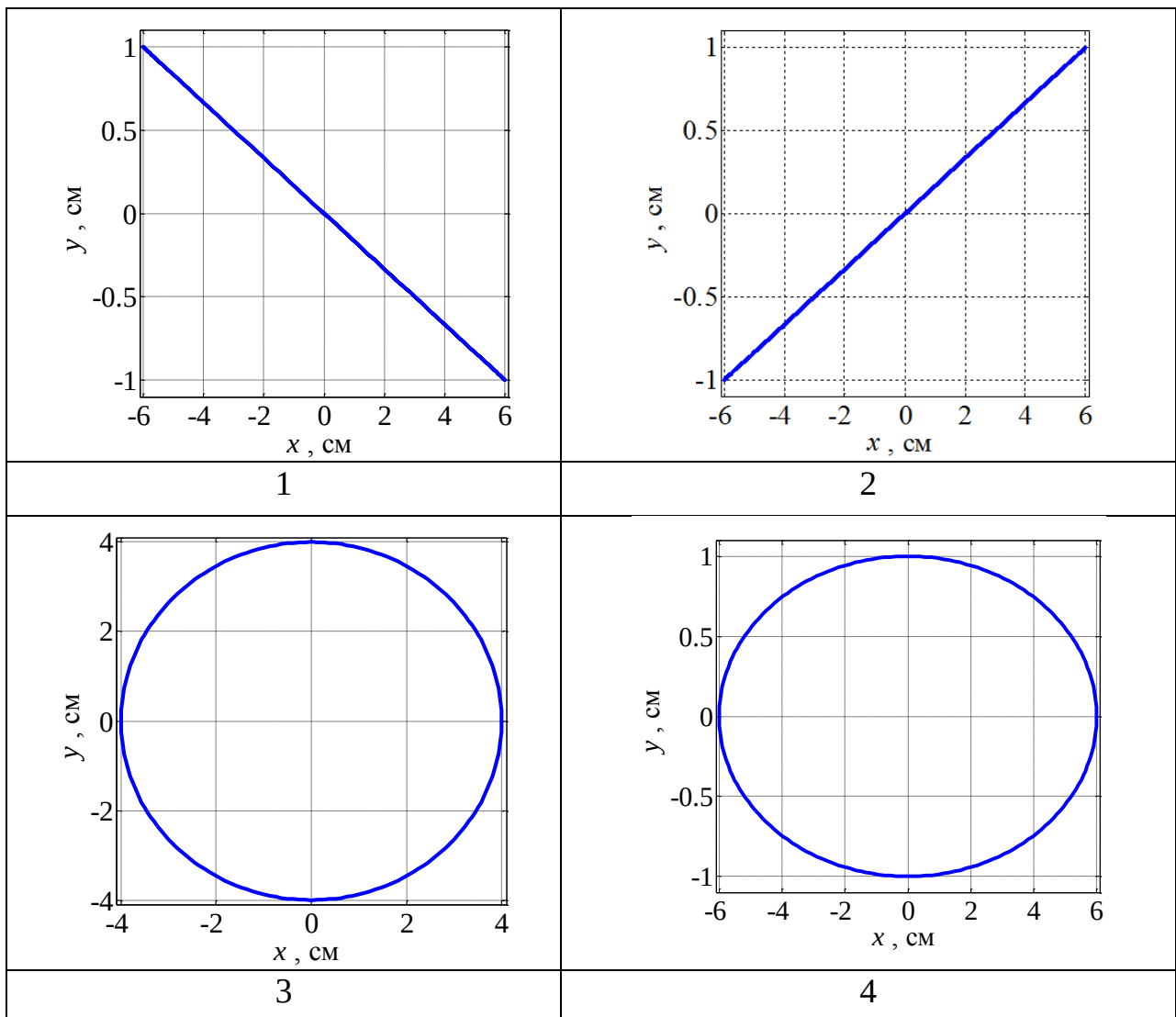
23. Оберіть різницю фаз, за якої амплітуду результуючого коливання при додаванні двох гармонічних коливань однакового напрямку і однакової частоти можна розрахувати за формулою $A = A_1 + A_2$.

1	2	3	4
$\Delta\varphi_0 = 3\pi$	$\Delta\varphi_0 = 4\pi$	$\Delta\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$	$\Delta\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$

24. Визначте різницю початкових фаз двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливань, в яких бере участь точка, якщо траєкторією результуючого руху точки є пряма лінія, що розміщена в II-й та IV-й чвертях координатної площини.

1	2	3	4
$\Delta\varphi_0 = 3\pi$	$\Delta\varphi_0 = 2\pi$	$\Delta\varphi_0 = 0$	$\Delta\varphi_0 = \frac{5\pi}{2}$

25. Оберіть траєкторію матеріальної точки, яка бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, заданих рівняннями $x = 4\cos(2\pi t)$ см та $y = 4\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ см.



26. При додаванні двох гармонічних коливань однакового напрямку з однаковими циклічними частотами і амплітудами отримали гармонічне коливання, амплітуда якого вдвічі менша за амплітуду коливань, що додаються. Визначте різницю початкових фаз цих коливань. Відповідь округліть до цілого числа та наведіть у градусах.

27. Вкажіть значення циклічної частоти гармонічного коливання, яке є результатом додавання коливань одного напрямку:
 $y_1(t) = 3\sin(10\pi t + \pi)$ м та $y_2(t) = 7\sin(10\pi t + 0,5\pi)$ м.

1	2	3	4
$\omega_0 = 10\pi \text{ с}^{-1}$	$\omega_0 = \pi \text{ с}^{-1}$	$\omega_0 = 0,5\pi \text{ с}^{-1}$	$\omega_0 = 20\pi \text{ с}^{-1}$

28. Трасекторією матеріальної точки, яка бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях однакової частоти, є пряма лінія, що проходить у I-й та III-й чвертях координатної площини. Вкажіть різницю фаз цих коливань.

1	2	3	4
$\Delta\varphi_0 = 3\pi$	немає правильної відповіді	$\Delta\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$	$\Delta\varphi_0 = 2\pi$

29. Точка бере участь у двох гармонічних коливаннях однакового напрямку, заданих рівняннями: $y_1(t) = 14\cos(\pi t + 0,25\pi)$ м, $y_2(t) = 4\cos(\pi t - 0,25\pi)$ м. Визначте початкову фазу результуючого коливання. Відповідь округліть до цілого числа та наведіть у градусах.

30. Вкажіть різницю початкових фаз гармонічних коливань, які задані рівняннями $x_1(t) = 7\cos(\pi t + \pi)$ м та $x_2(t) = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ м.

1	2	3	4
$\Delta\varphi_0 = \pi$	$\Delta\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$	$\Delta\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$	$\Delta\varphi_0 = 0$

Відповіді:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1, 6	3, 9	4, 8	4, 6	4	3	5	4	2	1	2	5	2	3	4
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	2	4	3	4	3	4	2	1	3	151	1	4	29	3

6.6. ЗАДАЧІ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1. Напишіть рівняння траєкторії матеріальної точки, яка бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, які мають однакові періоди та однакові амплітуди $A_1 = A_2 = 4$ см і різницю початкових фаз $\Delta\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.

Відповідь: $x^2 + y^2 = 4^2$.

2. Напишіть рівняння траєкторії матеріальної точки, яка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, які задані рівняннями $x(t) = 3\cos(2\pi t)$ см, $y(t) = 4\cos(2\pi t + \pi)$ см.

Відповідь: $y = -\frac{4}{3}x$.

3. Матеріальна точка одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, які задані рівняннями $x(t) = 3\cos(2\pi t - \pi)$ см, $y(t) = 4\cos(2\pi t + \pi)$ см. Отримайте рівняння траєкторії точки.

Відповідь: $y = \frac{4}{3}x$.

4. Визначте різницю фаз двох однаково напрямлених гармонічних коливань однакової частоти та амплітуди, якщо амплітуда результуючого коливання дорівнює амплітуді коливань, котрі додаються.

Відповідь: $\Delta\varphi_0 = \frac{2\pi}{3}$.

5. Визначте різницю фаз двох однаково напрямлених гармонічних коливань однакової частоти та амплітуди, якщо амплітуда результуючого коливання вдвічі більша за амплітуди коливань, котрі додаються.

Відповідь: $\Delta\varphi_0 = 0$.

6. Додаються два гармонічних коливання однакового напрямку і однакового періоду. Амплітуди коливань дорівнюють $A_1 = 4$ см і $A_2 = 8$ см, різниця фаз $-\Delta\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$. Визначте амплітуду результуючого коливання. Відповідь округліть до цілого числа і наведіть у сантиметрах.

Відповідь: $A \approx 11$ см.

7. Додаються два гармонічних коливання однакового напрямку і однакового періоду. Амплітуди коливань дорівнюють $A_1 = 4$ см і $A_2 = 8$ см, різниця початкових фаз $-\Delta\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$, початкова фаза першого коливання – нуль. Визначте початкову фазу результуючого коливання.

Відповідь: $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}$.

8. Матеріальна точка бере участь у двох гармонічних коливаннях однакового напрямку і однакового періоду $T = 4$ с з амплітудами $A_1 = 4$ см, $A_2 = 9$ см, різниця початкових фаз коливань $-\Delta\varphi_0 = \frac{\pi}{6}$. Напишіть рівняння траєкторії точки, якщо початкова фаза другого коливання дорівнює нулю. Коливання відбуваються за законом синуса. Значення амплітуди округліть до цілого числа та наведіть у сантиметрах.

Відповідь: $x(t) \approx 13 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + 0,051\pi\right)$ см.

9. Матеріальна точка бере участь у двох гармонічних коливаннях однакового напрямку, які задані рівняннями $x_1(t) = 4 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ см та $x_2(t) = 3 \sin(5\pi t)$ см. Запишіть рівняння траєкторії точки.

Відповідь: $x(t) = 5 \sin(5\pi t + 0,3\pi)$ см.

10. Матеріальна точка бере участь у двох коливаннях з однаковою початковою фазою $\varphi_{01} = \varphi_{02} = \frac{\pi}{2}$ та однаковим періодом $T = 3$ с. Амплітуди коливань дорівнюють $A_1 = 3$ см і $A_2 = 4$ см. Запишіть рівняння траєкторії точки (за законом синуса), якщо коливання здійснюються в одному напрямку.

Відповідь: $x(t) = 7\sin\left(\frac{2\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right)$ см.

11. Матеріальна точка бере участь у двох гармонічних коливаннях однакового напрямку, заданих рівняннями: $x_1(t) = 0,15\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ м та $x_2(t) = 3\sin(5\pi t)$ см. Визначте амплітуду результуючого коливання. Значення амплітуди округліть до цілого числа та наведіть у сантиметрах.

Відповідь: $A \approx 17$ см.

12. Матеріальна точка бере участь у двох гармонічних коливаннях однакового напрямку, заданих рівняннями: $x_1(t) = 15\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ см та $x_2(t) = 3\sin(5\pi t)$ см. Визначте початкову фазу результуючого коливання.

Відповідь: $\varphi_0 \approx 0,28\pi$.

13. Матеріальна точка бере участь у двох гармонічних коливаннях однакового напрямку, заданих рівняннями: $y_1(t) = 15\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ см та $y_2(t) = 3\sin(5\pi t)$ см. Запишіть рівняння траєкторії точки.

Відповідь: $y(t) = 17\sin(5\pi t + 0,28\pi)$ см.

14. Напишіть рівняння траєкторії точки, що бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях однакового періоду, які задані рівняннями $x(t) = 2\sin(10\pi t + \pi)$ см та $y(t) = 4\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ см.

Відповідь: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$.

15. Точка бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, які описуються рівняннями $x(t) = 3\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ см та $y(t) = 5\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ см. Запишіть рівняння траєкторії точки.

Відповідь: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$.

16. Запишіть рівняння траєкторії матеріальної точки, що одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, які мають однаковий період та однакову амплітуду $A_1 = A_2 = 4$ см і різницю фаз $\Delta\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.

Відповідь: $x^2 + y^2 = 4^2$.

17. Матеріальна точка бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, які описуються рівняннями $x(t) = 5\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ см та $y(t) = 7\sin(\pi t + 0,5\pi)$ см. Запишіть рівняння траєкторії точки.

Відповідь: $y = 1,4x$.

18. Запишіть рівняння траєкторії точки, яка бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, які задані рівняннями: $x(t) = 5\cos(2\pi t)$ см, $y(t) = 5\cos(2\pi t + \pi)$ см.

Відповідь: $y = -x$.

19. Точка одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях однакової частоти, які описуються рівняннями: $x(t) = 10\sin(\pi t)$ см, $y(t) = 5\sin(\pi t)$ см. Запишіть рівняння траєкторії точки.

Відповідь: $y = 0,5x$.

20. Точка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях однакової частоти, які описуються рівняннями: $x(t) = 2\sin(\pi t)$ см, $y(t) = 3\cos(\pi t)$ см. Запишіть рівняння траєкторії точки.

Відповідь: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.

21. Запишіть рівняння траєкторії матеріальної точки, яка одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, заданих рівняннями: $x(t) = 3\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ см та $y(t) = 4\cos(2\pi t + \pi)$ см.

Відповідь: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

22. Запишіть рівняння траєкторії матеріальної точки, яка одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях, заданих рівняннями: $x(t) = \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ см, $y(t) = \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ см.

Відповідь: $x^2 + y^2 = 1$.

23. Точка бере участь у двох гармонічних коливаннях, які відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках та задані рівняннями $x(t) = 2\sin(2\pi t - \pi)$ см та $y(t) = 7\sin(2\pi t + \pi)$ см. Запишіть рівняння траєкторії точки.

Відповідь: $y = 3,5x$.

24. Визначте рівняння траєкторії матеріальної точки, яка одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, заданих рівняннями: $x(t) = 2\sin(2\pi t + 2\pi)$ см та $y(t) = 4\sin(2\pi t + \pi)$ см.

Відповідь: $y = -2x$.

25. Визначте рівняння траєкторії матеріальної точки, яка одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях, заданих рівняннями $x(t) = 5\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ см та $y(t) = \sin(\pi t + \pi)$ см.

Відповідь: $y = -0,2x$.

ТЕМА 7: ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

7.1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1. Світло має дуальну природу властивостей – корпускулярно-хвильову.

В деяких природних явищах світло виявляє свою хвильову сутність, в інших – поводить себе як потік корпускул. У хвильовій оптиці світло розглядається як електромагнітні хвилі. Згідно з квантовою теорією світла, запропонованою А. Ейнштейном, випромінювання, поглинання та поширення світла відбувається у вигляді потоку світлових квантів – фотонів.

2. Оптичне випромінювання умовно можна поділити на такі піддіапазони

Назва піддіапазону	Межі піддіапазону λ , мкм
Ультрафіолетова (УФ) область	0,010 – 0,380
Видиме світло	0,380 – 0,760
фіолетове	0,38 – 0,45
синє	0,45 – 0,48
блакитне	0,48 – 0,51
зелене	0,51 – 0,55
жовто-зелене	0,55 – 0,575
жовте	0,575 – 0,59
помаранчеве	0,59 – 0,62
червоне	0,62 – 0,76
Ближня інфрачервона (ІЧ) область	0,760 – 3,0
Середня ІЧ область	3,0 – 50
Дальня ІЧ область	50 – 1000

3. Швидкість світла у вакуумі

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}, \quad (7.1)$$

де ϵ_0 , μ_0 – електрична та магнітна сталі відповідно.

Фазова швидкість світла у прозорому оптично однорідному середовищі

$$v = \frac{c}{n} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (7.2)$$

де ϵ – діелектрична проникність; μ – магнітна проникність; n – абсолютний показник заломлення середовища.

Швидкість поширення світла в середовищі завжди менша за швидкість поширення світла у вакуумі. Чим більш оптично щільне середовище (чим більший показник заломлення n), тим менша в ньому швидкість світла.

4. Частота ν та довжина хвилі λ світла пов'язані між собою через швидкість v поширення світла

$$\lambda = \frac{v}{\nu}. \quad (7.3)$$

При переході світла з вакууму в речовину або з одного середовища в інше середовище його частота не змінюється, а швидкість змінюється (зменшується при переході в більш оптично щільне середовище і збільшується при переході в менш оптично щільне середовище), тому довжина хвилі також відповідно змінюється.

5. Хвильову природу світла можна спостерігати, наприклад, в таких явищах як інтерференція та дифракція.

6. Інтерференцією світла називається явище просторового перерозподілу інтенсивності світла з виникненням в одних місцях максимумів, а в інших – мінімумів освітленості внаслідок накладання двох (або декількох) когерентних світлових хвиль.

7. Умовою інтерференції є когерентність – погоджене (з фіксованою різницею фаз) протікання в просторі та часі хвильових процесів однакової частоти.

Такій умові відповідають монохроматичні хвилі – необмежені в просторі хвилі строго визначеної частоти. Монохроматична хвиля – фізична модель.

8. Світлові хвилі від природних і штучних джерел (за виключенням лазерів) не є когерентними. Для отримання когерентних світлових хвиль на практиці застосовують метод розділення хвиль від одного джерела на дві хвилі, які після проходження шляхів різної оптичної довжини накладаються одна на одну, утворюючи інтерференційну картину.

Оптична довжина шляху $L = nr$, де n – показник заломлення середовища; r – геометрична довжина шляху, пройденого світловою хвилею.

9. Умова інтерференційних максимумів

$$\Delta = \pm m\lambda_0, \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (7.4)$$

де Δ – оптична різниця ходу інтерферуючих хвиль; λ_0 – довжина хвилі у вакуумі. У точці спостереження коливання обох хвиль відбуватимуться в одній фазі.

Оптична різниця ходу $\Delta = L_2 - L_1 = n_2 r_2 - n_1 r_1$, де L_2, L_1 – оптична довжина шляхів, пройдених інтерферуючими хвилями (див. п.8.) до накладання одна на іншу.

Умова інтерференційних мінімумів

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (7.5)$$

– коливання, що збуджуються інтерферуючими хвилями в точці спостереження, відбуваються у протифазі.

10. До **дифракції світла** відносять сукупність явищ, пов'язаних з відхиленнями від законів геометричної оптики при поширенні світла. Зокрема, світлові хвилі огинають перешкоди, розмір яких є порівняним з довжиною хвилі цього світла, і проникають в зону геометричної тіні. Розподіл інтенсивності світла поза перешкодою відрізняється від того, який мав би бути згідно з законами геометричної оптики.

11. Явище **дифракції світла** можна пояснити за допомогою **принципу Гюйгенса**: кожна точка хвильового фронту стає джерелом вторинної хвилі; огинаючи цих хвиль задає положення хвильового фронту в наступний момент часу.

Якщо плоска світлова хвиля нормально падає на отвір у непрозорому екрані (рис. 7.1), тоді огинаючи вторинних хвиль (сферичних в однорідному ізоотропному середовищі), побудована за принципом Гюйгенса, заходить в зону геометричної тіні, тобто світлова хвиля огинає край отвору.

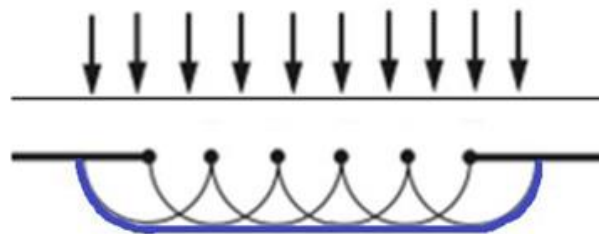


Рисунок 7.1

12. Френель доповнив принцип Гюйгенса, пов'язавши його з інтерференцією вторинних хвиль.

За **принципом Гюйгенса – Френеля** точки хвильового фронту є джерелом когерентних вторинних хвиль, які інтерферують.

Цей принцип дозволяє розрахувати амплітуду та інтенсивність результуючої хвилі в будь якій точці простору на основі амплітуд і фаз вторинних хвиль та закономірностей поширення світлових хвиль.

13. Для якісного пояснення дифракції світла від отворів/перешкод з певною симетрією (круглий отвір, круглий диск, пряма щілина *тощо*), і спрощених розрахунків дифракційної картини використовується **метод зон Френеля**.

Нехай маємо точкове джерело S світла (рис. 7.2), хвильовий фронт якого, як відомо, є сферою. За принципом Гюйгенса-Френеля кожна точка хвильового фронту в даний момент часу є джерелом вторинної світлової хвилі. Ці хвилі когерентні та інтерферують.

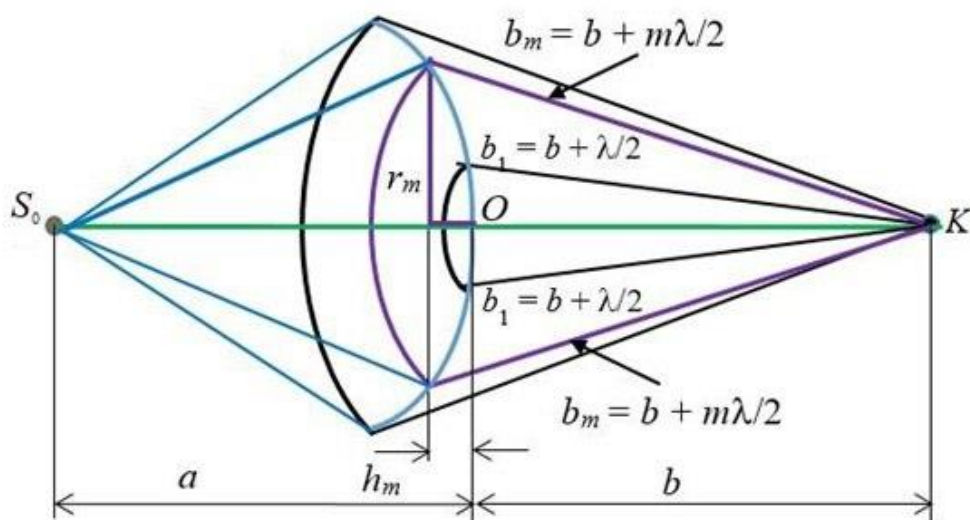


Рисунок 7.2

За методом зон Френеля хвильовий фронт розбивають на m кільцевих зон так, щоб відстані від країв кожної зони до точки спостереження K на екрані відрізнялись на $\lambda/2$

$$b_1 = b + \frac{\lambda}{2}; \quad b_2 = b_1 + \frac{\lambda}{2} = b + \frac{2\lambda}{2}; \quad \dots; \quad b_m = b_{m-1} + \frac{\lambda}{2} = b + \frac{m\lambda}{2}; \quad (7.6)$$

де b – відстань між точками K та O ; λ – довжина хвилі у середовищі.

Радіус зовнішньої границі m -ї зони Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda} \text{ – для сферичної хвилі;} \quad (7.7)$$

$$r_m = \sqrt{b m \lambda} \text{ – для плоскої хвилі;} \quad (7.8)$$

де λ – довжина світлової хвилі у середовищі, m – номер зони Френеля; a – радіус хвильового фронту (відстань між джерелом світла і т. O).

14. Дифракція Френеля – дифракція в променях, що сходяться. При падінні сферичної або плоскої хвилі на перешкоду дифракційна картина спостерігається на екрані, розташованому на скінченній відстані від перешкоди. Наприклад, дифракція від круглого отвору або диску.

Дифракційна картина від **круглого отвору** на екрані спостереження має вигляд концентричних темних та світлих кілець, які чергуються між собою, з центром у точці K .

За методом зон Френеля амплітуда результуючого коливання, збудженого всіма відкритими зонами в точці спостереження на екрані навпроти центру отвору (в точці K)

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (7.9)$$

де A_1 – амплітуда коливань, збуджених першою зоною Френеля; A_m – амплітуда коливань, збуджених m -ю зоною Френеля; «+» відповідає непарній кількості відкритих зон; «–» відповідає парній кількості відкритих зон.

Якщо отвором відкрита невелика кількість зон, тоді A_m майже не відрізняється від A_1 . Вираз (7.9) набуває вигляду

$$A \approx \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_1}{2}. \quad (7.10)$$

Якщо отвір відкриває парну кількість зон Френеля, тоді $A = 0$ і в центрі дифракційної картини буде спостерігатися темна пляма. Якщо в отворі вкладається непарна кількість зон, тоді $A = A_1$ і в центрі дифракційної картини спостерігається світла пляма.

На рис. 7.3 наведені дифракційні картини від круглого отвору у випадку, коли в отворі вкладається: парна кількість зон Френеля – у центрі картини темна пляма (див. рис. 7.3 а) та непарна кількість зон – у центрі картини світла пляма (див. рис. 7.3 б).

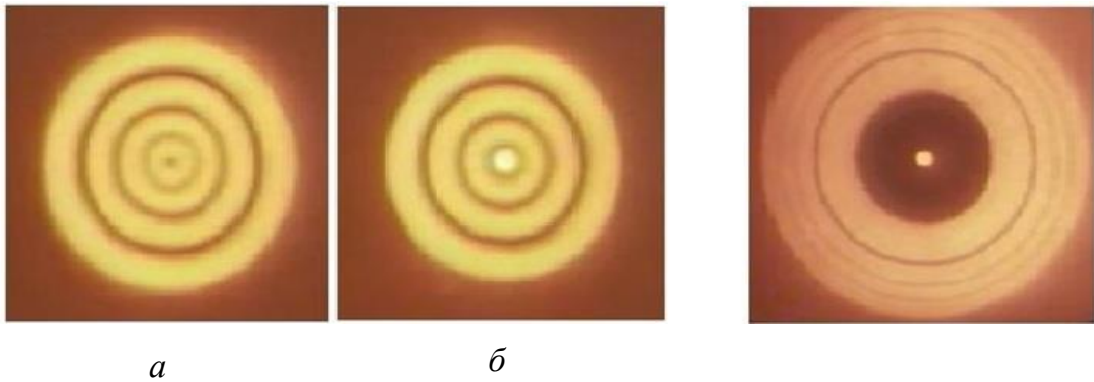


Рисунок 7.3

Рисунок 7.4

Інтенсивність максимумів зменшується зі збільшенням відстані від центру картини.

На рис. 7.4 наведена дифракційна картина від непрозорого диска.

Нехай дифракційна картина спостерігається на екрані E в точці B , розташованій на лінії, що з'єднує джерело S сферичної хвилі з центром диска (рис. 7.5).

За методом зон Френеля закрити диском ділянку хвильового фронту треба виключити і розглядати тільки відкриті зони Френеля. Якщо вважати, що диск закриває m перших зон Френеля, тоді амплітуда результуючого коливання в точці B

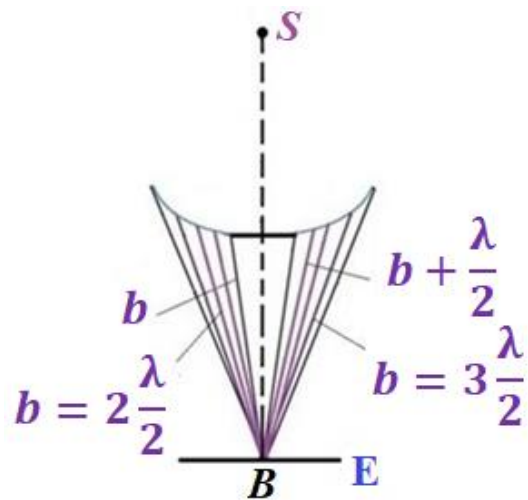


Рисунок 7.5

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots \quad (7.11)$$

або

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}. \quad (7.12)$$

Вирази в дужках дорівнюють нулю і, відповідно, в точці B завжди спостерігається світла пляма – ми бачимо зображення джерела світла.

15. Дифракція Фраунгофера (дифракція в паралельних променях) спостерігається, коли джерело світла та екран розташовані на нескінченній відстані від перешкоди.

На рис. 7.6 наведені дифракційні картини, що є прикладами дифракції Фраунгофера.

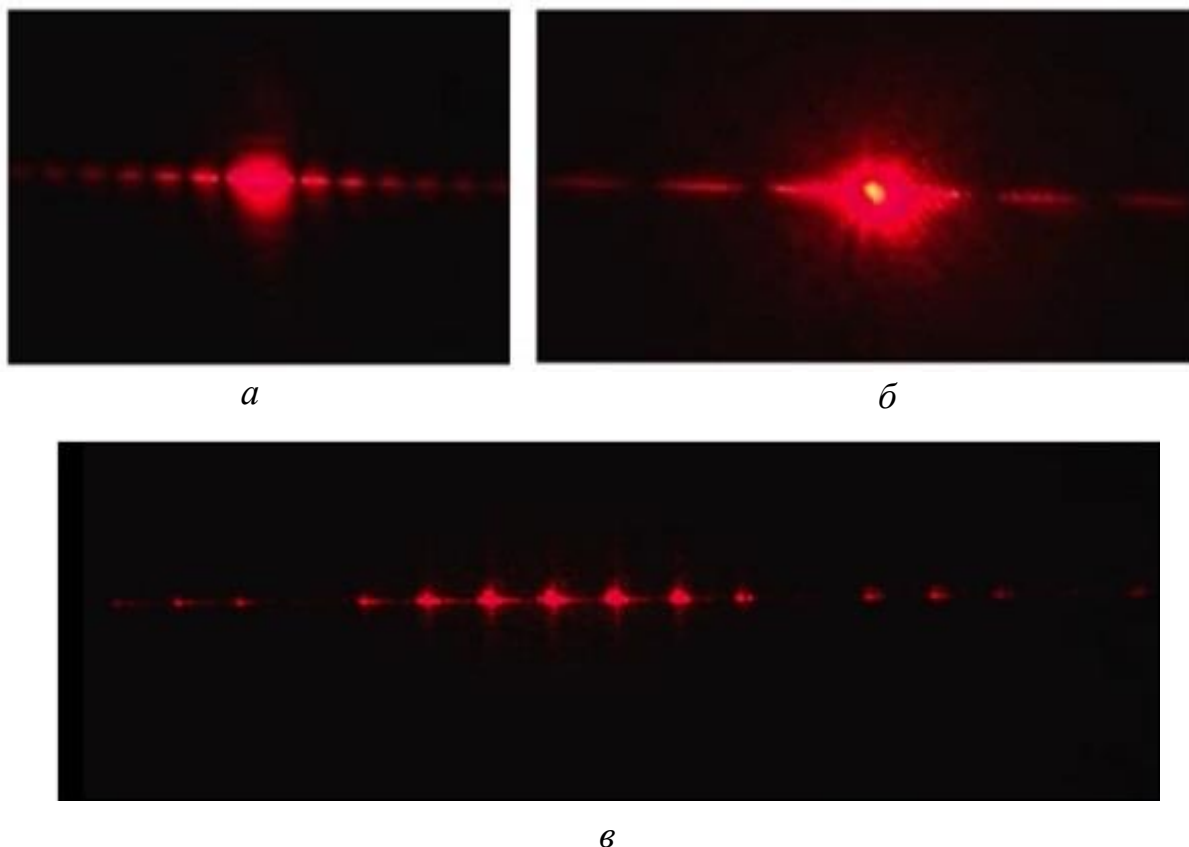


Рисунок 7.6: *а* – дифракція на вузькій щілині; *б* – дифракція на вузькій перешкоді; *в* – дифракція на дифракційній ґратці

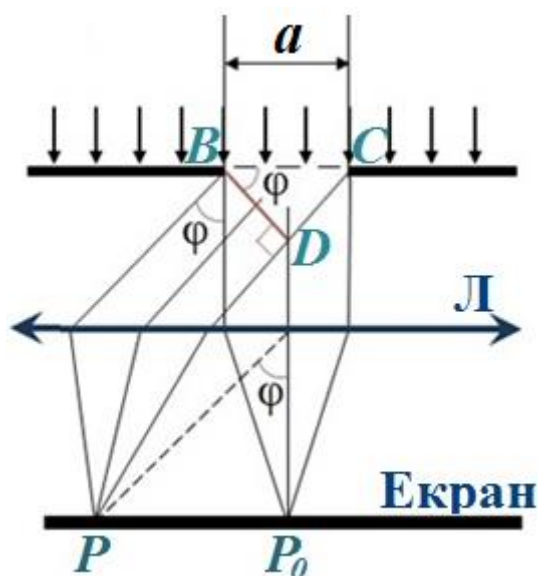


Рисунок 7.7

16. Дифракційну картину від довгої вузької щілини можна спостерігати на екрані, розташованому в фокальній площині збираючої лінзи. Якщо на щілину падає майже монохроматичне світло (наприклад, світло від лазера), тоді дифракційна картина має вигляд темних та світлих смуг, що чергуються між собою (див. рис. 7.6 *а*).

Якщо світлова хвиля падає нормально до площини такої щілини шириною a (рис. 7.7), різниця ходу світла від країв щілини в напрямку кута φ (кута

дифракції)

$$\Delta = CD = a \sin \varphi,$$

а хвильовий фронт співпадає з площиною щілини. Його можна розбити на зони Френеля у вигляді смуг, паралельних ребру щілини, з різницею ходу світла від країв зон $\lambda/2$. Амплітуди вторинних сферичних хвиль від кожної такої зони будуть однакові, а кількість зон, які спостерігаються в певному напрямку, буде залежати від відповідного кута φ . Амплітуда результуючого коливання від кожної пари сусідніх зон дорівнює нулю, оскільки коливання від них приходять в точку спостереження в протифазі та гасять одне одного. Коли число зон Френеля парне, тоді

$$a \sin \varphi = \pm m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (7.13)$$

де a – ширина щілини; φ – кут дифракції; λ – довжина хвилі падаючого світла, у точці P спостерігається **дифракційний мінімум**.

У формулі (7.13) m – порядок (номер) дифракційного мінімуму;

Якщо на ширині щілини вкладається непарне число зон Френеля, тоді

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (7.14)$$

у точці P спостерігається **дифракційний максимум**.

У формулі (7.14) m – порядок (номер) дифракційного максимуму,

В напрямку $\varphi = 0$ спостерігається найбільш інтенсивний центральний максимум.

Зі збільшенням ширини щілини (за умови, що ширина щілини $a > \lambda$) дифракційні смуги стають більш вузькими та яскравими, а їхня кількість також зростає. Якщо $a \gg \lambda$, тоді в центрі з'являється різке зображення джерела світла, що відповідає прямолінійному поширенню світла.

17. Якщо на шляху світла розташувати декілька паралельних щілин, тоді дифракційні картини від усіх щілин накладаються одна на одну – в напрямках, де кожна щілина не дає світла, будуть спостерігатися мінімуми інтенсивності – вони називаються *головними мінімумами*. На дифракційну картину від щілини

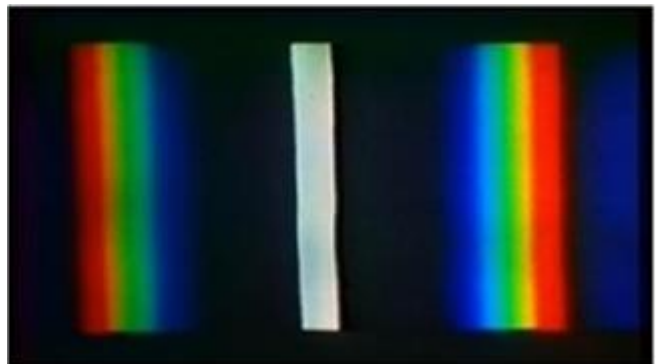


Рисунок 7.8

накладається інтерференційна картина від усіх щілин. Там, де оптична різниця ходу дорівнюватиме непарній кількості $\lambda_0/2$, з'являться додаткові мінімуми, а там, де парній кількості – *головні максимуми*.

Зі збільшенням кількості щілин збільшується інтенсивність головних максимумів (пропорційно квадрату кількості щілин). Зі збільшенням довжини хвилі збільшується відстань між максимумами. Система щілин **розкладає біле світло в спектр** (рис. 7.8). У центрі дифракційної картини спостерігається максимум білого кольору, по обидві боки якого симетрично розташовані кольорові максимуми: від фіолетового до червоного.

18. Дифракцію на багатьох щілинах спостерігають за допомогою дифракційних ґраток.

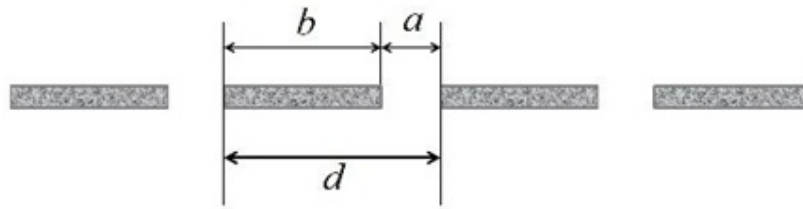


Рисунок 7.9

Дифракційна ґратка – це система великої кількості паралельних щілин однакової ширини, розділених однаковими проміжками. Щілини знаходяться в одній площині. Ширина кожної з щілин дорівнює a , ширина непрозорого проміжку між сусідніми щілинами – b . (рис. 7.9)

Величина $d = a + b$ має назву **постійної (або періоду) дифракційної ґратки**.

19. Дифракційна картина від дифракційної ґратки.

Нехай світлова хвиля нормально падає на дифракційну ґратку (рис. 7.10).

Ширина кожної щілини дифракційної ґратки дорівнює a ($AB = CD = a$ на рис. 7.10). Вони розділені однаковими проміжками $BC = b$. Відповідно, різниці ходу хвиль, що йдуть від сусідніх щілин в напрямку кута φ (див. рис. 7.10) однакові в межах всієї дифракційної ґратки

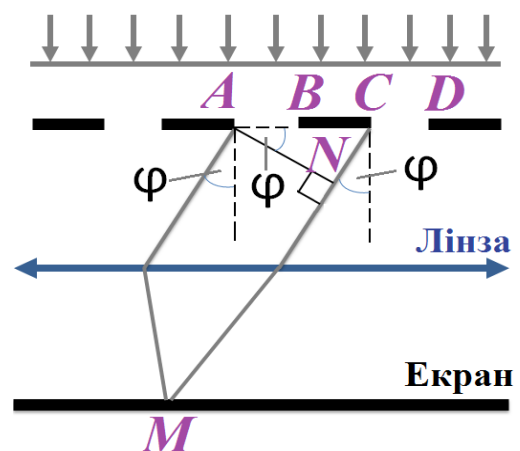


Рисунок 7.10

$$CN = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi. \quad (7.15)$$

Головні мінімуми. Дифракційні картини від щілин накладаються одна на іншу. Тому умова *головних мінімумів* співпадає з умовою мінімумів для однієї щілини

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (7.16)$$

де m – порядок дифракційного мінімуму.

Окрім дифракції світла від щілин також має місце інтерференція світлових хвиль від усіх щілин. Внаслідок цього утворюються максимуми, які називаються *головними* і мінімуми, які називаються *додатковими* або *побічними*.

Головні максимуми спостерігаються в напрямках, які визначаються за умовою

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (7.17)$$

де φ – кут дифракції, під яким спостерігається максимум даного порядку; k – номер дифракційного максимуму, λ – довжина світлової хвилі.

Якщо дифракційна ґратка має N щілин, тоді умова додаткових мінімумів має вигляд

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m' \lambda}{N}, \quad (7.18)$$

де $m' = 0, N, 2N, \dots$; $m' \neq k$, тобто має значення, при яких наведений вираз не змінюється на умову головних дифракційних максимумів.

Між додатковими мінімумами утворюються додаткові максимуми, інтенсивність яких значно менша за інтенсивність головних максимумів.

20. Дифракційні ґратки можуть бути прозорими та відбивними, плоскими та об'ємними. На одновимірній ґратці штрихи наносять перпендикулярно деякій прямій лінії. На двовимірній

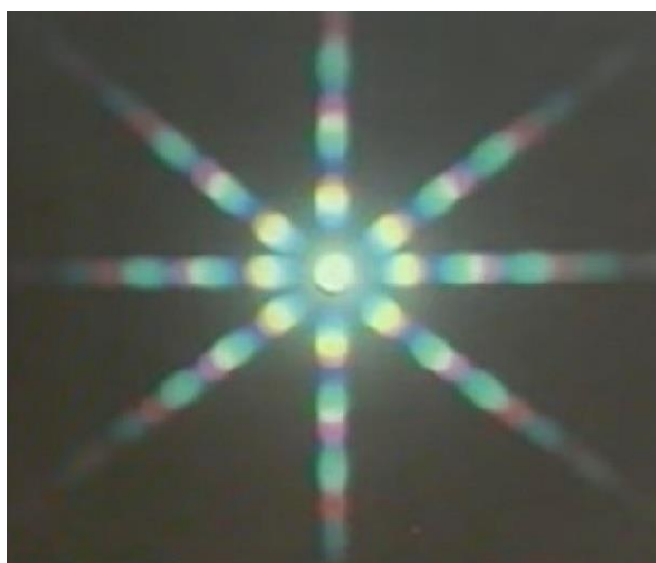


Рисунок 7.11

– у взаємно перпендикулярних напрямках в одній площині. Дифракційна картина від такої ґратки наведена на рис. 7.11.

Тривимірні ґратки – це просторові утворення з подібними за формою елементами структури, що періодично геометрично правильно повторюються (наприклад, кристалічні ґратки кристалічних твердих тіл).

21. Дифракційну ґратку можна використовувати як спектральний прилад для розкладання світла в спектр і вимірювання довжин хвиль.

22. Згідно з критерієм Релея дві близько розташовані спектральні лінії однакової інтенсивності з однаковими симетричними контурами сприймаються окремо одна від іншої, якщо максимум інтенсивності однієї лінії співпадає з мінімумом інтенсивності другої лінії. (рис. 7.12 а). При цьому інтенсивність світла складає 0,8 (80%) інтенсивності I_0 цих максимумів. Якщо інтенсивність світла між максимумами більша 0,8 I_0 , спостерігається одна лінія (рис. 7.12 б).

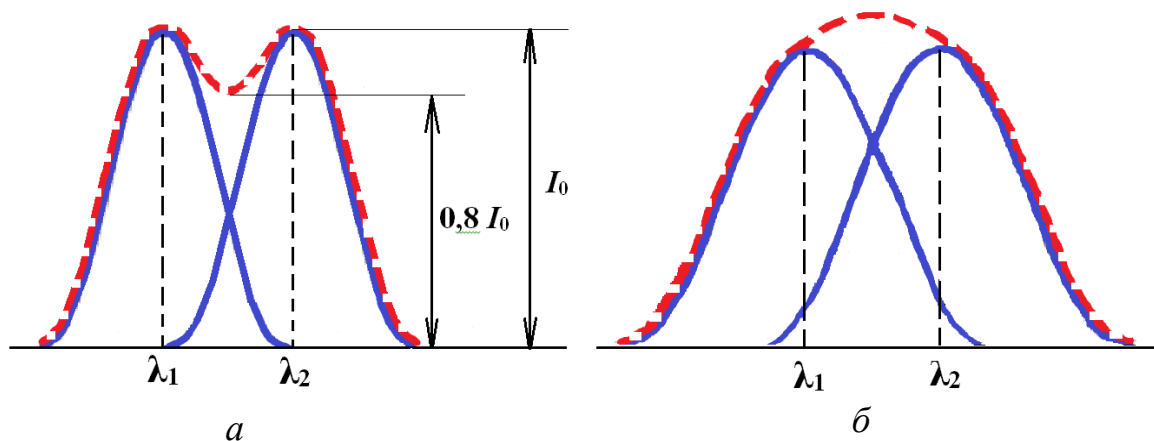


Рисунок 7.12

23. Для характеристики спектральних приладів вводиться безрозмірна величина – роздільна здатність R дифракційної ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (7.19)$$

де λ – довжина хвилі спектральної лінії; $\delta\lambda$ – абсолютне значення мінімальної різниці довжини хвиль двох спектральних ліній λ_1 і $\lambda_2 = \lambda_1 + \delta\lambda$, при якій прилад реєструє ці лінії окремо.

Використовуючи критерій Релея, можна отримати вираз для роздільної здатності дифракційної ґратки

$$R = kN, \quad (7.20)$$

де k – порядок спектра, N – кількість щілин дифракційної ґратки.

При даній кількості щілин роздільна здатність збільшується при зростанні порядку k спектра.

24. Положення лінії в дифракційному спектрі зазвичай задається кутом дифракції. Кутову відстань $\delta\varphi$ між двома спектральними лініями з різницею довжин хвиль $\delta\lambda$ між ними визначає **кутова дисперсія**

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}. \quad (7.21)$$

Ще одна характеристика дифракційної ґратки – **лінійна дисперсія**

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda} = fD, \quad (7.22)$$

де δl – лінійна відстань між двома спектральними лініями з різницею довжин хвиль $\delta\lambda$ між ними; f – фокусна відстань лінзи, в фокальній площині якої знаходиться екран.

25. На 1 мм дифракційної ґратки може бути нанесено від 0,25 до 6000 штрихів. Дифракційні ґратки можуть відрізнятися формою, розмірами, матеріалом поверхні.

26. Різноманіття дифракційних ґраток зумовлює можливість **дослідження спектру випромінювання** від **ультрафіолетової до інфрачервоної області**. Оптичні прилади з дифракційними ґратками (наприклад, **спектрометри, спектрографи**) застосовуються не лише у фізиці, а також у хімії, біології, астрономії, техніці для проведення експрес-аналізу речовин.

27. Світло може дифрагувати також на **невпорядкованих структурах**, наприклад, на запиленому склі (рис. 7.13), утворюючи при цьому райдужні кільця.

При дифракції у каламутних середовищах (наприклад, аерозолях) відбувається розсіювання світла.



Рисунок 7.13

7.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1

На дифракційну ґратку нормально до її поверхні падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 550$ нм. На екран, що знаходиться на відстані 1 м від лінзи, розташованої поблизу екрану, проєктується дифракційна картина. Перший головний максимум спостерігається на відстані $l = 12$ см від центрального максимуму. Визначити: період дифракційної ґратки; кількість штрихів на 1 см її довжини; загальну кількість максимумів, які спостерігаються на екрані; кут дифракції, який відповідає останньому максимуму; роздільну здатність ґратки; різницю довжин хвиль, які може розділяти ця ґратка, в спектрі третього порядку (довжина ґратки 2,5 см); кутову дисперсію дифракційної ґратки у спектрі другого порядку.

АНАЛІЗ

За умовою задачі на екрані спостерігається дифракційна картина, отримана на дифракційній ґратці в паралельних променях монохроматичного світла.

Умова спостереження дифракційного максимуму у випадку, коли світлова хвиля падає на ґратку нормально, задається виразом

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (1)$$

де φ – кут дифракції, під яким спостерігається максимум даного порядку; m – номер дифракційного максимуму, λ – довжина світлової хвилі.

Із рис. 1 виходить, що $\operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{L}$.

Враховуючи, що $l \ll L$, скористаємось наближенням $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi$. Тоді рівняння (1) можна записати у вигляді

$$\frac{l}{L} \cdot d = m \lambda, \quad (2)$$

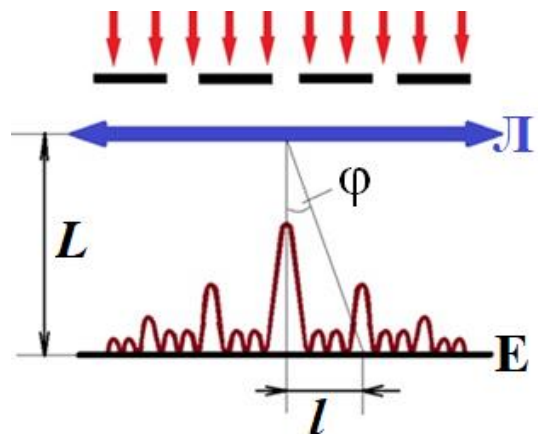


Рисунок 1

звідки

$$d = \frac{m\lambda L}{l} . \quad (3)$$

Виходячи з рис. 7.9, кількість штрихів на довжині $l' = 1$ см можна визначити, поділивши l' на d , бо період d містить ширину одного штриха b . Отже

$$n = \frac{l'}{d} . \quad (4)$$

Максимальний порядок дифракції визначається за формулою (1). Завдяки тому, що φ_{max} не може бути більшим, ніж $\frac{\pi}{2}$, з формули (1) можна визначити максимальне значення порядку

$$m_{max} \leq \frac{d}{\lambda}; \quad \sin \frac{\pi}{2} = 1. \quad (5)$$

При цьому треба враховувати, що число m може бути лише цілим (бо це номер максимуму). На рис.1 видно, що на екрані в центрі дифракційної картини спостерігається нульовий (самий яскравий) максимум, а зліва і справа – однакова кількість максимумів від $m = 1$ до $m = m_{max}$. Отже, загальна кількість максимумів дифракційної картини

$$N = 2m_{max} + 1$$

(одиниця враховує центральний максимум).

Знаючи m_{max} , можемо визначити кут дифракції, що відповідає останньому максимуму. Скористаємось для цього формулою (1) для останнього максимуму

$$d \sin \varphi_{max} = m_{max} \lambda.$$

Звідки

$$\varphi_{max} = \arcsin \frac{m_{max} \lambda}{d}.$$

Основними характеристиками дифракційної ґратки є кутова дисперсія та роздільна здатність. Роздільною здатністю дифракційної ґратки називають безрозмірну величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda}, \quad (6)$$

де $\delta \lambda$ – абсолютне значення різниці довжин хвиль двох спектральних ліній, при якій ці лінії спостерігаються роздільно. При заданій кількості щілин ґратки N

роздільна здатність збільшується при переході до більших значень порядку m спектру

$$R = mN. \quad (7)$$

Визначимо роздільну здатність даної ґратки в спектрі 3-го порядку за формулою (7), визначивши кількість щілин ґратки через її довжину l_{Γ} та період d

$$N = \frac{l_{\Gamma}}{d},$$

$$R = mN = m \frac{l_{\Gamma}}{d}. \quad (8)$$

Скориставшись формулою (6), визначимо різницю довжин хвиль, які може розділити дана ґратка у спектрі 3-го порядку

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \Rightarrow \delta\lambda = \frac{\lambda}{R}. \quad (9)$$

Кутовою дисперсією називається величина

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}, \quad (10)$$

де $\delta\varphi$ – кутова відстань між головними дифракційними максимумами спектральних ліній з різницею довжин хвиль $\delta\lambda$ між ними.

За формулою (10) визначимо кутову дисперсію дифракційної ґратки в спектрі 2-го порядку, скориставшись формулою (1) для виразу $\cos\varphi$

$$D = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{m}{d \sqrt{1 - \frac{m^2 \lambda^2}{d^2}}} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - m^2 \lambda^2}}. \quad (11)$$

Перевіримо формулу (3):

$$[d] = \text{м}; \quad [\lambda] = \text{м}; \quad [L] = \text{м}; \quad [l] = \text{м};$$

$$\left[\frac{m\lambda L}{l} \right] = \frac{\text{м} \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{м}.$$

Перевіримо формулу (11):

$$\left[\frac{m}{\sqrt{d^2 - m^2 \lambda^2}} \right] = \frac{1}{\text{м}}.$$

Дано:	СИ	Розв'язок:
$\lambda = 550 \text{ нм}$	$5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	$d = \frac{1 \cdot 5,5 \cdot 10^{-7} \cdot 1}{12 \cdot 10^{-2}} = 4,58 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 4,58 \text{ мкм};$
$L = 1 \text{ м}$		$n = \frac{1 \cdot 10^{-2}}{4,58 \cdot 10^{-6}} = 2180;$
$m = 1$		
$l = 12 \text{ см}$	$12 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	
$l' = 1 \text{ см}$	$1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	$m_{\max} \leq \frac{4,58 \cdot 10^{-6}}{5,5 \cdot 10^{-7}}; \quad m_{\max} = 8; \quad N = 2 \cdot 8 + 1 = 17;$
$l_{\Gamma} = 2,5 \text{ см}$	$2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	$\varphi_{\max} = \arcsin \frac{8 \cdot 5,5 \cdot 10^{-7}}{4,58 \cdot 10^{-6}} = \arcsin 0,96 = 73,9^{\circ} (73^{\circ} 54');$
		$R = 3 \cdot \frac{2,5 \cdot 10^{-2}}{4,58 \cdot 10^{-6}} = 1,64 \cdot 10^4;$
		$\delta\lambda = \frac{5,5 \cdot 10^{-7}}{1,64 \cdot 10^4} = 3,35 \cdot 10^{-11} (\text{м});$
		$D = \frac{2}{\sqrt{(4,58 \cdot 10^{-6})^2 - 4 \cdot (5,5 \cdot 10^{-7})^2}} = 4,5 \cdot 10^5 \frac{\text{рад}}{\text{м}}.$
		Відповідь:
$d - ?$		$d = 4,58 \text{ мкм};$
$n - ?$		$n = 2180;$
$N - ?$		$N = 17;$
$\varphi_{\max} - ?$		$\varphi_{\max} = 73,9^{\circ} (73^{\circ} 54');$
$R - ?$		$R = 1,64 \cdot 10^4;$
$\Delta\lambda - ?$		$\delta\lambda = 3,35 \cdot 10^{-11} \text{ м};$
$D - ?$		$D = 4,5 \cdot 10^5 \text{ рад/м}.$

7.3. ЗАДАЧА

для самостійного розв'язування

На щілину шириною $2 \cdot 10^{-3}$ см падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см. Визначити ширину зображення щілини на екрані, розташованому на відстані 1 м від неї. За ширину зображення щілини вважати відстань між першими дифракційними мінімумами, розташованими по обидві сторони від головного максимуму.

РОЗВ'ЯЗОК

1. На якому фізичному явищі базується умова задачі?

Інтерференція
Дифракція
Поляризація

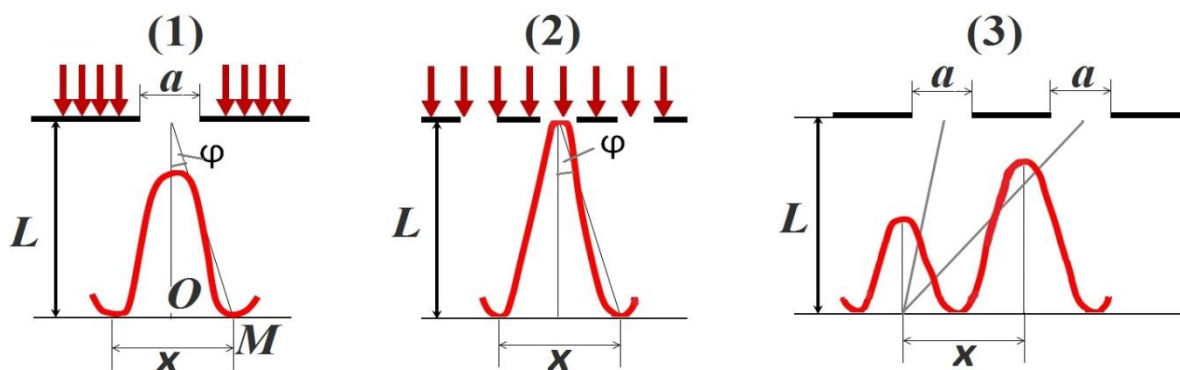
2. Дифракція пов'язана з

відбиттям світлових променів від поверхні розділу з менш оптично щільним середовищем
огинанням світлом перешкод і поширенням в зону геометричної тіні
розділенням світла в кристалі на два промені

3. Яка картина за умовою задачі буде спостерігатись на екрані?

чергування темних та світлих (одного кольору) смуг
чергування темних та світлих (одного кольору) кілець
чергування темних та райдужних полос

4. Оберіть малюнок, що відповідає умові задачі:



5. Яку величину необхідно визначити за умовою задачі (див. рис. п.4)?

a	L	x	OM	φ
-----	-----	-----	------	-----------

6. Оберіть формулу, що відповідає умові задачі.

$a \sin \varphi = m\lambda$	$d \sin \varphi = m\lambda$	$2OM = m\lambda$
-----------------------------	-----------------------------	------------------

7. Яке припущення необхідно використати для визначення ширини максимуму?

$\sin \varphi \approx 0$, бо кут φ малий
$\operatorname{tg} \varphi \approx 0$, бо кут φ малий
$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$, бо кут φ малий

8. Оберіть формулу для визначення ширини максимуму (див. рисунок п.4):

$OM = L \operatorname{tg} \varphi$	$2OM = 2L \operatorname{tg} \varphi$	$L = \frac{x}{2 \operatorname{tg} \varphi}$
------------------------------------	--------------------------------------	---

9. Оберіть кінцеву формулу для розрахунку ширини максимуму:

$\sin \varphi = \frac{m\lambda}{a}$	$OM = L \frac{m\lambda}{a}$	$x = 2L \frac{m\lambda}{a}$
-------------------------------------	-----------------------------	-----------------------------

10. Вкажіть одиницю шуканої величини.

с	рад	м	рад/см
---	-----	---	--------

11. Розрахуйте ширину максимуму.

$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-6}$
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

12. Виберіть правильну відповідь.

5 мкм	5 см	5 рад/см	5 рад
-------	------	----------	-------

13. Запишіть відповідь.

7.4. РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ

для самостійного розв'язування

На щілину шириною $2 \cdot 10^{-3}$ см падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см. Визначити ширину зображення щілини на екрані, розташованому на відстані 1 м від неї. За ширину зображення щілини вважати відстань між першими дифракційними мінімумами, розташованими по обидві сторони від головного максимуму.

РОЗВ'ЯЗОК

(зеленим кольором позначені правильні відповіді)

1. На якому фізичному явищі базується умова задачі?

Інтерференція
Дифракція
Поляризація

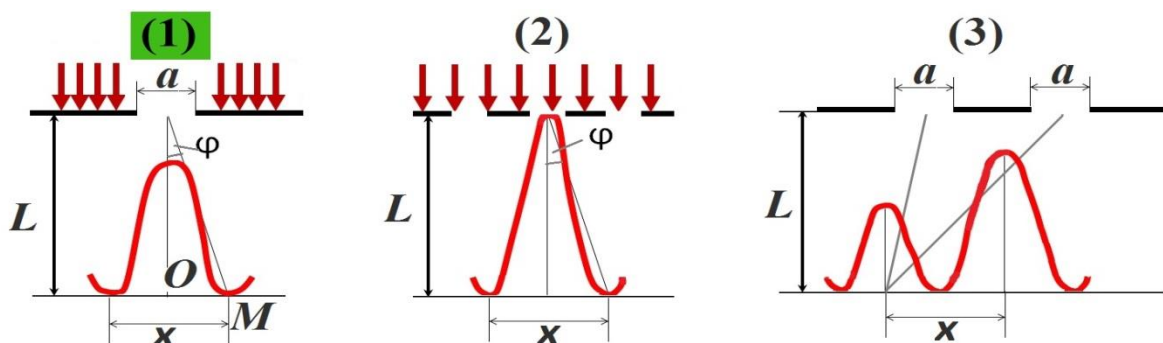
2. Дифракція пов'язана з

відбиттям світлових променів від поверхні розділу з менш оптично щільним середовищем
огинанням світлом перешкод і поширенням в зону геометричної тіні
розділенням світла в кристалі на два промені

3. Яка картина за умовою задачі буде спостерігатись на екрані?

чергування темних та світлих (одного кольору) смуг
чергування темних та світлих (одного кольору) кілець
чергування темних та райдужних полос

4. Оберіть малюнок, що відповідає умові задачі:



5. Яку величину необхідно визначити за умовою задачі (див. рис. п.4)?

a	L	x	$ OM $	φ
-----	-----	-----	--------	-----------

6. Оберіть формулу, що відповідає умові задачі:

$a \sin \varphi = m\lambda$	$d \sin \varphi = m\lambda$	$2OM = m\lambda$
-----------------------------	-----------------------------	------------------

7. Яке припущення необхідно використати для визначення ширини максимуму?

$\sin \varphi \approx 0$, бо кут φ малий
$\operatorname{tg} \varphi \approx 0$, бо кут φ малий
$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$, бо кут φ малий

8. Оберіть формулу для визначення ширини максимуму (див. рисунок п.4):

$OM = L \operatorname{tg} \varphi$	$2OM = 2L \operatorname{tg} \varphi$	$L = \frac{x}{2 \operatorname{tg} \varphi}$
------------------------------------	--------------------------------------	---

9. Оберіть кінцеву формулу для розрахунку ширини максимуму.

$\sin \varphi = \frac{m\lambda}{a}$	$OM = L \frac{m\lambda}{a}$	$x = 2L \frac{m\lambda}{a}$
-------------------------------------	-----------------------------	-----------------------------

10. Вкажіть одиницю шуканої величини.

с	рад	м	рад/см
---	-----	---	--------

11. Розрахуйте ширину максимуму.

$$x = 2L \frac{m\lambda}{a} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-5}}$$

$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-1}$	$5 \cdot 10^{-6}$
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

12. Виберіть правильну відповідь.

5 мкм	5 см	5 рад/см	5 рад
-------	------	----------	-------

13. Відповідь: $x = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 5 \text{ см}$.

7.5. ТЕСТИ

1. Довжина хвилі – це.....

1	відстань між найближчими точками, що коливаються в однаковій фазі
2	відстань, на яку поширюються коливання за один період
3	відстань між 1-ю та 2-ю пучностями стоячої хвилі
4	відстань, на яку поширюються коливання від джерела за 1 с

Відповідь надайте у вигляді номерів правильних відповідей через кому.

2. Монохроматичні хвилі – це.....

1	хвилі, обмежені в просторі
2	хвилі, які при накладанні не збурюють одна одну
3	хвилі однакової частоти, необмежені в просторі
4	хвилі, що переносять однакову енергію

3. Дифракцією називається.....

1	явище розкладання білого світла в спектр за довжиною хвилі
2	явище збільшення амплітуди коливань вдвічі в певних точках простору
3	будь-яке відхилення від прямолінійного розповсюдження хвиль в середовищах з різкими неоднорідностями
4	явище роздвоювання кристалами падаючих на них променів

4. Чому дорівнює різниця ходу світла від двох сусідніх зон Френеля?

1	2	3	4
$\lambda/4$	$\lambda/2$	λ	2λ

5. Дифракційна ґратка – це.....

1	система з 2х щілин у непрозорому екрані
2	система плоско-опуклих лінз
3	система паралельних щілин рівної ширини, що лежать в одній площині та розділені однаковими проміжками

6. Дифракційна ґратка освітлюється білим світлом. Вкажіть, якого кольору буде максимум нульового порядку.

1	Червоного
2	Білого
3	Жовтого
4	Фіолетового

7. Яка з наведених формул визначає дифракційні мінімуми від однієї щілини?

1	$b \sin \varphi = \pm \frac{(2m+1)\lambda}{2}$
2	$b \sin \varphi = \pm \frac{2m\lambda}{2}$
3	$2d \sin \varphi = m\lambda$

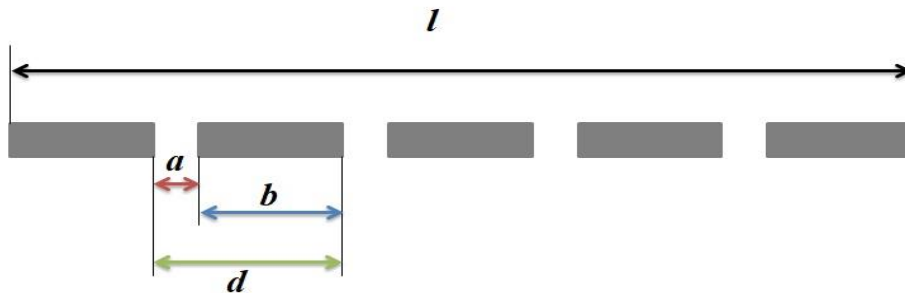
8. Яка з наведених формул визначає головні дифракційні максимуми для дифракційної ґратки?

1	$b \sin \varphi = m\lambda$
2	$b \sin \varphi = (2m+1)\lambda/2$
3	$d \sin \varphi = m(\lambda/N)$
4	$d \sin \varphi = m\lambda$

9. Яка з наведених формул є умовою для дифракційних максимумів від однієї щілини?

1	$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \lambda / 2$
2	$b \sin \varphi = m \lambda$
3	$(a + b) \sin \varphi = m \lambda$
4	$N(a + b) \sin \varphi = m \lambda$

10. На малюнку схематично зображена дифракційна ґратка.



Який відрізок називається постійною дифракційної ґратки?

1	2	3	4
a	b	d	l

11. Як називаються хвилі, різниця фаз між якими є постійною протягом часу?

1	Когерентні
2	Некогерентні
3	Електромагнітні
4	Механічні

12. Когерентними називаються хвилі, різниця фаз між якими.....

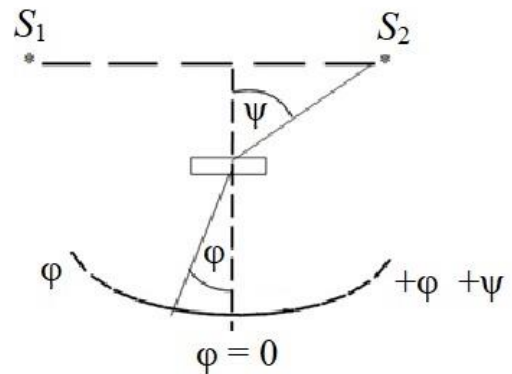
1	змінюється протягом часу
2	постійна протягом часу
3	збільшується протягом часу
4	дорівнює 0

13. Яка з наведених нижче формул визначає кутову дисперсію?

1	$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cdot \cos \varphi}$
2	$d\varphi = \frac{\lambda}{2N \cdot c \cdot \cos \varphi}$
3	$\frac{\lambda}{d\lambda} = N \cdot m$

14. Під яким кутом дифракції спостерігається дифракційний максимум нульового порядку від джерела S_2 ?

1	$\varphi_1 = 0$
2	$\varphi_4 = \psi $
3	$\varphi_2 = 2\psi $
4	$\varphi_5 = - \psi $



15. Для якої довжини хвилі кут дифракції буде найменшим у спектрі даного порядку?

1	$\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$
2	$\lambda = 5,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
3	$\lambda = 6,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$

16. Вкажіть, чому дорівнює різниця ходу променів червоного світла ($\lambda = 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$) для максимуму другого порядку в дифракційному спектрі.

1	$\Delta = 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
2	$\Delta = 15,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
3	$\Delta = 22,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$

17. Яка з дифракційних ґраток, що мають однакову протяжність, має найбільшу роздільну здатність? (d – постійна дифракційної ґратки).

1	$d = 0,02 \text{ см}$
2	$d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ см}$
3	$d = 10^{-2} \text{ см}$
4	$d = 10^{-3} \text{ см}$

18. Яка з дифракційних ґраток, постійні яких наведені в таблиці, має найбільшу кутову дисперсію у спектрі даного порядку? (d – постійна дифракційної ґратки).

1	$d = 0,02 \text{ см}$
2	$d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ см}$
3	$d = 10^{-2} \text{ см}$
4	$d = 10^{-3} \text{ см}$

19. Під яким кутом у спектрі даного порядку спостерігається дифракційний максимум світла з найбільшою довжиною хвилі?

1	2	3	4
15°	30°	45°	60°

20. Чому дорівнює різниця ходу променів, що приходять в дану точку від 4-ї та 6-ї зон Френеля?

1	2	3	4
$\Delta = 2\lambda$	$\Delta = \lambda$	$\Delta = \frac{3\lambda}{2}$	$\Delta = \frac{\lambda}{2}$

21. Чому дорівнює різниця ходу променів, що приходять в дану точку від 4-ї та 5-ї зон Френеля?

1	2	3	4
$\Delta = 2\lambda$	$\Delta = \lambda$	$\Delta = \frac{3\lambda}{2}$	$\Delta = \frac{\lambda}{2}$

22. Вкажіть порядок спектру, в якому хвилі довжиною $\lambda = 0,56$ мкм підсилюють одна одну за умови, що їхня різниця ходу $\Delta = 0,56$ мкм (спектри отримані від двох щілин).

1	2	3	4
$m = 4$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 5$

23. Маємо чотири дифракційні ґратки, що мають різну кількість штрихів. Вкажіть, яка з них має найбільшу роздільну здатність.

1	2	3	4
2500	1000	3000	6000

24. На щілину шириною 2 мкм падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м. Визначте кут, в напрямку якого буде спостерігатися другий дифракційний мінімум.

1	2	3	4
15°	30°	45°	60°

25. На дифракційну ґратку падає нормально пучок монохроматичного світла. Максимум другого порядку спостерігається під кутом ϕ , $\sin$ якого дорівнює 0,3. Визначте постійну ґратки d , якщо довжина хвилі падаючого світла $\lambda = 4,5 \cdot 10^{-7}$ м.

1	2	3	4
$3 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^6$	$9 \cdot 10^6$	$12 \cdot 10^6$

26. Визначте довжину хвилі світла λ , якщо для ґратки з періодом $d = 36 \cdot 10^{-7}$ м у спектрі третього порядку зорову трубу необхідно встановити під кутом 30° до осі коліматора.

1	2	3	4
$3 \cdot 10^7$ м	$6 \cdot 10^7$ м	$9 \cdot 10^7$ м	$12 \cdot 10^7$ м

27. Визначте кутову дисперсію дифракційної ґратки для $\lambda = 8 \cdot 10^{-5}$ см у спектрі другого порядку. Постійна ґратки дорівнює $2 \cdot 10^{-4}$ см.

1	2	3	4
$5 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$ рад/см	$10 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$ рад/см	$15 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$ рад/см	$20 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$ рад/см

28. Постійна дифракційної ґратки шириною 2,5 см дорівнює 2 мкм. Яку різницю довжин хвиль $\Delta\lambda$ може розділити ця ґратка в області жовтого світла ($\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$ см) у спектрі другого порядку?

1	2	3	4
$12 \cdot 10^{10}$ см	$18 \cdot 10^{10}$ см	$24 \cdot 10^{10}$ см	$30 \cdot 10^{10}$ см

29. Визначте найбільший порядок спектру m_{max} для жовтої лінії натрію $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м при нормальному падінні променів, якщо постійна дифракційної ґратки дорівнює $d = 4$ мкм.

1	2	3	4
2	4	6	8

30. Маємо чотири дифракційні ґратки однакової ширини, але з різними періодами ґратки....

1	$d = \frac{1}{50}$ см
2	$d = \frac{1}{1000}$ см
3	$d = \frac{1}{100}$ см
4	$d = \frac{1}{500}$ см

Вкажіть, для якої з них роздільна здатність найменша.

Відповіді:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1, 2	3	3	2	3	1	2	4	1	3	1	2	1	4	1
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	4	4	3	2	4	2	4	2	1	2	2	3	4	1

7.6. ЗАДАЧІ ДЛЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1. На дифракційну ґратку з періодом $2 \cdot 10^{-5}$ м падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі 500 нм. На екрані, розташованому на відстані 1 м, спостерігається дифракційна картина. Визначити: 1) відстань між центральним і першим головним максимумом; 2) загальну кількість максимумів, які спостерігаються на екрані.

Відповідь: $l = 2,5$ см; $N = 81$.

2. На дифракційну ґратку з періодом $2 \cdot 10^{-5}$ м падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі 500 нм. На екрані, розташованому на відстані 1 м, спостерігається дифракційна картина. Визначити: 1) відстань між центральним і другим головним максимумом; 2) кут дифракції, який відповідає останньому максимуму.

Відповідь: $l = 5$ см; $\varphi_{\max} = 90^\circ$.

3. На дифракційну ґратку з періодом $2 \cdot 10^{-5}$ м падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі 600 нм. На екрані, розташованому на відстані 1 м, спостерігається дифракційна картина. Визначити: 1) відстань між центральним і третім головним максимумом; 2) загальну кількість максимумів, які спостерігаються на екрані.

Відповідь: $l = 9$ см; $N = 67$.

4. На дифракційну ґратку падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі 500 нм. На екрані, розташованому на відстані 1 м, спостерігається дифракційна картина. Відстань між нульовим та першим головним максимумом 10 см. Визначити: 1) період ґратки; 2) кут дифракції, який відповідає останньому максимуму.

Відповідь: $d = 5 \cdot 10^{-6}$ м; $\varphi_{\max} = 14,5^\circ (14^\circ 30')$.

5. Дифракційна ґратка шириною 5 см розділяє в першому порядку дві спектральні лінії натру з довжинами хвиль 589 нм та 589,6 нм. Визначити роздільну здатність ґратки, період ґратки та кут, під яким буде спостерігатися максимум 3-го порядку світла з довжиною хвилі 600 нм. Світло падає на ґратку нормально.

Відповідь: $R = 982$; $d = 5 \cdot 10^{-6}$ м; $\varphi_{\max} = 20,7^\circ$ ($20^\circ 42'$).

6. Постійна дифракційної ґратки дорівнює 2,5 мкм. Визначити кутову дисперсію ґратки для світла з довжиною хвилі $5,89 \cdot 10^{-7}$ м у спектрі першого порядку.

Відповідь: $D_\varphi = 4,1 \cdot 10^5$ рад/м.

7. Світло від монохроматичного джерела ($\lambda = 600$ нм) падає нормально на діафрагму з отвором діаметром 6 мм. За діафрагмою на відстані 3 м від неї знаходиться екран. Яке число зон Френеля вкладається в отвір діафрагми? Яким буде центр картини на екрані: світлим або темним?

Відповідь: $m = 5$; світла пляма.

8. Визначити радіус перших двох зон Френеля, якщо відстань від джерела світла до хвильового фронту 1 м, відстань від хвильового фронту до точки спостереження 1 м. Довжина хвилі світла $\lambda = 500$ нм.

Відповідь: $r_1 = 5 \cdot 10^{-4}$ м, $r_2 = 7,07 \cdot 10^{-4}$ м.

9. На щілину шириною 20 мкм падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла ($\lambda = 500$ нм). Визначити ширину зображення щілини на екрані, віддаленому від щілини на відстань 1 м. Шириною зображення вважати відстань між першими головними дифракційними мінімумами, розташованими по обидва боки від головного максимуму освітленості. Яке число дифракційних мінімумів спостерігається на екрані?

Відповідь: $x = 0,05$ м, $N = 80$.

10. На дифракційну ґратку падає нормально паралельний пучок світла. Червону лінію ($\lambda = 700$ нм) у спектрі другого порядку можна спостерігати під кутом дифракції $\varphi = 30^\circ$. Визначити постійну дифракційної ґратки. Яке число штрихів нанесено на одиницю довжини цієї ґратки?

Відповідь: $d = 2,8 \cdot 10^{-6}$ м; $n = 3,57 \cdot 10^5$ м⁻¹.

11. На дифракційну ґратку нормально падає паралельний пучок світла від розрядної трубки. Якою повинна бути постійна дифракційної ґратки, щоб для

кута дифракції $\varphi = 41^\circ$ збігалися максимумами ліній $\lambda_1 = 656,3$ нм та $\lambda_2 = 410,2$ нм?

Відповідь: $d = 5 \cdot 10^{-6}$ м.

12. На дифракційну ґратку нормально падає паралельний пучок світла від розрядної трубки, наповненої гелієм. На яку лінію з довжиною хвилі λ_2 у спектрі третього порядку накладається червона лінія гелію ($\lambda_1 = 670$ нм) спектру другого порядку?

Відповідь: $\lambda_2 = 4,47 \cdot 10^{-7}$ м.

13. Визначити найбільший порядок спектру для лінії $\lambda = 526$ нм, якщо дифракційна ґратка має 500 штрихів на мм довжини. Яке число дифракційних максимумів спостерігається для такої ґратки?

Відповідь: $m_{\max} = 3, N = 7$.

14. Якою повинна бути постійна дифракційної ґратки, щоб в першому порядку спостерігався дублет натрію ($\lambda_1 = 589,0$ нм та $\lambda_2 = 589,6$ нм)? Ширина дифракційної ґратки $l = 2,5$ см.

Відповідь: $d = 2,5 \cdot 10^{-5}$ м.

15. Визначити кутову дисперсію дифракційної ґратки для $\lambda = 589$ нм у спектрі першого порядку. Період дифракційної ґратки дорівнює $2,5 \cdot 10^{-4}$ см.

Відповідь: $D_\varphi = 4,1 \cdot 10^5$ рад/м.

16. Точкове джерело світла з довжиною хвилі 500 нм, вісь отвору діаметром 4 мм у непрозорій діафрагмі та точка спостереження на екрані розташовані на одній лінії. Визначити відстань від екрану до площини діафрагми, якщо отвір відкриває 2 зони Френеля.

Відповідь: $b = 2$ м.

17. На діафрагму з круглим отвором падає нормально світло з $\lambda = 500$ нм. Для точки спостереження на відстані 1 м від неї в отворі відкриваються 2 зони Френеля. Визначити діаметр отвору.

Відповідь: $d = 2$ мм.

18. Радіус 4-ї зони Френеля дорівнює 3 мм (хвильовий фронт плоский). Визначити радіус 6-ї зони Френеля.

Відповідь: $r_6 = 3,67$ мм.

19. На щілину шириною 0,05 мм падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі 0,6 мкм. Визначити кут дифракції φ , під яким спостерігається 4-а темна дифракційна смуга.

Відповідь: $\varphi = 2^\circ 45'$.

20. На вузьку щілину падає нормально монохроматичне світло. Кут дифракції, що відповідає другій світлій дифракційній смузі, дорівнює 1° . Визначити ширину щілини у довжинах світла.

Відповідь: $N = 143$.

21. Дифракційна ґратка освітлюється монохроматичним світлом, що падає на неї нормально. Максимум другого порядку спостерігається під кутом дифракції 14° . Під яким кутом спостерігається максимум третього порядку?

Відповідь: $\varphi = 21^\circ 17'$.

22. Яким має бути період дифракційної ґратки, щоб у спектрі першого порядку були розділені лінії з довжинами хвиль $\lambda_1 = 404,4$ нм та $\lambda_2 = 404,7$ нм? Ширина ґратки 3 см.

Відповідь: $d = 2,23 \cdot 10^{-5}$ м.

23. Яку різницю довжин хвиль може розділити дифракційна ґратка в області світла з довжиною хвилі $\lambda = 700$ нм у спектрі 3-го порядку, якщо ширина ґратки 3 см, а її період $d = 2 \cdot 10^{-5}$ м?

Відповідь: $\Delta\lambda = 1,56 \cdot 10^{-10}$ м.

24. Визначити ширину ґратки, яка розділяє різницю довжин хвиль $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-10}$ м, у спектрі другого порядку в області світла з довжиною хвилі 500 нм, якщо період ґратки становить $d = 2 \cdot 10^{-5}$ м?

Відповідь: $l = 2,5$ см.

25. На щілину шириною 2,55 мкм падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 425$ нм. Визначити порядок дифракційного мінімуму, який спостерігається під кутом дифракції $\varphi = 30^\circ$.

Відповідь: $m = 3$.

Додаток 1 ОДИНИЦІ І РОЗМІРНОСТІ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

Кожна фізична величина має свою одиницю виміру. **Одиниці фізичних величин утворюють систему одиниць.** Для побудови системи одиниць довільно вибирають одиниці декількох фізичних величин, які не залежать одна від іншої. Ці **оддиниці** називаються **основними**. Інші одиниці виводяться із законів, які пов'язують ці одиниці з основними одиницями. Ці одиниці називаються **похідними одиницями**.

В Україні за **Державним стандартом** є обов'язковою до застосування **Система Інтернаціональна (СІ)**. Вона побудована на семи основних одиницях (**метр, кілограм, секунда, моль, кельвін, ампер, кандела**) і двох додаткових одиницях (**радіан, стерадіан**).

Розмірність фізичної величини – її вираз в основних одиницях, позначається символом **dim**.

Таблиця Д 1.1. **Одиниці і позначки розмірностей основних одиниць СІ**

Фізична величина	Позначення фізичної величини	Одиниця фізичної величини	Розмірність фізичної величини
маса	m	кг (кілограм)	$\dim m = M$
час	t	с (секунда)	$\dim t = T$
довжина	l	м (метр)	$\dim l = L$
кількість речовини	ν	моль	$\dim \nu = N$
температура	T	К (кельвін)	$\dim T = \Theta$
сила струму	I	А (ампер)	$\dim I = I$
сила світла	I	кд (кандела)	$\dim I = J$

Запишемо, наприклад, **розмірність сили F** .

За другим законом Ньютона $F = ma$, де m – маса тіла; a – прискорення тіла. Одиниці: маси – $[m] = \text{кг}$, прискорення – $[a] = \text{м/с}^2$. Позначка розмірності маси $\dim m = M$. Одиниця прискорення – похідна одиниця. Вона виражається через довжину і час. Одиниця виміру: довжини $[l] = \text{м}$, часу $[t] = \text{с}$, розмірності цих величин позначаються, відповідно, $\dim l = L$. $\dim t = T$.

Тоді $[F] = [ma] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$ і розмірність сили $\dim F = MLT^{-2}$.

Додаток 2

Таблиця Д 2.1 – Основні фізичні сталі

Величина	Позначення	Значення величини
Швидкість світла у вакуумі	c	$2,99793 \cdot 10^8$ м/с
Стала Авогадро	N_A	$6,022 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Універсальна газова стала	R	$8,31441$ Дж/(моль · К)
Молярний об'єм ідеального газу при нормальних умовах	V_0	$22,4138 \cdot 10^{-3}$ м ³ /моль
Стала Больцмана	k	$1,38066 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Електрична стала	ϵ_0	$8,854187 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Елементарний заряд (модуль заряду електрона)	e	$1,60217 \cdot 10^{-19}$ Кл
Маса спокою електрона	m_e	$9,10939 \cdot 10^{-31}$ кг

Таблиця Д 2.2 – Префікси і позначення для кратних і частинних одиниць фізичних величин в СІ

Множник	Префікс	Позначення	Множник	Префікс	Позначення
10^{12}	тера	Т	10^{-1}	деці	д
10^9	гіга	Г	10^{-2}	санті	с
10^6	мега	М	10^{-3}	мілі	м
10^3	кіло	к	10^{-6}	мікро	мк
10^2	гекто	г	10^{-9}	нано	н
10	дека	да	10^{-12}	піко	п

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : у 3 т. Т. 1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик ; за ред. проф. І. М. Кучерука. – К. : Техніка, 2006. – 532 с.
2. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : у 3 т. Т. 2. Електрика і магнетизм : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик ; за ред. проф. І. М. Кучерука. – К. : Техніка, 2001. – 452 с.
3. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : у 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. проф. І. М. Кучерука. – К. : Техніка, 1999. – 518 с.
4. Лопатинський І.Є. та ін. Збірник задач з фізики : навч. посіб. / І. Є. Лопатинський, І. Р. Зачек, В. М. Серeda та ін. – Львів: Нац. ун-т «Львів. політехніка», 2003. – 124 с.
5. Гапochenко С.Д. Механіка : навч.-метод. посіб. для самостійної роботи з дисципліни «Фізика» / С. Д. Гапochenко. – Харків : ТОВ «В СПРАВІ», 2021. – 116 с.
6. Фізика: навч.-метод. посіб. для дистанційного навчання / Н. Б. Фат'янова, Т. М. Шелест, І. В. Галушак, Ю. В. Меньшов. – Харків : НТУ «ХПІ», 2021. – 164 с.
7. Водоріз О. С. Оптика, атомна і ядерна фізика [Електронний ресурс] : навч. посіб. / О. С. Водоріз, О. А. Любченко, Т. В. Тавріна. – Нац. техн. ун-т «Харків. політехн. ін-т». – Електрон. текст. дані. – Харків, 2021. – 159 с.
8. Водоріз О. С. Оптика, атомна і ядерна фізика: посібник з розв'язання задач [Електронний ресурс] : навч.-метод. посіб. / О. С. Водоріз, О. А. Любченко, Т. В. Тавріна : Нац. техн. ун-т «Харків. політехн. ін-т». – Електрон. текст. дані. – Харків, 2021. – 172 с.
9. Гапochenко С. Д. Електромагнетизм : у 2 ч. Ч. 1. Електрика. Постійний електричний струм [Електронний ресурс] : навч. посіб. / С. Д. Гапochenко – Дніпро : Середняк Т. К., 2023. – 131 с.

ЗМІСТ	Стор.
Вступ.....	3
1. ТЕМА 1: КІНЕМАТИКА ТІЛА, КИНУТОГО ПІД КУТОМ ДО ГОРИЗОНТУ.....	4
1.1.Короткі теоретичні відомості	4
1.2. Приклади розв’язання задач.....	9
1.3. Задача для самостійного розв’язування.....	16
1.4. Розв’язок задачі для самостійного розв’язування.....	19
1.5. Тести.....	21
1.6. Задачі для індивідуальної самостійної роботи.....	27
2. ТЕМА 2: ЗАКОНИ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ ТА ПЕРШИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ.....	31
2.1.Короткі теоретичні відомості	31
2.2. Приклади розв’язання задач.....	42
2.3. Задача для самостійного розв’язування.....	47
2.4. Розв’язок задачі для самостійного розв’язування.....	51
2.5. Тести.....	54
2.6. Задачі для індивідуальної самостійної роботи.....	63
3. ТЕМА 3: ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦІЇ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛІВ.....	64
3.1.Короткі теоретичні відомості	64
3.2. Приклади розв’язання задач.....	66
3.3. Задача для самостійного розв’язування.....	72
3.4. Розв’язок задачі для самостійного розв’язування.....	74
3.5. Тести.....	76
3.6. Задачі для індивідуальної самостійної роботи.....	81
4. ТЕМА 4: ЗАКОНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ.....	86
4.1.Короткі теоретичні відомості	86
4.2. Приклади розв’язання задач.....	92
4.3. Задача для самостійного розв’язування.....	103
4.4. Розв’язок задачі для самостійного розв’язування.....	106
4.5. Тести.....	109

4.6. Задачі для індивідуальної самостійної роботи.....	115
5. ТЕМА 5: ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦІЇ МАГНІТНИХ ПОЛІВ.....	123
5.1.Короткі теоретичні відомості	123
5.2. Приклади розв’язання задач.....	133
5.3. Задача для самостійного розв’язування.....	140
5.4. Розв’язок задачі для самостійного розв’язування.....	142
5.5. Тести.....	144
5.6. Задачі для індивідуальної самостійної роботи.....	151
6. ТЕМА 6: ДОДАВАННЯ МЕХАНІЧНИХ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ОДНАКОВОЇ ЧАСТОТИ.....	157
6.1.Короткі теоретичні відомості	157
6.2. Приклади розв’язання задач.....	163
6.3. Задача для самостійного розв’язування.....	167
6.4. Розв’язок задачі для самостійного розв’язування.....	168
6.5. Тести.....	170
6.6. Задачі для індивідуальної самостійної роботи.....	179
7. ТЕМА 7: ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА.....	184
7.1.Короткі теоретичні відомості	184
7.2. Приклади розв’язання задач.....	196
7.3. Задача для самостійного розв’язування.....	200
7.4. Розв’язок задачі для самостійного розв’язування.....	202
7.5. Тести.....	204
7.6. Задачі для індивідуальної самостійної роботи.....	211
Додаток 1.....	215
Додаток 2.....	216
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	217

Навчальне видання

Авторський колектив :

ГАПОЧЕНКО Світлана Дмитрівна

ЛЮБЧЕНКО Олена Анатоліївна

АНДРЕЄВА Ольга Миколаївна

АНДРЕЄВ Олександр Миколайович

ВЕРЕТЕННИКОВА Юлія Ігорівна

ВОДОРІЗ Ольга Станіславівна

ГАЛУЩАК Ірина Володимирівна

ШЕЛЕСТ Тетяна Миколаївна

ФІЗИКА

ТЕМАТИЧНІ ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Навчально-методичний посібник

для студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів

Роботу до видання рекомендував Дроздов А.М.

Відповідальна за випуск Гапochenко С. Д.

В авторській редакції

План 2023 р., поз. 96

Підп. до друку: березень 2024 р.

Гарнітура Times New Roman. Друк. арк. 7,8.

Видавничий центр НТУ «ХП»

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2017 р.
61002, Харків, вул. Кирпичова, 2

Електронне видання