

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
"ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"

Г. А. Крутіков, М. Г. Стрижак

**ЧАСТОТНІ МЕТОДИ ЯК ОСНОВА ПРОЄКТУВАННЯ
ЕЛЕКТРОГІДРАВЛІЧНИХ СЛІДКУЮЧИХ СИСТЕМ**

Навчально-методичний посібник
для студентів першого (бакалаврського) рівня підготовки
спеціальності 131 – Прикладна механіка

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 3 від 12.10.23 р.

Харків
НТУ «ХП»
2024

УДК 62-82 (075)

К 84

Рецензенти:

Г. І. Каноук, д-р техн. наук, професор, завідувач кафедру
«Автоматизації, метрології та енергозберігаючих технологій»,
Українська інженерно-педагогічна академія;

А. В. Гайдамака, д-р техн. наук, професор, Національний
технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

Крутіков Г.А., Стрижак М.Г.

К 84 Частотні методи як основа проектування електрогідравлічних
слідкуючих систем : навчально-методичний посібник для
студентів першого (бакалаврського) рівня підготовки
спеціальності 131 – Прикладна механіка / Г. А. Крутіков,
М. Г. Стрижак. – Харків : ФОП Панов А. М., 2024. – 76 с.

ISBN 978-617-05-0457-9

Розглянуто теоретичні передумови і методику практичного застосування частотного методу дослідження в теорії автоматичного управління. У першій частині посібника викладено фізичні основи частотних характеристик та принципи дослідження динаміки систем автоматичного регулювання на основі частотних методів. У другій частині показана трансформація методу логарифмічних амплітудно-частотних характеристик в інженерну методику, яка дозволяє провести динамічний аналіз і синтез електрогідравлічного слідкуючого приводу.

Призначено для студентів бакалаврського рівня підготовки спеціальності «Прикладна механіка» та інших технічних спеціальностей.

Лл. 56. Табл. 5. Бібліогр. назв. 4

УДК 62-82 (075)

ISBN 978-617-05-0457-9

© Крутіков Г. А., Стрижак М. Г., 2024
© НТУ «ХПІ», 2024

ВСТУП

Надзвичайно широке застосування частотних характеристик у теорії автоматичного керування (ТАК) пояснюється низкою факторів:

- простота отримання інформації про запаси стійкості системи автоматичного керування (САК) за допомогою графо-аналітичного методу побудови частотних характеристик;

- наочність отриманого результату, що дає можливість оцінити вплив різних параметрів системи на запаси стійкості без повторних розрахунків.

Їх застосування тісно пов'язане з використанням дійсної та уявної площин, тож згадаємо це поняття на прикладі визначення числа z за рисунком 1.

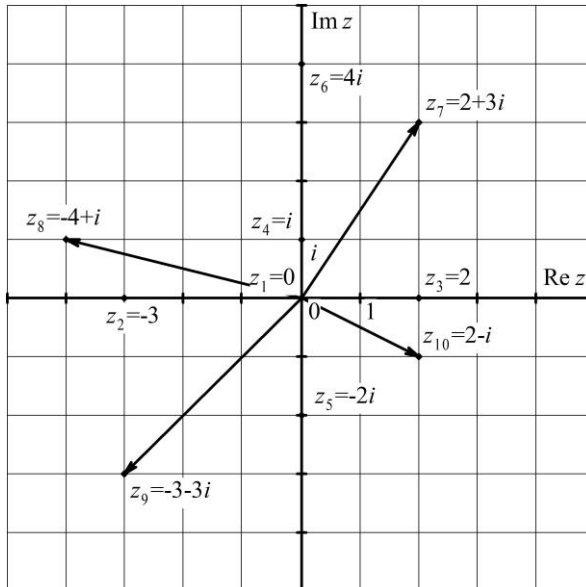
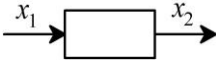


Рис. 1. Дійсна Re та комплексна Im площини для визначення числа z

1. ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ САК

Частотні характеристики описують усталені вимушені коливання на виході ланки, викликані гармонійним впливом на вході.



Нехай на вхід лінійної розімкненої системи, зображеної на рис. 1.1, подано гармонійний вплив

Рис. 1.1. Ланка САК

$$x_1 = X_1 \cdot \cos \omega t, \quad (1)$$

де X_1 – амплітуда коливань; ω – кутова частота гармонійного впливу.

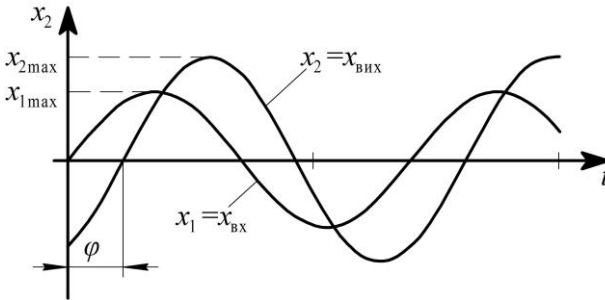


Рис. 1.2. Гармонійні вхідний і вихідний сигнали

Через деякий час після подачі такого впливу, після закінчення перехідного процесу, на виході системи з'являється також гармонійні коливання, що мають таку саму частоту, але у загальному випадку зсунуті за фазою відносно вхідної величини на кут φ , тобто

$x_2 = X_2 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ і мають іншу амплітуду (рис. 1.2).

Представимо x_1 та x_2 у символічній формі

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1 \cdot e^{j\omega t}; \\ x_2 &= x_2 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}. \end{aligned} \quad (2)$$

У символічній формі $\cos \omega t = e^{j\omega t}$, замість точного значення $x_1 = \frac{X_1}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) = x_1' + x_1''$ – на основі формули Ейлера.

Щоб з'ясувати співвідношення між x_1 та x_2 скористаємося диференційним рівнянням ланки

$$a_0 \frac{d^n x_2}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x_2}{dt^{n-1}} + \dots + a_n x_2 = b_0 \frac{d^m x_1}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x_1}{dt^{m-1}} + \dots + b_m x_1; \quad (3)$$

Продиференціюємо рівняння (2) за t

$$\begin{aligned} \frac{dx_2}{dt} &= X_2 j\omega e^{j(\omega t + \varphi)}; \\ \frac{d^2 x_2}{dt^2} &= X_2 (j\omega)^2 e^{j(\omega t + \varphi)}, \dots, \frac{d^n x_2}{dt^n} = X_2 (j\omega)^n e^{j(\omega t + \varphi)}; \\ \frac{dx_1}{dt} &= X_1 j\omega e^{j\omega t}; \\ \frac{d^2 x_1}{dt^2} &= X_1 (j\omega)^2 e^{j\omega t}, \dots, \frac{d^m x_1}{dt^m} = X_1 (j\omega)^m e^{j\omega t}. \end{aligned} \quad (4)$$

Підставимо отримані рівняння (4) у (3):

$$\begin{aligned} \left[a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n \right] X_2 e^{j(\omega t + \varphi)} &= \\ = \left[b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m \right] X_1 e^{j\omega t}; \end{aligned} \quad (5)$$

З рівняння (5) отримаємо

$$\frac{X_2}{X_1} e^{j\varphi} = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n} = W(j\omega). \quad (6)$$

$W(j\omega)$ – це комплексне число, модуль якого дорівнює відношенню амплітуди вихідної величини до амплітуди вхідної, а аргумент – зсуву фаз вхідної і вихідної величин:

$$\text{mod } W(j\omega) = |W(j\omega)| = \frac{X_2}{X_1}; \quad \arg W(j\omega) = \varphi.$$

Тобто якщо у значення передвальної функції САК (або її окремої ланки) замість s підставити $j\omega$, то формально можна отримати частотну передавальну функцію.

Вираз (6) можна записати у вигляді:

$$W(j\omega) = \frac{A + jB}{C + jD} = \frac{(A + jB)}{(C + jD)} \times \frac{(C - jD)}{(C - jD)} = \frac{AC + BD}{C^2 + D^2} + j \frac{BC - AD}{C^2 + D^2} = \quad (7)$$

$$= P(\omega) + jQ(\omega),$$

де $P(\omega)$ – дійсна складова частотної функції;

$Q(\omega)$ – уявна складова частотної функції.

$W(j\omega)$ можна навести в іншій формі:

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}, \quad (8)$$

де $|W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = A(\omega)$ – модуль частотної передавальної функції (*амплітуда*);

$\varphi(\omega) = \arctg \frac{P(\omega)}{Q(\omega)}$ – фаза частотної передавальної функції.

Для наочного подання частотних властивостей САК (або її ланки) застосовуються *частотні характеристики*.

1.1. Амплітудно-фазова частотна характеристика

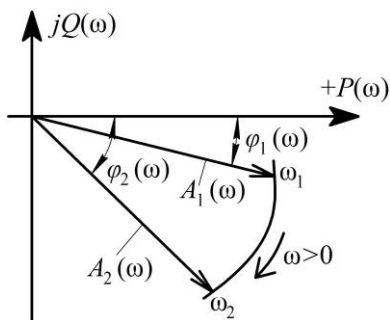


Рис. 1.3. Побудова АФЧХ САК

При деякому фіксованому значенні частоти ω вхідного сигналу комплексна частотна функція $W(j\omega)$ являтиме собою вектор з амплітудою $A(\omega)$ і аргументом $\varphi(\omega)$ (рис. 1.3.). Різним значенням ω будуть відповідати різні значення $A(\omega)$ і $\varphi(\omega)$. Якщо змінювати ω від 0 до нескінченності, можна отримати безліч різних векторів. Огинаюча, проведена через кінці цих векторів називається **амплітудно-фазовою частотною характеристикою (АФЧХ)**. Іноді вираз, відповідний $W(j\omega)$ називають **частотною передавальною функцією**.

Отже, амплітудно-фазовою частотною характеристикою або АФЧХ називається лінія, побудована на комплексній площині, що поєднує кінці радіусів-векторів, довжини яких дорівнюють відношенню амплітуд вихідного і вхідного сигналів (A), а кут, який утворює вектор з додатним напрямком дійсною віссю, дорівнює різниці фаз вихідного і вхідного сигналів для частот (ω), що змінюються від 0 до ∞ .

Приблизний вигляд частотних характеристик ланок САК наведений на рис. 1.4.

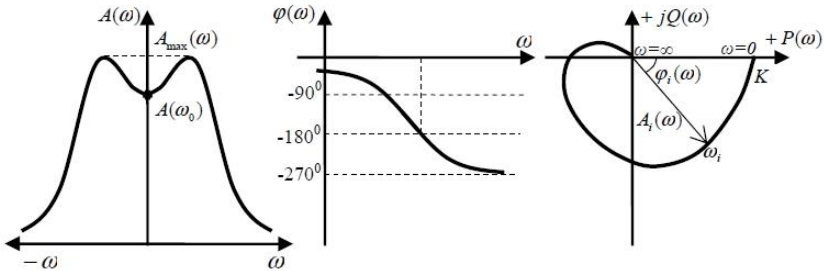


Рис. 1.4. Частотні характеристики САК

Приклад. Нехай ϵ частотна передавальна функція

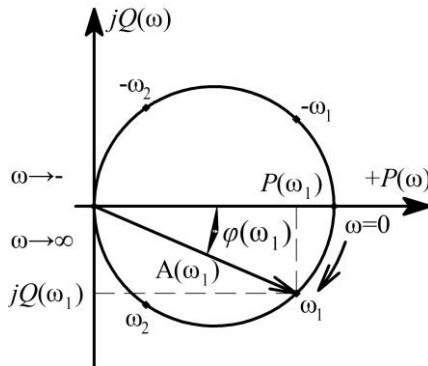
$$W(j\omega) = \frac{1}{Tj\omega + 1}.$$


Рис. 1.5. Побудова АФЧХ ланки з $W(j\omega) = \frac{1}{Tj\omega + 1}$.

Основні властивості ФЧХ:

1) число квадрантів, де проходить ФЧХ не вище, ніж порядок диференційного рівняння;

2) АФЧХ, побудовані при зміні ω від 0 до $+\infty$ і від 0 до $-\infty$, симетричні.

3) можна побудувати залежності амплітуди і фази від частоти (рис. 1.6).

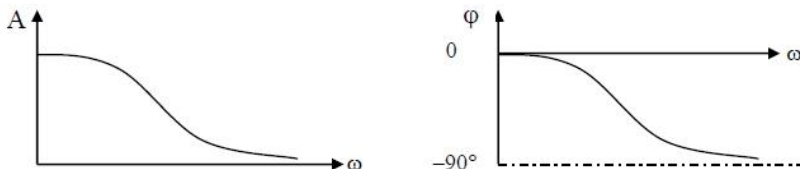


Рис. 1.6. Залежності амплітуди та фази від частоти у АФЧХ

Між перехідною функцією та АФЧХ динамічної системи існує певний зв'язок, адже вони отримуються з одного й того самого диференційного рівняння. У першому випадку на вхід подається вплив типу одиничного стрибка, у другому випадку – синусоїдальне збурення. Цей зв'язок дає можливість за АФЧХ системи побудувати її перехідну функцію, не вирішуючи рівняння. Для цього зазвичай використовується дійсна частина частотної АФЧХ. За графіком перехідної функції можна отримати криву перехідного процесу при східчастому впливі, помноживши усі координати перехідної функції на вхідну величину.

За наявною перехідною функцією, отриманою, наприклад, експериментальним шляхом, можна побудувати АФЧХ. Це зазвичай робиться при автоматизації складних технологічних об'єктів, у яких розрахунковим шляхом неможна отримати ні перехідну функцію, ні частотні характеристики.

1.2. Логарифмічні частотні характеристики

Нехай задана частотна передавальна функція

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}, \quad (9)$$

де $A(\omega)$ – амплітуда; $\varphi(\omega)$ – фаза.

Прологарифмуємо вираз (9)

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + e^{j\varphi(\omega)}, \quad (10)$$

тобто логарифм $W(j\omega)$ – це комплексний вираз, де дійсна частина – \ln модуль, а уявна частина – фаза.

Вираз $\ln A(\omega)$ – логарифмічна амплітудна частотна характеристика (ЛАЧХ), а $\varphi(\omega)$ – логарифмічна фазова частотна характеристика (ФЧХ).

Для практичної мети зручно користуватися десятинними логарифмами і будувати окремо логарифмічну амплітудну частотну характеристику (ЛАЧХ) і логарифмічну фазову частотну характеристику (ФЧХ). Це пояснюється тим, що:

1). в логарифмічних координатах кривизна характеристик змінюється, виникає можливість у переважній більшості практичних випадків спрощено зображувати амплітудні частотні характеристики ламаними лініями;

2). зручно будувати амплітудні частотні характеристики послідовно з'єднаних ланок САК.

При такому способі побудови положення конкретних частот на вісі відповідає значенням їх десятинних логарифмів. Іншою мовою, у звичайному лінійному масштабі по горизонтальній вісі відкладаються не самі частоти ω , а значення $\lg \omega$. Кутова частота, як і зазвичай, вимірюється в 1/с (рад/с), але враховуючи специфіку застосовуваного масштаба одиницею виміру за віссю абсцис є декада (рис. 1.7).

На рис. 1.7 вище горизонтальної вісі вказані значення частот, нижче вісі – їх десятинних логарифмів.

Амплітудна частотна характеристика в логарифмічних координатах будується зазвичай у вигляді залежності $20 \cdot \lg A$ від $\lg \omega$. Фазова частотна характеристика будується у вигляді залежності φ від $\lg \omega$. Величина $20 \cdot \lg A$ позначається $L(\omega)$. В якості одиниці виміру цієї величини використовується **децибел**, рівний одній десятій бела. **Бел** – це одиниця виміру десятинного логарифму коефіцієнта підсилення потужності сигналу, тобто 1 бел відповідає підсиленню потужності у 10 разів, 2 бела – у 100 разів, 3 бела – у 1000 разів і т. д. Враховуючи що потужність сигналу пропорційна квадрату амплітуди, а $\lg A^2 = 2 \cdot \lg A$, то підсилення у белах, виражене через відношення

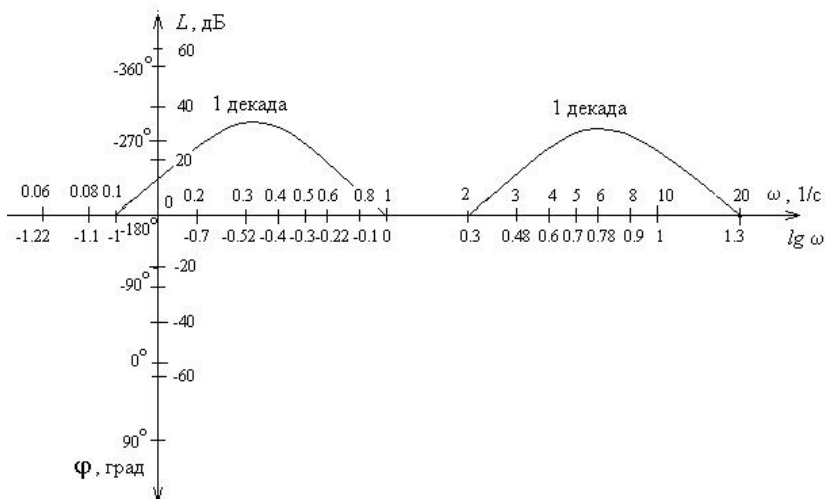


Рис. 1.7. Логарифмічна шкала

амплітуд A дорівнює $2 \cdot \lg A$. Відповідно, в децибелах воно дорівнює $20 \cdot \lg A$. При цьому існують співвідношення між значеннями $A(\omega)$ і $L(\omega)$ (табл. 1).

Таблиця 1 – Співвідношення між значеннями $A(\omega)$ і $L(\omega)$

$A(\omega)$	0,001	0,01	0,1	0,316	0,89	1	1,12	3,16	10	100	1000
$L(\omega)$, дБ	-60	-40	-20	-10	-1	0	1	10	20	40	60

Логарифмічна фазова частотна характеристика (ФЧХ) будується в напівлогарифмічних координатах, тобто у вигляді залежності φ від $\lg \omega$, щоб обидві характеристики були пов'язані одним масштабом по вісі абсцис. Використання логарифмічного масштабу на осі ординат фазової характеристики не має сенсу, адже фазовий зсув низки ланок виходить просто у вигляді суми фазових зсувів на окремих її ланках. По вісі абсцис відкладається частота ω у логарифмічному масштабі, тобто наносяться позначки, відповідні $\lg \omega$, а біля них пишеться саме значення частоти ω , [рад/сек] (рис. 1.8.). У першому випадку одиницею прирошення $\lg \omega$ є декада (інтервал частот, що

розташований між довільним значенням ω і 10ω : $\lg 10\omega - \lg \omega = \lg 10 = 1$, тобто відрізок між ω і 10ω не залежить від абсолютного значення ω). Застосовується також поділ вісі абсцис на октави (інтервал частот, розташований між довільним значенням ω і 2ω : $\lg 2\omega - \lg \omega = \lg 2$, теж не залежить від абсолютного значення ω). Тобто октава відповідає зміні частоти у два рази, одна октава дорівнює 0,303 декади (рис. 1.9).

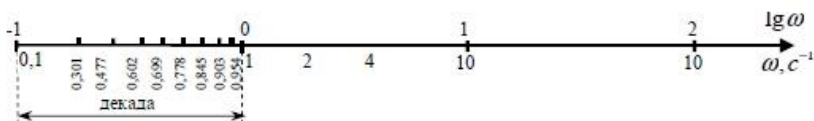


Рис. 1.8. Логарифмічний масштаб вісі частот

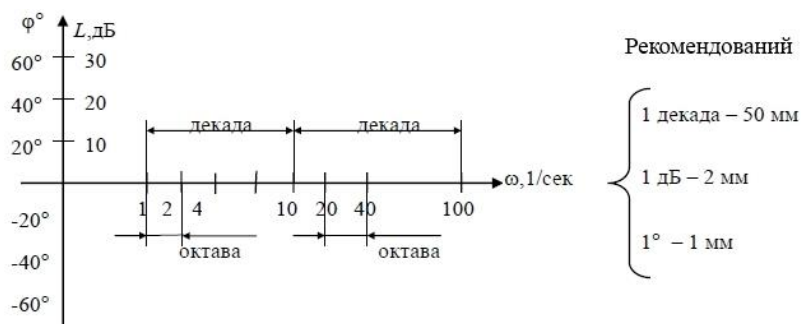


Рис. 1.9. Поділ вісі частот на октави і декади

При використанні логарифмічного масштабу точка, що відповідає $\omega = 0$, знаходиться зліва у нескінченності, тому логарифмічні характеристики будуються не від нульової частоти, а від частоти малого, але кінцевого значення ω , яке і відкладається у точці перетину координатних вісей.

На практиці для нанесення логарифмічного масштабу можна користуватися виразом:

$$m_{\omega}, [\text{мм}] = m_{\text{дек}}, [\text{мм}] \cdot \lg \omega,$$

де: ω – кутова частота; $m_{\text{дек}}$ – довжина декади у міліметрах, m_{ω} – довжина відрізка від початку декади до заданої частоти (рис. 1.9).

Приклад побудованих ЛАЧХ та ФЧХ наведений на рис. 1.10.

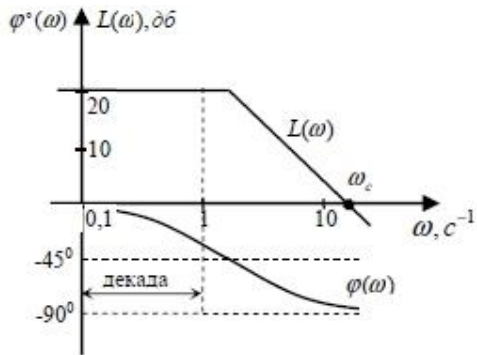


Рис. 1.10. Логарифмічні амплітудна і фазова частотні характеристики

2. ПОБУДОВА ЛОГАРИФМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТИПОВИХ ЛАНОК

Розглянемо деякі приклади побудови логарифмічних характеристик, що дозволяють віднайти основні закономірності їх формування.

2.1. Безінерційна ланка

Передвальна функція має вигляд: $W(s) = K$, отже амплітуда $A(\omega) = K$, ЛАЧХ $L(\omega) = 20 \lg K$, ФЧХ $\varphi(\omega) = 0$. Характеристики показані на рис. 2.1.

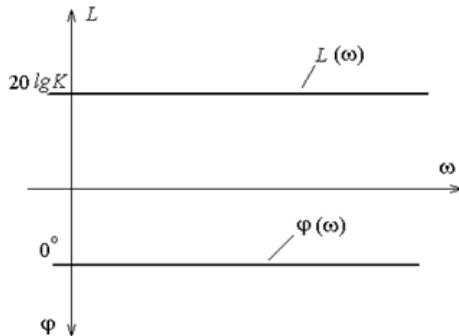


Рис. 2.1. ЛАЧХ та ФЧХ безінерційної ланки

2.2. Ідеальна диференційна ланка $K = 1$

Передвальна функція має вигляд: $W(s) = s$, отже амплітуда $A(\omega) = \omega$, ЛАЧХ $L(\omega) = 20 \lg \omega$, ФЧХ $\varphi(\omega) = 90^\circ$. Характеристики показані на рис. 2.2.

Оскільки вздовж горизонтальної вісі використовується лінійний масштаб для $\lg \omega$, графік $L(\omega)$ буде являти собою пряму лінію (рис. 2.2). Її нахил прийнято вимірювати в децибелах на декаду (дБ/дек). У прикладі, що розглядається при збільшенні ω у 10 разів, тобто на одну декаду, $L(\omega)$ отримає прирощення:

$$\Delta L(\omega) = 20 \lg 10\omega - 20 \lg \omega = 20 \lg 10 + 20 \lg \omega - 20 \lg \omega = 20 \lg 10 = 20 \text{ дБ.}$$

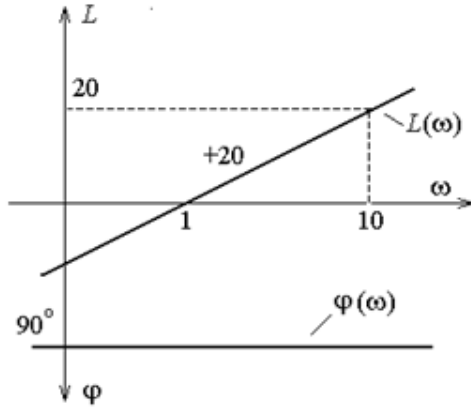


Рис. 2.2. – ЛАЧХ та ФЧХ ідеальної диференційної ланки при $K = 1$

Тому нахил ЛАЧХ у цьому випадку складає $+20$ дБ/дек. При $\omega = 1$ $\lg \omega = 0$, і ЛАЧХ перетне горизонтальну вісь.

2.3. Ідеальна диференційна ланка (загальний випадок)

Передвальна функція має вигляд: $W(s) = K \cdot s$, отже амплітуда $A(\omega) = K \cdot \omega$, ЛАЧХ $L(\omega) = 20 \lg K \omega = 20 \lg K + 20 \lg \omega$, ФЧХ $\varphi(\omega) = 90^\circ$. Характеристики показані на рис. 2.3.

ЛАЧХ також буде являти собою пряму з нахилом $+20$ дБ/дек і у порівнянні з попереднім прикладом буде проходити на $20 \lg K$ децибел вище (рис. 2.3).

Точка перетину ЛАЧХ з горизонтальною віссю може бути знайдена з умови:

$$L(\omega_1) = 20 \lg K \cdot \omega_1 = 0,$$

звідки $K \cdot \omega_1 = 1$; , $\omega_1 = \frac{1}{K}$.

При $\omega = 1$ значення ЛАЧХ складе $L(1) = 20 \lg K$.

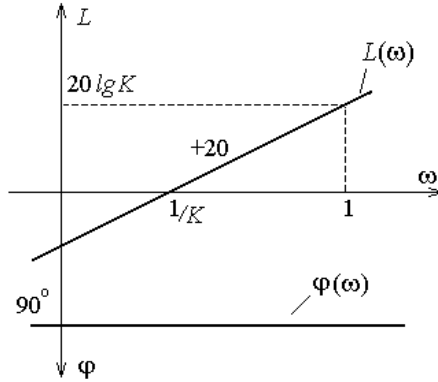


Рис. 2.3. – ЛАЧХ та ФЧХ ідеальної диференційної ланки у загальному випадку

2.4. Ідеальна ланка з передавальною функцією $W(s) = K \cdot s^2$

Амплітуда $A(\omega) = K \cdot \omega^2$, ЛАЧХ
 $L(\omega) = 20 \lg K \cdot \omega^2 = 20 \lg K + 40 \lg \omega$, ФЧХ $\varphi(\omega) = 180^\circ$.
 Характеристики показані на рис. 2.4.

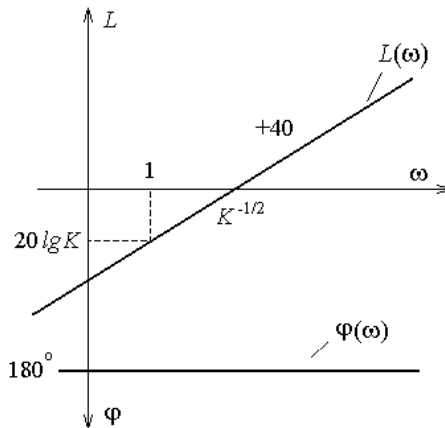


Рис. 2.4. – ЛАЧХ та ФЧХ ідеальної ланки з передавальною функцією $W(s) = K \cdot s^2$

ЛАЧХ залишається прямою лінією, але її нахил порівняно з попереднім випадком збільшиться у 2 рази (рис. 2.4). ЛАЧХ перетинає горизонтальну вісь при $K \cdot \omega_1^2 = 1$; звідки $\omega_1 = K^{-\frac{1}{2}}$. При $\omega = 1$ значення ЛАЧХ складе $L(1) = 20 \lg K$.

2.5. Ідеальна інтегруюча ланка

Передвальна функція має вигляд: $W(s) = \frac{K}{s}$, отже амплітуда $A(\omega) = \frac{K}{\omega}$, ЛАЧХ $L(\omega) = 20 \lg \frac{K}{\omega} = 20 \lg K - 20 \lg \omega$, ФЧХ $\varphi(\omega) = -90^\circ$. Характеристики показані на рис. 2.5.

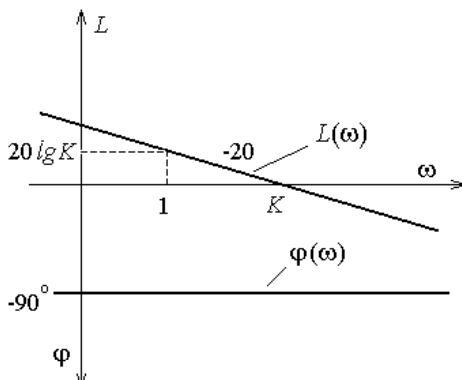


Рис. 2.5. ЛАЧХ та ФЧХ ідеальної інтегруючої ланки

ЛАЧХ залишається прямою лінією (рис. 2.5). Її прирощення при зміні частоти у 10 разів складе:

$\Delta L(\omega) = -20 \lg 10\omega + 20 \lg \omega = -20 \lg 10 = -20$ дБ. Тобто нахил ЛАЧХ становить -20 дБ/дек.

Точка перетину ЛАЧХ с горизонтальною віссю може бути знайдена з умови:

$$L(\omega_1) = 20 \lg \frac{K}{\omega_1} = 0.$$

При $K = 1$ $\omega_1 = 1$, при $K \neq 1$ $\omega_1 = K$.

2.6. Ланка з передавальною функцією $W(s) = \frac{K}{s^3}$

Амплітуда $A(\omega) = \frac{K}{\omega^3}$, ЛАЧХ $L(\omega) = 20 \lg \frac{K}{\omega^3} = 20 \lg K - 60 \lg \omega$,

ФЧХ $\varphi(\omega) = -270^\circ$. Характеристики показані на рис. 2.6.

ЛАЧХ – пряма лінія, але її нахил порівняно з попереднім прикладом збільшиться у 3 рази і складе -60 дБ/дек (рис. 2.6).

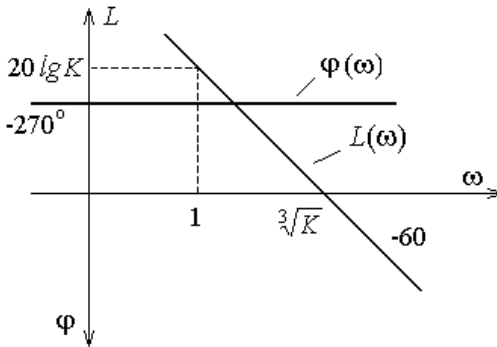


Рис. 2.6. ЛАЧХ та ФЧХ ланки з передавальною функцією $W(s) = \frac{K}{s^3}$

Точка перетину ЛАЧХ з горизонтальною віссю: $L(\omega_1) = 0$, $\omega_1 = K^{\frac{1}{3}}$. При $\omega = 1$ $L(1) = 20 \lg K$.

Нескладно впевнитися, що у загальному випадку для ідеальних ланок з передавальною функцією виду $W(s) = K \cdot s^m$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) ЛАЧХ є прямою з нахилом $20 \cdot m$ дБ/дек і перетинає горизонтальну вісь на частоті $\omega_1 = K^{-\frac{1}{m}}$. При $\omega = 1$ значення ЛАЧХ становить $20 \lg K$. ФЧХ є горизонтальною прямою і проходить на рівні $90 \cdot m^\circ$.

Для наступних прикладів побудова точних логарифмічних характеристик можлива лише на основі числового розрахунку, що не викликає складнощів при використанні комп'ютера і програмних засобів типу MATLAB. Однак для вирішення практичних завдань велике значення мають прийоми їх наближеної побудови і передусім – побудова асимптотичної ЛАЧХ.

2.7. Ланка з передавальною функцією $W(s) = T \cdot s + 1$

Передавальна функція має вигляд: $W(j\omega) = j\omega T + 1$, отже амплітуда $A(\omega) = \sqrt{T^2\omega^2 + 1}$, ЛАЧХ $L(\omega) = 20 \lg \sqrt{T^2\omega^2 + 1}$, ФЧХ $\varphi(\omega) = \arctg \omega T$. Характеристики показані на рис. 2.7.

Графіки точних логарифмічних характеристик показані на рис. 2.7.

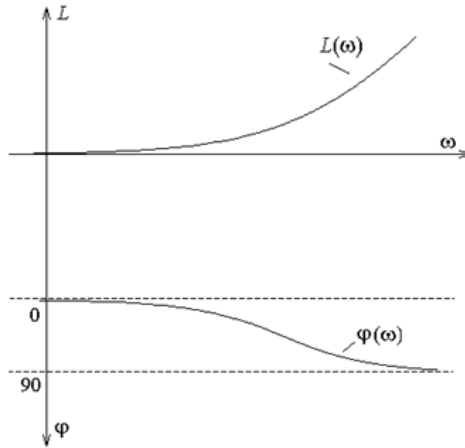


Рис. 2.7. ЛАЧХ та ФЧХ ланки з передавальною функцією $W(s) = T \cdot s + 1$

Асимптотична (приблизна) ЛАЧХ може бути побудована виходячи з наступних міркувань.

Вводиться *сполучаюча* частота ω_c , виходячи з умови рівності двох доданків, розташованих під коренем у виразі для ЛАЧХ: доданку, який містить нижчу ступінь частоти і доданку, який містить вищу ступінь частоти.

Для прикладу, який розглядається, отримаємо:

$$T^2\omega_c^2 = 1; \omega_c = \frac{1}{T}.$$

Далі розглядаються два діапазони частот.

Для низьких частот, які визначаються умовою $\omega \ll \omega_c$ буде мати місце $T \cdot \omega \ll 1$, і вираз для ЛАЧХ приблизно прийме вигляд:

$$L(\omega) \approx 20 \lg \sqrt{1} = 0.$$

Відповідний цьому виразу графік – пряма, що співпадає з лівою частиною горизонтальної вісі, є асимптотою точної ЛАЧХ при $\omega \rightarrow 0$ (рис. 2.8).

Для високих частот, що визначаються умовою $\omega \gg \omega_c$, буде мати місце $T \cdot \omega \gg 1$, і вираз для ЛАЧХ приблизно прийме вигляд:

$$L(\omega) \approx 20 \lg \sqrt{T^2 \omega^2} = 20 \lg T \omega.$$

Враховуючи результат, отриманий у прикладі 3, нескладно впевнитися, що графік цього виразу буде являти собою пряму з нахилом $+20$ дБ/дек (рис.2.8). Ця пряма є асимптотою точної ЛАЧХ при $\omega \rightarrow \infty$. Вона перетне горизонтальну вісь на частоті $\omega_1 = 1/T$, тобто асимптоти точної ЛАЧХ перетинаються на сполучаючій частоті.

Асимптотичною ЛАЧХ називається ламана лінія, яка складається з відрізків асимптотичної ЛАЧХ. Абсолютна величина похибки асимптотичної ЛАЧХ по відношенню до точної у прикладі, що розглядається, досягає максимуму на сполучаючій частоті (рис. 2.8) і становить:

$$20 \lg \sqrt{T^2 \cdot \frac{1}{T^2} + 1} = 20 \lg \sqrt{2} = 20 \cdot \frac{0,3}{2} = 3 \text{ дБ.}$$

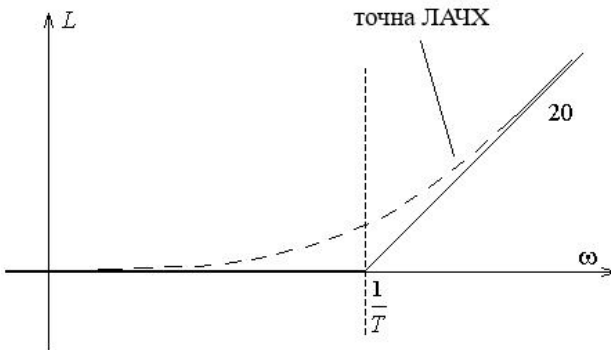


Рис. 2.8. Точна та асимптотична (приблизна) ЛАЧХ ланки з передавальною функцією $W(s) = T \cdot s + 1$

По мірі віддалення від сполучаючої частоти вліво або вправо вона знижується і на відстані 0,3 декади від сполучаючої частоти зменшиться приблизно у 3 рази:

$$20 \lg \sqrt{T^2 \cdot \frac{1}{(2T)^2} + 1} = 20 \lg \sqrt{1,25} = 20 \cdot \frac{0,1}{2} = 1 \text{ дБ.}$$

Також можна показати, що на відстані 0,5 декади від сполучаючої частоти похибка зменшиться більш ніж у 7 разів, а на відстані більшій за декаду від сполучаючої частоти буде нехтовно малою.

Зазначимо також деякі властивості графіка ФЧХ, відповідного виразу $\arctg \omega T$. Через те що цей вираз входить до складу виразів для ФЧХ більшості більш складних ланок та систем, ці властивості можуть бути використані для їх приблизного аналізу.

При $\omega \rightarrow 0$ асимптотою графіка ФЧХ є горизонтальна пряма, що проходить через позначку 0° . При $\omega \rightarrow \infty$ асимптота – горизонтальна пряма, що проходить через позначку 90° .

На сполучаючій частоті $1/T$ значення ФЧХ складає 45° . Ця точка є центром симетрії усього графіка (рис. 2.9).

Корисно знати також наступні числові значення.

На відстані 0,3 декади від сполучаючої частоти ФЧХ отримує приріст приблизно $\pm 18,5^\circ$, і її значення складають $26,5^\circ$ і $63,5^\circ$.

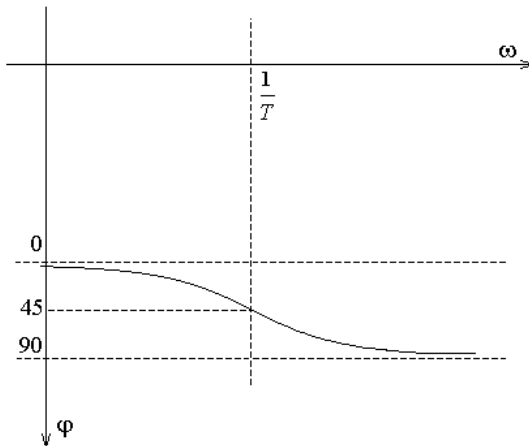


Рис. 2.9. ФЧХ ланки з передавальною функцією $W(s) = T \cdot s + 1$

На відстані 0,5 декади від сполучаючої частоти ФЧХ отримує приріст приблизно $\pm 27,5^\circ$, і її значення складають $17,5^\circ$ і $72,5^\circ$.

При віддаленні від сполучаючої частоти на декаду значення ФЧХ змінюється на $39,5^\circ$ і складає зліва $5,5^\circ$ і зправа від сполучаючої частоти $84,5^\circ$.

На великих відстанях від сполучаючої частоти значення ФЧХ змінюються повільно. У ряді випадків при наближеному аналізі системи на частотах $\omega < 0,1/T$ (на декаду і більше лівіше сполучаючої частоти) можна знехтувати значенням $\arctg \omega T$, а на частотах $\omega > 10/T$ (на декаду і більше правіше сполучаючої частоти) можна наближено прийняти $\arctg \omega T \approx 90^\circ$.

2.8. Аперіодична ланка першого порядку

Передвальна функція має вигляд: $W(s) = \frac{K}{T \cdot s + 1}$, отже амплітуда

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}}, \text{ ЛАЧХ}$$

$$L(\omega) = 20 \lg \frac{K}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}} = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{T^2 \omega^2 + 1},$$

ФЧХ $\varphi(\omega) = -\arctg \omega T$. Характеристики показані на рис. 2.10.

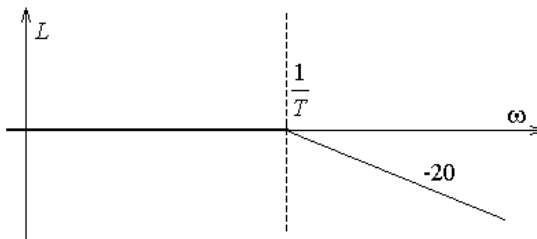


Рис. 2.10. ЛАЧХ аперіодичної ланки 1-го порядку

Прийmemo спочатку $K = 1$. Розглянувши, аналогічно попередньому прикладу, низькі і високі частоти, розділені їх сполучаючої частотою $\omega_c = 1/T$, нескладно отримати асимптотичну ЛАЧХ (рис. 2.10). Єдина відмінність від попереднього прикладу буде полягати у протилежному нахилі другої ланки. Він складе -20 дБ/дек.

Доданок $20 \lg K$ на усіх частотах є константою. Отже, при $K \neq 1$ увесь графік зміститься угору при $K > 1$ ($20 \lg K > 0$), а при $K < 1$ – донизу ($20 \lg K < 0$).

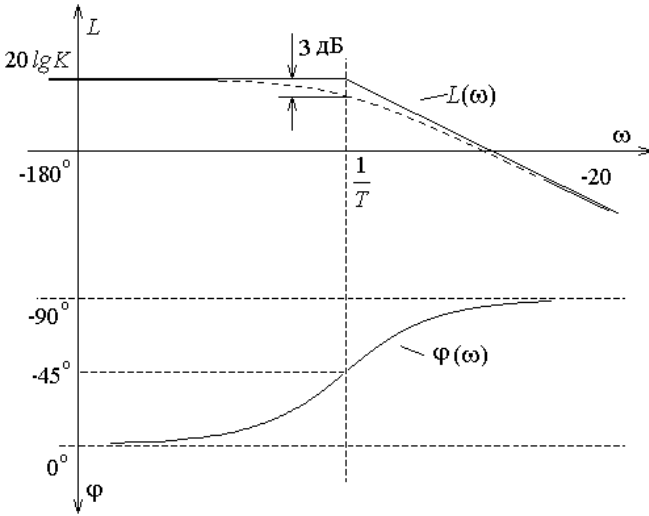


Рис. 2.11. Асимптотична та точна ЛАЧХ та ФЧХ аперіодичної ланки 1-го порядку

Оцінка похибки асимптотичної ЛАЧХ по відношенню до точної аналогічна отриманій у попередньому прикладі (рис. 2.11). Усі результати, отримані для ФЧХ, також зберігаються з урахуванням протилежного знаку (рис. 2.11).

2.9. Аперіодична ланка другого порядку

Передвальна функція має вигляд: $W(s) = \frac{K}{(T \cdot s + 1)^2}$, отже

амплітуда $A(\omega) = \frac{K}{T^2 \omega^2 + 1}$, ЛАЧХ

$L(\omega) = 20 \lg \frac{K}{T^2 \omega^2 + 1} = 20 \lg K - 40 \lg \sqrt{T^2 \omega^2 + 1}$, ФЧХ

$\varphi(\omega) = -2 \arctg \omega T$.

Порівнюючи вирази для ЛАЧХ, отримані у прикладі що розглядається та у попередньому прикладі, можна зробити висновок про те, що різниця у асимптотичних ЛАЧХ буде полягати лише у нахилі другої ланки. Нахил збільшиться у 2 рази і складе -40 дБ/дек.

Максимальна похибка асимптотичної ЛАЧХ по відношенню до точної у відповідності з принципом отримання асимптотичної ЛАЧХ також, очевидно, буде мати місце на сполучаючій частоті.

Значення асимптотичної ЛАЧХ на сполучаючій частоті:

$$L_{ac}(1/T) = 20 \lg K.$$

Значення точної ЛАЧХ на сполучаючій частоті:

$$L\left(\frac{1}{T}\right) = 20 \lg K - 40 \lg \sqrt{T^2 \cdot \frac{1}{T^2} + 1} = 20 \lg K - 40 \lg \sqrt{2}.$$

Абсолютна величина похибки складе $40 \lg \sqrt{2} = 6$ дБ.

Графік ФЧХ і закономірності зміни її значень будуть аналогічні попередньому прикладу з урахуванням коефіцієнту масштабування рівного 2.

Характеристики показані на рис. 2.12.

У загальному випадку для ланки з передавальною функцією $W(s) = K(T \cdot s + 1)^m$, ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) отримаємо наступні співвідношення:

$$A(\omega) = K(T^2 \omega^2 + 1)^{\frac{m}{2}}; \quad L(\omega) = 20 \lg K + 20m \lg \sqrt{T^2 \omega^2 + 1};$$

$$\varphi(\omega) = m \cdot \text{arctg } \omega T.$$

Зазначимо наступні закономірності:

– величина сполучаючої частоти, яка розділяє ділянки асимптотичної ЛАЧХ, $\omega_c = 1/T$;

– перша ділянка асимптотичної ЛАЧХ горизонтальна і проходить на рівні $20 \lg K$ (при $K = 1$ співпадає з горизонтальною віссю);

– нахил другої ділянки $20 \cdot m$ дБ/дек;

– абсолютна величина похибки асимптотичної ЛАЧХ по відношенню до точної максимальна на сполучаючій частоті і складає $3 \cdot m$ дБ;

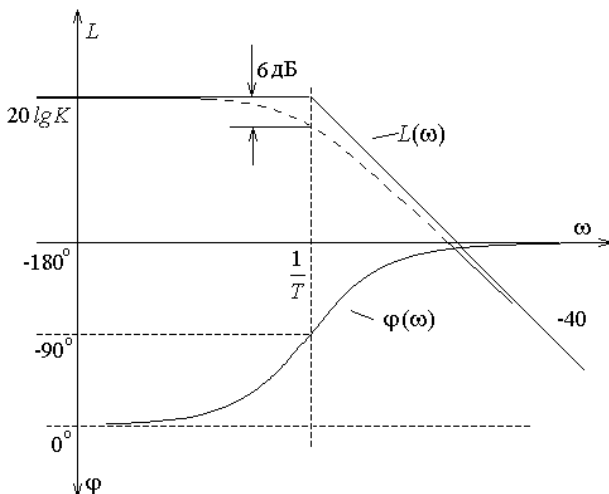


Рис. 2.12. Асимптотична та точна ЛАЧХ та ФЧХ аперіодичної ланки 2-го порядку

– значення ФЧХ монотонно змінюється від 0° (при $\omega \rightarrow 0$) до $90^\circ \cdot m$ (при $\omega \rightarrow \infty$); на сполучаючій частоті її значення складає $45^\circ \cdot m$; ця точка є точкою симетрії усього графіка ФЧХ.

2.10. Коливальна ланка

Передвальна функція має вигляд: $W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2T\xi s + 1}$, де

$0 < \xi < 1$. Отже частотна передавальна функція:

$$W(j\omega) = \frac{K}{-T^2 s^2 + 2T\xi\omega \cdot j + 1};$$

$$\text{амплітуда } A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4T^2\xi^2\omega^2}};$$

$$\text{ЛАЧХ } L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4T^2\xi^2\omega^2};$$

$$\text{ФЧХ } \varphi(\omega) = - \begin{cases} \arctg \frac{2T\xi\omega}{1-T^2\omega^2}, & \omega \leq \frac{1}{T}; \\ \pi - \arctg \frac{2T\xi\omega}{T^2\omega^2 - 1}, & \omega > \frac{1}{T}. \end{cases}$$

Розглянемо побудову асимптотичної ЛАЧХ.

Під коренем у виразі для ЛАЧХ тут присутні декілька доданків. Тим не менш, принцип побудови зберігається. Сполучаюча частота знаходиться з умови рівності двох доданків які містять найнижчу та найвищу ступінь частоти:

$$1 = \omega_c^4 T^4; \text{ звідки } \omega_c = \frac{1}{T}.$$

На низьких частотах, $\omega \ll 1/T$, усіма доданками, що містять добуток ωT , можна знехтувати порівняно з одиницею ($\omega T \ll 1$). У результаті вираз для ЛАЧХ наближено прийме вигляд:

$$L(\omega) \approx 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1} = 20 \lg K.$$

Це рівняння горизонтальної прямої – асимптоти точної ЛАЧХ при $\omega \rightarrow 0$.

На високих частотах, $\omega \ll 1/T$ під коренем можна знехтувати усіма доданками, крім того, який містить найвищий ступінь частоти. Вираз для ЛАЧХ наближено прийме вигляд:

$$L(\omega) \approx 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{T^4 \omega^4} = 20 \lg K - 40 \lg \omega T.$$

Цей вираз описує пряму з нахилом -40 дБ/дек, причому при $\omega T = 1$, тобто на сполучаючій частоті вона проходить через точку з вертикальною координатою $20 \lg K$. Ця пряма є асимптотою точної ЛАЧХ при $\omega \rightarrow \infty$. Тут, як і в попередніх прикладах, асимптоти ЛАЧХ перетинаються на сполучаючій частоті (рис. 2.13), що є загальним правилом.

Закономірність формування похибок асимптотичної ЛАЧХ для коливальної ланки є складнішою, ніж у попередніх прикладах.

Передусім, оцінимо величину цієї похибки на сполучаючій частоті. Для асимптотичної ЛАЧХ отримаємо:

$$L_{ac} \left(\frac{1}{T} \right) = 20 \lg K.$$

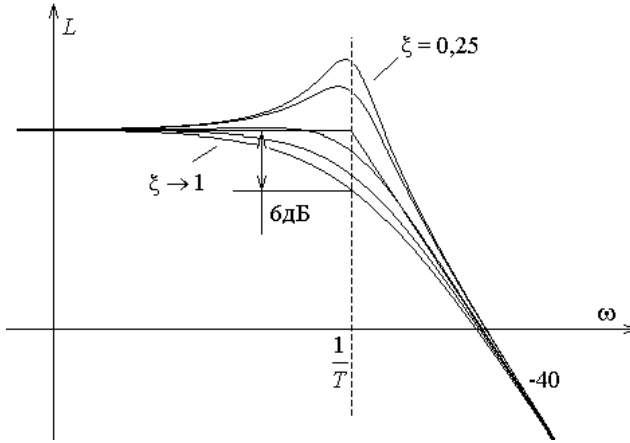


Рис. 2.13. Асимптотична та точні ЛАЧХ коливальної ланки

Для точної ЛАЧХ:

$$\begin{aligned}
 L\left(\frac{1}{T}\right) &= 20\lg K - 20\lg \sqrt{\left(1 - T^2 \cdot \frac{1}{T^2}\right)^2 + 4T^2\xi^2 \cdot \frac{1}{T^2}} = \\
 &= 20\lg K - 20\lg \sqrt{4\xi^2} = 20\lg K + 20\lg \frac{1}{2\xi}.
 \end{aligned}$$

Величина похибки $20\lg \frac{1}{2\xi}$ залежить від величини ξ і змінюється від -6 дБ при $\xi \rightarrow 1$ до скільки завгодно великих додатних значень при $\xi \rightarrow 0$.

Цей ефект викликаний резонансними властивостями коливальної ланки і в загальному випадку не дозволяє при його аналізі обмежуватися використанням лише асимптотичної ЛАЧХ.

Точні ЛАЧХ коливальної ланки для різних значень ξ показані на рис. 2.13. З рис. 2.13 видно, що резонансна частота, яка формує максимум ЛАЧХ, відрізняється від сполучаючої. Резонансна частота ω_p може бути знайдена з умови:

$$\left. \frac{\partial L(\omega, \xi, K, T)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_p} = 0.$$

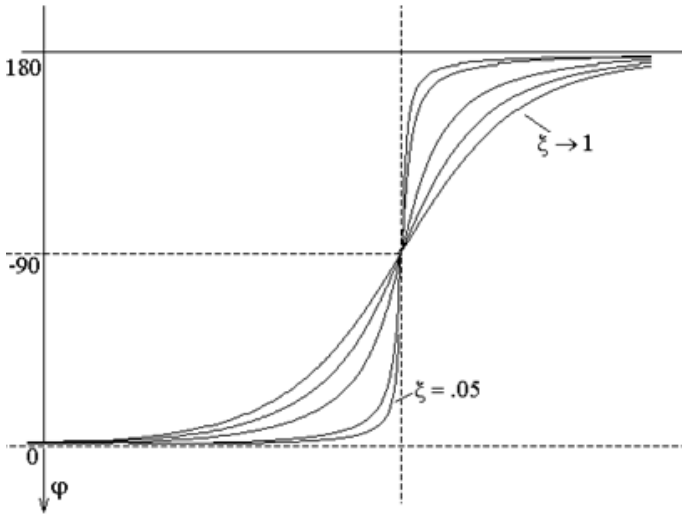


Рис. 2.14. Точні ЛАЧХ коливальної ланки для різних значень ξ

Загальні рекомендації по використанню асимптотичної ЛАЧХ для досліджуваного прикладу зводяться до наступного:

– при великих значеннях ξ , коли резонансний пік відсутній або не перевищує величини 3 дБ, допустимим є використання асимптотичної ЛАЧХ;

– при малих ξ , коли вишина резонансного піка перевищує 3 дБ, повинна використовуватись точна ЛАЧХ.

Значення ξ , що забезпечує отримання резонансного піка величиною 3 дБ, після визначення ω_p , може бути отримане з умови:

$$L(\omega_p, \xi, K, T) - 20 \lg K = 3 \text{ дБ.}$$

Величини ξ і ω_p не залежать від параметрів K і T .

Логарифмічні фазо-частотні характеристики для різних ξ показані на рис. 2.14.

3. ПОБУДОВА ЛАЧХ ТА ФЧХ ДЛЯ СКЛАДНИХ ПЕРЕДВАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ

Розглянемо правила побудови асимптотичних ЛАЧХ для складних передвальних функцій на наступному прикладі:

Передвальна функція системи має вигляд:

$$W(s) = \frac{K(T_1s+1)(T_2s+1)^2}{s^2(T_3s+1)^3(T_4s+1)},$$

де $K = 100 \text{ с}^{-2}$; $T_1 = 0,1 \text{ с}$; $T_2 = 10 \text{ с}$; $T_3 = 1 \text{ с}$; $T_4 = 0,01 \text{ с}$.

$$\text{Амплітуда } A(\omega) = \frac{K\sqrt{T_1^2\omega^2+1}(T_2^2\omega^2+1)}{\omega^2(T_3^2\omega^2+1)^2\sqrt{T_4^2\omega^2+1}};$$

$$\begin{aligned} \text{ЛАЧХ } L(\omega) &= 20\lg \frac{K\sqrt{T_1^2\omega^2+1}(T_2^2\omega^2+1)}{\omega^2(T_3^2\omega^2+1)^2\sqrt{T_4^2\omega^2+1}} = 20\lg K - 40\lg \omega + \\ &+ 20\lg \sqrt{T_1^2\omega^2+1} + 40\lg \sqrt{T_2^2\omega^2+1} - 60\lg \sqrt{T_3^2\omega^2+1} - 20\lg \sqrt{T_4^2\omega^2+1}. \end{aligned}$$

Найрозповсюдженіша в літературі рекомендація зводиться до розгляду виразу для ЛАЧХ складної ланки як суми виразів для ЛАЧХ розглянутих вище ланок, кожній з яких відповідає одна сполучаюча частота. При $K=1$ графік асимптотичної ЛАЧХ такої ланки являв би собою кусочно-лінійну характеристику, яка являється з низькочастотної асимптоти по горизонтальній вісі й високочастотної асимптоти з відповідним нахилом, що перетинаються на сполучаючій частоте. Якщо загальний вираз для ЛАЧХ записувати так, щоб у окремих доданках під знаком логарифма залишались вирази виду $\sqrt{T_i^2\omega^2+1}$, то нахили таких асимптот будуть співпадати за величиною з коефіцієнтами при $\lg \sqrt{T_i^2\omega^2+1}$. Результируючий графік асимптотичної ЛАЧХ может бути отриманий складанням графіків окремих доданків.

Зручнішим є запропонований нижче спосіб (при збереженні сформульованого правила запису виразу для ЛАЧХ). Він полягає в наступній послідовності дій.

1. Визначаються сполучаючі частоти, відповідні окремим доданкам, і записуються в порядку зростання (числові значення $T_1 \div T_4$ наведені вище):

$$\omega_c = \frac{1}{T_2} = 0,1; \quad \omega_c = \frac{1}{T_3} = 1; \quad \omega_c = \frac{1}{T_1} = 10; \quad \omega_c = \frac{1}{T_4} = 100.$$

2. Обирається масштаб для вісі частот так, щоб крайні сполучаючі частоти розташовувались на відстані від 0,5 до 1 декади від країв видимої горизонтальної вісі. Через сполучаючі частоти проводяться вертикальні пунктирні прямі (рис. 3.1). Пунктирні прямі ділять усе поле графіка на зони, яким відповідають відрізки різних асимптот ЛАЧХ (ділянки асимптотичних ЛАЧХ). Побудова асимптотичної ЛАЧХ далі вже виконується послідовно по ділянкам, починаючи з першої.

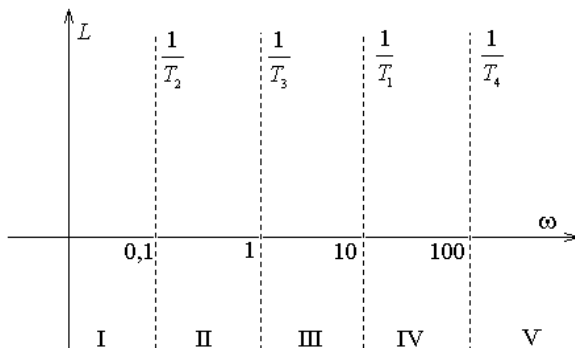


Рис. 3.1. Побудова сполучаючих частот

3. Перша ділянка розташована лівіше за всі сполучаючі частоти.

Отже, її рівняння, що отримуємо за умовою $\omega \ll \frac{1}{T_i}$ ($i = 1, 2, 3, 4$), буде мати вигляд:

$$L(\omega) = 20 \lg K - 40 \lg \omega.$$

Це рівняння прямої з нахилом -40 дБ/дек. Для її побудови необхідно знайти опорні точки. Наприклад:

$$- \omega = 1, \quad L(1) = 20 \lg K = 20 \lg 100 = 40 \text{ дБ};$$

$$- \omega = 0,1, \quad L(0,1) = 20 \lg 100 - 40 \lg 0,1 = 40 + 40 = 80 \text{ дБ}.$$

В якості опорної може також використовуватися точка перетину даної прямої з горизонтальною віссю, координати якої можуть бути знайдені з умови $L(\omega_1) = 0$:

$$L(\omega_1) = 20 \lg K - 40 \lg \omega_1 = 20 \lg \frac{K}{\omega_1^2} = 0;$$

$$\frac{K}{\omega_1^2} = 1; \quad \omega_1 = \sqrt{K} = 10.$$

Відрізок прямої, що виходить за межі відповідної ділянки, показують пунктирною лінією (рис. 3.2).

4. Друга ділянка розташована правіше сполучаючої частоти $\omega_c = \frac{1}{T_2}$, якій у виразі для ЛАЧХ відповідає коефіцієнт +40. По аналогії з розглянутими вище прикладами (п. 2.7–2.9) можна прийти до висновку, що нахил другої ділянки порівняно з першою зміниться на величину +40 дБ/дек. В результаті друга ділянка виявиться горизонтальною (рис. 3.2).

5. Третя ділянка розділена з другою сполучаючою частотою $\omega_c = \frac{1}{T_3}$.

Додатковий нахил по відношенню до другої ділянки також відповідає коефіцієнту у виразі для ЛАЧХ, пов'язаному з цією сполучаючою частотою, і дорівнює -60 дБ/дек.

Аналогічно шляхом послідовного врахування коефіцієнтів при відповідних наступним сполучаючим частотам доданках у виразах для ЛАЧХ можуть бути отримані і нахили інших ділянок (рис. 3.2).

Зазначимо ще раз, що безпосереднє використання коефіцієнтів виразу для точної ЛАЧХ для розрахунку нахилів ділянок асимптотичної ЛАЧХ можливе лише за умови запису цього виразу так, щоб частота під знаком логарифма мала першу ступінь.

Оскільки відстань між сполучаючими частотами у прикладі, який розглядається, достатньо велика (1 декада) і співмножники, що викликають резонанс, у передавальній функції не містяться, похибки асимптотичної ЛАЧХ по відношенню до точної будуть досягати локальних максимумів на сполучаючих частотах, величини яких будуть взаємно-однозначно пов'язані з величинами змін нахилів ЛАЧХ (рис. 3.3).

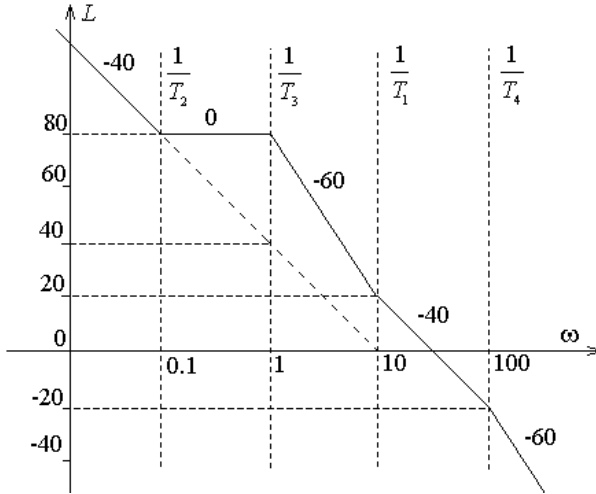


Рис. 3.2. Побудова ЛАЧХ для складної передвальної функції

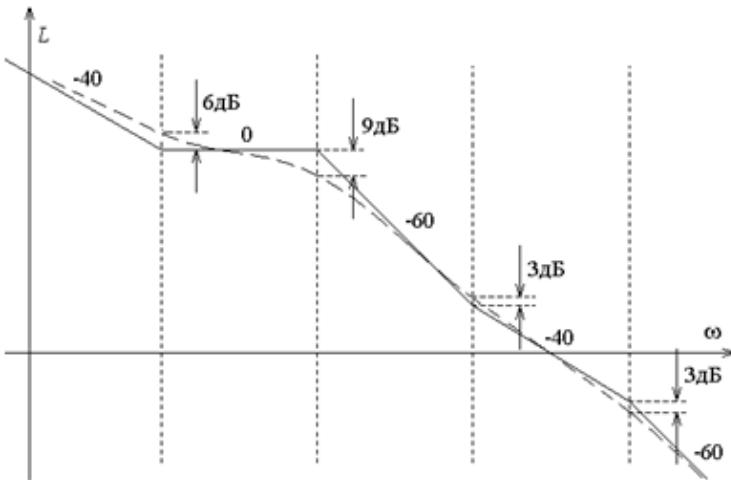


Рис. 3.3. Побудова АЧХ послідовно з'єднаних ланок

Побудова ФЧХ послідовно з'єднаних ланок виконується або за допомогою спеціальних лекал, або табличним способом, який у багатьох випадках виявляється і простішим і точнішим.

Сумарна фаза розімкнутої системи визначається за виразом:

$$\varphi_{\Sigma}(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \varphi_3(\omega) + \varphi_4(\omega) + \varphi_5(\omega);$$

Розрахунок фазової частотної характеристики виконується у вигляді таблиці (табл. 2).

Таблиця 2 – Розрахунок фазової частотної характеристики

Частота ω , 1/с	$\varphi_1(\omega)$	$\varphi_2(\omega)$	$\varphi_3(\omega)$	$\varphi_4(\omega)$	$\varphi_5(\omega)$	$\varphi_{\Sigma}(\omega)$

Розглянемо наступний приклад. Передавальна функція САК має вигляд:

$$W(s) = \frac{Ks(T_1s+1)}{(T_2s+1)^2(T_3s+1)(T_4s+1)},$$

де $K = 200 \text{ с}^{-2}$; $T_1 = 0,08 \text{ с}$; $T_2 = 0,5 \text{ с}$; $T_3 = 20 \text{ с}$; $T_4 = 40 \text{ с}$.

Тут на відміну від попереднього приклада, де вертикальні координати меж ділянками ЛАЧХ визначались достатньо очевидно, для їх визначення будуть потрібні додаткові розрахунки.

Запишемо вираз для точної ЛАЧХ у відповідності із сформульованими вище рекомендаціями:

$$L(\omega) = 20\lg \frac{K\omega\sqrt{T_1^2\omega^2+1}}{(T_2^2\omega^2+1)\sqrt{T_3^2\omega^2+1}\sqrt{T_4^2\omega^2+1}} = 20\lg K + 20\lg \omega +$$

$$+ 20\lg \sqrt{T_1^2\omega^2+1} - 40\lg \sqrt{T_2^2\omega^2+1} - 20\lg \sqrt{T_3^2\omega^2+1} - 20\lg \sqrt{T_4^2\omega^2+1}.$$

Сполучаючи частоти у порядку зростання:

$$\frac{1}{T_4} = 0,025; \quad \frac{1}{T_3} = 0,05; \quad \frac{1}{T_2} = 2; \quad \frac{1}{T_1} = 12,5.$$

Першій ділянці асимптотичної ЛАЧХ відповідає рівняння:

$$L(\omega) = 20\lg K + 20\lg \omega$$

Перша ділянка – пряма з нахилом +20 дБ/дек.

Опорні точки першої ділянки:

– $\omega = 1$, $L(1) = 20 \lg K = 20 \lg 200 = 46$ дБ;

– $L(\omega_1) = 0$ при ω_1 , що визначається з рівняння

$$20 \lg K + 20 \lg \omega_1 = 20 \lg K \omega_1 = 0, \text{ звідки } K \omega_1 = 1, \omega_1 = \frac{1}{K} = 0,005.$$

Вертикальну координату межі першої ділянки (рис. 3.4) можна визначити безпосередньо за її рівнянням:

$$L\left(\frac{1}{T_4}\right) = L(0,025) = 20 \lg 200 + 20 \lg 0,025 \approx 46 + 20(-1,6) = 46 - 32 = 14 \text{ дБ.}$$

Нахил другої ділянки $20 - 20 = 0$ дБ/дек (враховується коефіцієнт при доданку, відповідному сполучаючій частоті $1/T_4$). Ділянка горизонтальна. Вертикальна координата його правої межі також 14 дБ.

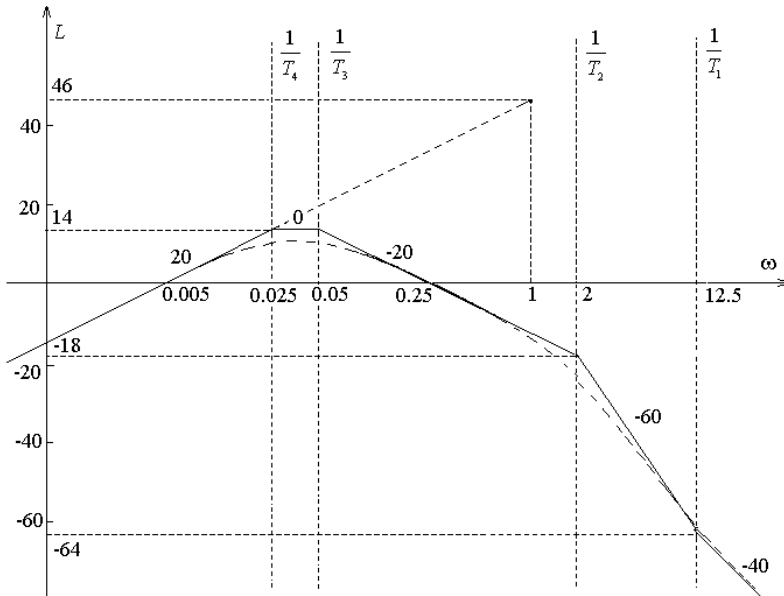


Рис. 3.4. Точна та асимптотична ЛАЧХ САК з передавальною функцією

$$W(s) = \frac{Ks(T_1s+1)}{(T_2s+1)^2(T_3s+1)(T_4s+1)},$$

Нахил третьої ділянки $0 - 20 = -20$ дБ/дек (враховується коефіцієнт при доданку, відповідному сполучаючій частоті $1/T_3$).

Довжина ділянки становить $\lg 2 - \lg 0,05 \approx 0,3 - (-1,3) = 1,6$ дек. Вертикальна координата його правої межі $14 - 20 \cdot 1,6 = 14 - 32 = -18$ дБ.

Нахил четвертої ділянки: $-20 - 40 = -60$ дБ/дек (враховується коефіцієнт при доданку, відповідному сполучаючій частоті $1/T_2$). Довжина ділянки $\lg 12,5 - \lg 2 \approx 1,1 - 0,3 = 0,8$ дек. Вертикальна координата його правої межі прийме значення $-18 - 60 \cdot 0,8 = -18 - 48 = -66$ дБ.

Нахил п'ятої ділянки $-60 + 20 = -40$ дБ/дек (враховується коефіцієнт при доданку, відповідному сполучаючій частоті $1/T_1$).

У прикладі, що розглядається, відстань між сполучаючими частотами $1/T_4$ і $1/T_3$, $1/T_2$ і $1/T_1$ не досягає декади. Тому похибки асимптотичної ЛАЧХ, пов'язані із сполучаючими частотами, будуть більш помітно, ніж у попередньому прикладі, накладатися одна на одну. В результаті на сполучаючих частотах $1/T_4$ і $1/T_3$ похибка асимптотичної ЛАЧХ збільшиться до 4 дБ, на сполучаючій частоті $1/T_1$ похибка знизиться до 2 дБ (рис. 3.4).

4. ЧАСТОТНІ МЕТОДИ ОЦІНКИ ЯКОСТІ ПРОЦЕСІВ РЕГУЛЮВАННЯ САК

Необхідною умовою працездатності системи є її стійкість. Але стійка система може мати недостатню швидкодію, точність тобто якість роботи системи може не відповідати вимогам, які пред'являються до конкретних технологічних процесів. Для кількісної оцінки якості регулювання вводять показники якості.

При дослідженні системи за допомогою частотних характеристик використовують такі параметри, як запас стійкості за амплітудою і запас стійкості за фазою.

Запас стійкості системи за амплітудою – це величина, яка показує у скільки разів потрібно збільшити заданий коефіцієнт підсилення (при незмінних інших параметрах), щоб стійка система опинилася на межі стійкості.

Запас стійкості системи за фазою – це величина, що показує, на скільки потрібно зменшити (або збільшити) фазу системи, не змінюючи її амплітуду, щоб стійка система опинилася на межі стійкості (рис. 4.1).

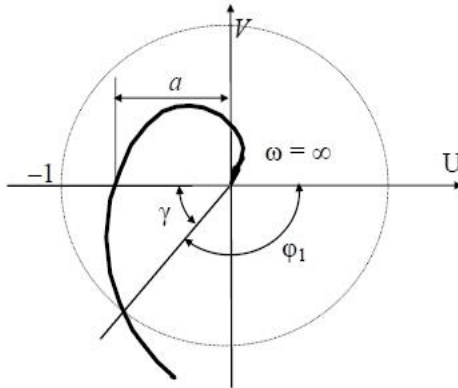


Рис. 4.1. Запас стійкості системи за фазою

ϕ_1 – кут, при якому відношення амплітуд дорівнює 1 $A(\omega)=1$, а $\gamma=180^\circ-\phi_1$ – запас стійкості за фазою.

Для визначення стійкості **замкненої** системи досліджується передавальна функція **розімкненої** системи за взаємним розташуванням ЛАЧХ та ФЧХ.

Система втрачає стійкість при співпадінні критичної частоти і частоти зрізу. У цьому випадку вихідний сигнал має однакову амплітуду з вхідним сигналом і знаходиться з ним у протифазі. При замиканні такої системи від'ємним зворотним зв'язком, тобто при подачі вихідного сигналу на суматор зі зворотним знаком відбувається повертання вектора коливань у фазовій площині ще на $-\pi$. У результаті цього на суматорі сумуються два сигнали однієї амплітуди і однієї фази, тобто зворотний зв'язок починає підтримувати незатухаючі коливання в системі.

Якщо критична частота виявляється меншою частоти зрізу, тобто при критичній частоті система має підсилюючі властивості, це призводить до виникнення розбіжних коливань. Тому умова стійкості формулюється у вигляді дотримання нерівності $\omega_{зр} < \omega_{кр}$.

Система буде знаходитися на межі стійкості, якщо аргумент ФЧХ дорівнює $\varphi = -\pi$, а модуль (амплітуда) $W(j\omega) = A(\omega) = 1$. При цьому ЛАЧХ $L(\omega) = 20\lg W(j\omega) = 20\lg 1 = 0$, тобто ЛАЧХ $L(\omega)$ перетинає вісь абсцис. Точка перетину характеризується частотою зрізу ω_c (рис. 4.2).

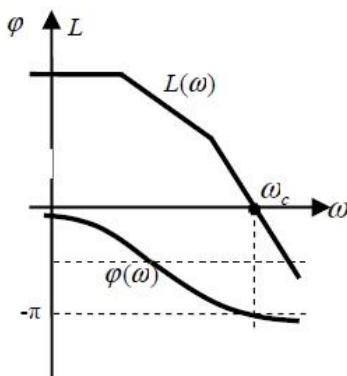


Рис. 4.2. Логарифмічні частотні характеристики САК на межі стійкості

Якщо система стійка (рис. 4.3), то при $\varphi = -\pi$ величина

$$A(\omega) = |W(j\omega)| < 1;$$

а

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg A(\omega) < 0,$$

тобто ордината логарифмічної частотної характеристики буде мати від'ємний знак (значення h на рис. 4.3).

Для нестійкої системи (рис. 4.4) кут $\varphi = -\pi$ відповідає $|W(j\omega)| > 1$; і $L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg A(\omega) > 0$.

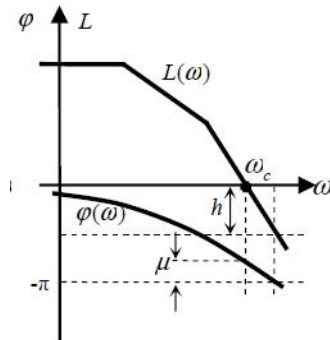


Рис. 4.3. Логарифмічні частотні характеристики стійкої САК

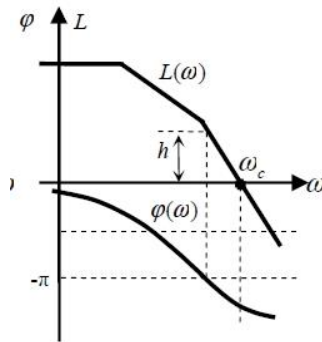


Рис. 4.4. Логарифмічні частотні характеристики нестійкої САК

У цьому випадку ордината ЛАЧХ (h на рис. 4.4) буде мати додатне значення. Або при $\omega = \omega_c$ $\varphi > \pi$.

Тобто якщо частота зрізу (частота, при якій ЛАЧХ перетинає вісь абсцис) настає раніше ніж ФЧХ стає рівною $-\pi$, то система стійка.

Застосування логарифмічного критерія стійкості дає можливість визначити вплив того чи іншого параметра системи на її стійкість і перехідний процес, а також порівняно просто визначити характеристику корегуючого пристрою.

Наприклад, на рис. 4.5 показано вплив коефіцієнта підсилення на стійкість ЛАЧХ. $L_1(\omega)$ і $L_2(\omega)$ будуть різні при різних коефіцієнтах підсилення розімкненої системи k_{p1} і k_{p2} , а ФЧХ будуть співпадати. Характеристики побудовані для випадку $k_{p1} > k_{p2}$. Побудова частотної характеристики дозволяє визначити запас стійкості за фазою

$$\gamma = 180^\circ - |\varphi(\omega_c)|;$$

і запас стійкості за амплітудою, як число децибел, на яке потрібно збільшити підсилення системи, щоб система досягла межі стійкості.

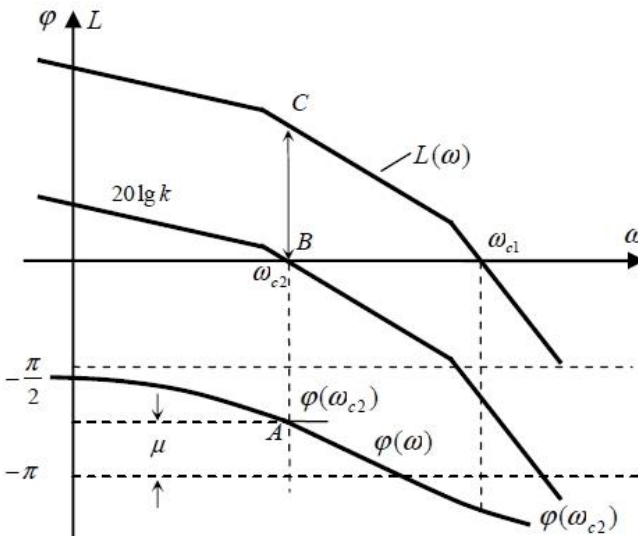


Рис. 4.5. Синтез оптимальної САК

При заданому коефіцієнті підсилення логарифмічні характеристики будуть мати вигляд кривих і При частоті зрізу фаза дорівнює тобто система нестійка.

Необхідно знайти таке значення коефіцієнта при якому забезпечується запас за фазою, рівний Для цього на графіку відкладається значення отримаємо точку А, через яку проводимо вертикаль до перетину з частотою на вісі абсцис. Через цю точку проводиться $L_2(\omega)$ паралельно $L_1(\omega)$. Відшукується нове значення

коефіцієнта підсилення $k_{p1} = \frac{k_1}{\Delta k}$, де зміна коефіцієнта підсилення Δk

визначається із співвідношення $20 \lg \Delta k = B_c$ дБ.

5. АНАЛІЗ СИСТЕМ РЕГУЛЮВАННЯ У ПАКЕТИ ПРИБЛІДНИХ ПРОГРАМ «MATHLAB»

Для автоматизації розрахунків САК створений пакет прикладних програм «MATHLAB», що дозволяє задавати та перетворювати передавальні функції САК і розраховувати їх характеристики.

5.1. Передавальні функції

Передавальні функції систем створюються за допомогою функції **tf**. Нехай ми маємо дві ланки з передавальними функціями

$$W_1(s) = \frac{0,1s+1}{s^2+0,2s+1} \text{ і } W_2(s) = \frac{1}{s+1}.$$

В MATLAB їх можна задати таким чином:

```
>> num1=[0.1 1]; den1=[1 0.2 1];
>> W1=tf(num1,den1)
Transfer function:
    0.1 s + 1
-----
s^2 + 0.2 s + 1
```

Тут **num1** і **den1** – чисельник і знаменник передавальної функції $W_1(s)$ відповідно. Таким чином, в MATLAB передавальна функція задається як відношення поліномів. У принципі, чисельник і знаменник передаточної функції можна задавати не окремо, а безпосередньо з функцією **tf**:

```
>> W1=tf([0.1 1],[1 0.2 1])
Transfer function:
    0.1 s + 1
-----
s^2 + 0.2 s + 1
```

Якщо чисельником передавальної функції є тільки вільний член (коефіцієнт підсилення), то можливий наступний варіант завдання передавальної функції:


```
>> w2=tf(1,[1 1])
Transfer function:
    1
-----
   s + 1
```

Передавальну функцію можна також задати як раціональну функцію змінної «s»:

```
>> s=tf('s'); %Завдання змінної Лапласа
>> W=s/(0.5*s^2+2*s+1)
Transfer function:
      s
-----
0.5 s^2 + 2 s + 1
```

5.2. Побудова ЛАЧХ та ФЧХ у MATHLAB

Розглянемо приклад системи керування числом обертів двигуна внутрішнього згоряння (рис. 5.1). Постійна часу T_1 обумовлена обмеженнями на упорскування пального в карбюратор і пропускну здатність трубопроводу. Двигун має постійну часу $T_{дв} = J/b = 3$ с, де J – момент інерції, b – коефіцієнт тертя вала. Постійна часу датчика швидкості $T_{дш} = 0,4$ с.

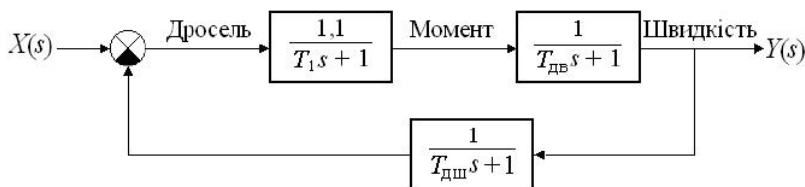


Рис. 5.1. Система керування числом обертів двигуна внутрішнього згоряння

Запишемо передавальні функції ланок у MATHLAB:

```
>> W1=tf(1.1,[1 1]);
>> Wdv=tf(1,[3 1]);%Двигун
>> Wds=tf(1,[0.4 1]);%Датчик швидкості
```

Далі отримаємо передвальну функцію умовно розімкненої системи, необхідну для побудови ЛАЧХ та ФЧХ. Для цього у відповідності зі схемою на рис. 5.1 перемножимо передавальні функції ланок:

```
>>Wraz=W1*Wdv*Wds;%Передаточна функція  
>> %умовно розімкненої системи
```

Для побудови ЛАЧХ і ЛФЧХ використовують команду **bode** або **margin**. На відміну від команди **bode**, команда **margin** не лише буде логарифмічні частотні характеристики (діаграми Боде), але й відображає запаси стійкості за амплітудою та за фазою (рис. 5.2):

```
>>margin(Wraz)
```

Величина запасів за амплітудою (Gm) та за фазою (Pm) зазначена у верхній частині вікна.

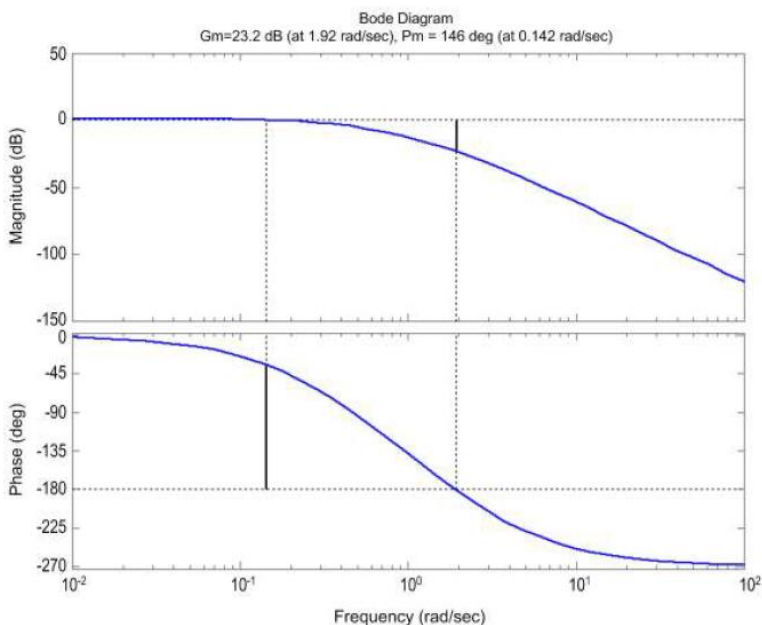


Рис. 5.2. Визначення стійкості за логарифмічними частотними характеристиками, побудованими у MATLAB

6. ЛАЧХ ЕГСП

Одним з найефективніших і універсальних засобів механізації і автоматизації виробничих процесів є електрогідравлічні слідкуючі системи, що дозволяють сполучати необмежені функціональні можливості сучасних електронних систем керування (у тому числі мікропроцесорних) зі значними енергетичними можливостями гідродвигунів [3, 6]. Застосовні у цих системах двокаскадні електрогідравлічні підсилювачі потужності мають високі коефіцієнти підсилення (більше $3 \cdot 10^5$), що дозволяє як вхідні керуючі впливи використовувати малопотужні електричні сигнали. Особливістю роботи електрогідравлічного слідкуючого приводу (ЕГСП) в системі позиційного керування промислового робота полягає в наявності аналогово-дискретного режиму роботи приводу і в забезпеченні заданої точності позиціонування при досить високій швидкодії приводу.

Під час дослідження ЕГСП ставляться і вирішуються два принципово різних завдання: завдання *динамічного аналізу* та завдання *динамічного синтезу*. У першому випадку досліджуються динамічні характеристики готового виробу. У другому випадку обираються параметри виробу, що забезпечують задані динамічні та точнісні характеристики. Застосовно до ЕГСП в обох випадках як основний інструмент дослідження найчастіше використовується метод логарифмічних амплітудно-частотних характеристик (ЛАЧХ)

Динамічний синтез ЕГСП це більш висока форма проектування порівняно з динамічним аналізом і полягає у виборі параметрів ЕГСП, який забезпечить переміщення заданої маси (m) на задану відстань (L) із заданою точністю (Δy) за заданий час (t_{Σ}) при мінімумі енерговитрат і за відсутності коливання перехідного процесу.

6.1. Розрахункова схема ЕГСП

Розрахункова схема ЕГСП з двокаскадним підсилювачем потужності, де як перший каскад підсилення використовується міст "сопло-заслінка", а як вихідний каскад – чотирищільний дроселюючий золотник, наведений на рис. 6.1.

ЕГСП узагальнено складається з чотирьох блоків: *електрогідравлічного підсилювача потужності (ЕГП)*, у склад якого входять електромеханічний перетворювач (ЕМП) 2, перший каскад підсилення – міст "сопло-заслінка", що містить у собі два сопла 4, 13, заслінку 14 і постійні дроселі 5, 12; другий каскад підсилення – дроселюючий золотник 6, блок датчиків і редукторів 9, 10;

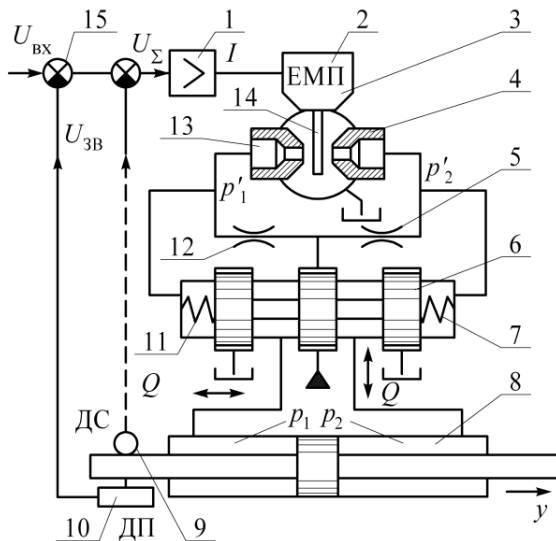


Рис. 6.1. Розрахункова схема ЕГСП зі зворотними зв'язками за положенням і швидкістю

функціональний перетворювач, що містить у собі електронний підсилювач 1 і суматор 15, *виконавчий механізм (ВМ) – 8*.

При відсутності сигналу керування (напруги U_{BX}) заслінка 14 знаходиться в нейтральному положенні, провідність сопел 4, 13 однакова, перепад тисків $p'_1 - p'_2$ у робочій діагоналі моста при цьому рівний нулю, тому золотник 6 під дією центрувальних пружин 7, 11 також знаходиться у нейтральному положенні, внаслідок чого – поршень ВМ 8 нерухомий. При появі напруги U_{BX} , а отже, і струму I на виході електронного підсилювача заслінка зміщується від нейтралі, порушуючи баланс витрат моста "сопло-заслінка", у робочій діагоналі моста з'являється перепад тисків $p'_1 - p'_2$, який зміщує золотник у той або інший бік залежно від знака перепаду $p'_1 - p'_2$. На виході ЕГП з'являється витрата, яка рухає поршень ВМ. При русі поршня датчик зворотного зв'язку 10 починає виробляти напругу зворотного зв'язку $U_{\text{ЗВ}}$, яка на суматорі 15 віднімається з напруги U_{BX} . Як тільки напруга неузгодження $U_{\Sigma} = U_{\text{BX}} - U_{\text{ЗВ}}$ стає рівною нулю, заслінка моста і золотник опиняються в нейтральному положенні, поршень ВМ зупиняється.

6.2 Особливості роботи ЕГСП у позиційному режимі [4]

ЕГСП, замкнений зворотним зв'язком за положенням, умовно, залежно від виду системи керування, можна розділити на дві групи: *позиційні і контурні*.

Найбільш наочно принципи позиційного і контурного керування проявляються в автоманіпуляторах (АМ). Перший принцип застосовується в АМ, які виконують у технологічному циклі переважно транспортні операції; переміщення захвату з вантажем з однієї заданої точки в іншу за обмежений час. Другі використовуються в АМ, які виконують складніші операції (переміщення кінцевої ланки за заданою траєкторією із заданою швидкістю). До них відносяться, наприклад, зварювальні, фарбувальні АМ. Конструктивно приводи, які працюють у тому чи іншому режимі, однакові. Основна відмінність полягає в режимі роботи електронного підсилювача і самого дроселюючого золотника.

У низці випадків може бути застосований і датчик швидкості для реалізації корегуючого зворотного зв'язку за швидкістю.

У системі *позиційного* керування привід, як правило, працює в аналогово-дискретному режимі тобто первинне значення напруги неузгодження U_{Σ} настільки велике, що електронний підсилювач і сам дроселюючий золотник знаходяться у зоні насичення (точки 1, 2 на рис. 6.2). У результаті цього вихідна ланка ВМ розігнавшись, рухається на граничній усталеній швидкості v_{\max} (крива 1 на рис. 6.3). Цей стан характеризується тим, що змінна напруга неузгодження U_{Σ} не впливає на характер руху вихідної ланки ВМ, тобто привід наче розімкнений і працює у дискретному режимі (точки 1, 2 на рис. 6.2).

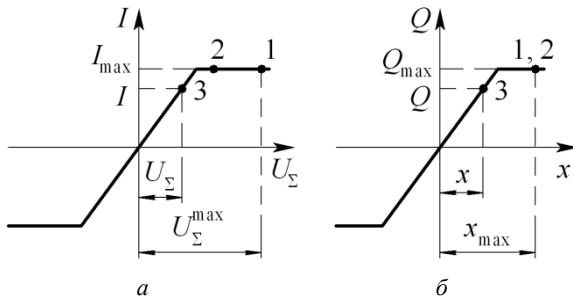


Рис. 6.2. Характеристика електронного підсилювача (а) і дроселюючого золотника (б)

При підході до точки позиціонування, тобто при достатньо малому сигналі неузгодження U_{Σ} , електронний підсилювач, а потім і дроселюючий золотник входять у робочу зону (точка 3 на рис. 6.2). Реалізується фаза гальмування вихідної ланки ВМ, при якій зворотний зв'язок активно формує керуючий вплив, тобто привід переходить у аналоговий режим.

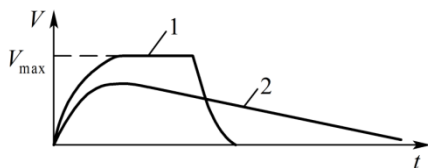


Рис. 6.3. Рух вихідної ланки при аналогово-дискретному режимі (1) і чисто аналоговому режимі (2)

Реалізація аналогово-дискретного режиму при позиційній системі керування приводить до значного підвищення швидкодії приводу (крива 1 на рис. 6.3). При роботі приводу у *контурному* режимі електронний підсилювач і дроселюючий золотник не попадають у стан насичення, тобто

працюють лише лінійні частини їх статичних характеристик і реалізується чисто аналоговий режим роботи приводу. (крива 2).

7. ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ЕГСП ПРИ РОБОТІ В АНАЛОГОВОМУ (СЛІДКУЮЧОМУ) РЕЖИМІ. СТРУКТУРНА СХЕМА. ПЕРЕДАВАЛЬНА ФУНКЦІЯ

7.1 Передавальна функція ЕГП

Динаміка ЕГСП визначається характеристиками двох ланок: електрогідравлічного підсилювача та гідроциліндра. Інші ланки (електронний підсилювач, суматор і датчики) можна вважати безінерційними.

Як показали експериментальні дослідження частотних характеристик ЕГП, при інженерних розрахунках можна описати ЕГП у вигляді аперіодичної ланки [3,6]

$$W_{\text{ЕГП}} \cong \frac{K_{\text{ЕГП}}}{T_{\text{ЕГП}}s + 1}. \quad (11)$$

Для ЕГП, вбудованих в ЕГСП типу ПЕГС і СП, тиск живлення лежить у межах $6,3 \text{ МПа} \leq p_{\text{ж}} \leq 16 \text{ МПа}$ й паспортні значення коефіцієнта підсилення $K_{\text{ЕГП}}^* = 8,33 \frac{\text{см}^3}{\text{с} \cdot \text{МА}}$, причому останнє відповідає номінальному тиску живлення $p_{\text{ж}}^* = 16 \text{ МПа}$. При інших значеннях тиску живлення $p_{\text{ж}}$, що лежать у зазначених вище межах:

$$K_{\text{ЕГП}} = K_{\text{ЕГП}}^* \sqrt{\frac{p_{\text{ж}}}{p_{\text{ж}}^*}}. \quad (12)$$

7.2 Передавальна функція гідроциліндра

Для ЕГСП типу ПЕГС як ВМ використовується гідроциліндр із одностороннім або двостороннім штоком (рис. 7.1). Вхідною координатою тут є витрата Q , що надходить від ЕГП, а вихідною координатою положення поршня y . Передавальна функція гідроциліндра:

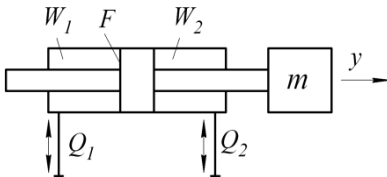


Рис. 7.1. Розрахункова схема гідроциліндра

$$W_{\text{гц}} = \frac{y(s)}{Q(s)}. \quad (13)$$

Запишемо рівняння динамічного балансу витрат для лівої й правої порожнини циліндра, доповнивши їх рівнянням динамічної рівноваги поршня (14).

$$\begin{cases} \frac{W_1}{E} \frac{dp_1}{dt} = Q - F \frac{dy}{dt}, \\ \frac{W_2}{E} \frac{dp_2}{dt} = F \frac{dy}{dt} - Q, \\ pF = m \frac{d^2 y}{dt^2} + f \frac{dy}{dt}. \end{cases} \quad (14)$$

Причому $p = p_1 - p_2$ – перепад тиску на гідроциліндрі; f – коефіцієнт в'язкого тертя.

Віднімаючи з першого рівняння системи (14) друге й переходячи до рівнянь Лапласа отримаємо:

$$\begin{cases} \frac{W_0}{E} sp = 2Q - 2Fsy, \\ p = \frac{ms^2 + fs}{F} y. \end{cases} \quad (15)$$

Позбувшись проміжної координати p і групуючи члени за ступенем s , приведемо отримані рівняння до форми типової ланки САУ:

$$s \left(\frac{W_0 m}{2EF^2} s^2 + \frac{W_0 f}{2EF^2} + 1 \right) y(s) = \frac{1}{F} Q(s). \quad (16)$$

Передавальна функція гідроциліндра:

$$W_{\text{гц}} = \frac{y(s)}{Q(s)} = \frac{K_v}{s(T_{\text{гц}}^2 s^2 + 2\zeta_{\text{гц}} T_{\text{гц}} s + 1)}. \quad (17)$$

де $T_{ГЦ} = \frac{1}{F} \sqrt{\frac{W_0 m}{2E}}$ – постійна часу гідроциліндра, де $W_0 = \frac{W_p}{2}$, W_p –

робочий об'єм; $\omega_{PE3}^{ГЦ} = \frac{1}{T_{ГЦ}}$ – резонансна частота гідроциліндра;

$\zeta_{ГЦ} = \frac{f}{2F} \sqrt{\frac{W_0}{2Em}}$ – коефіцієнт демпфірування гідроциліндра; $K_v = \frac{1}{F}$ – коефіцієнт швидкості.

Передавальна функція гідроциліндра являє собою добуток передавальних функцій двох ланок: інтегруючої ланки й коливальної ланки.

7.3 Структурна схема й передавальна функція ЕГСП

Структурна схема ЕГСП, замкненого зворотним зв'язком за положенням, на підставі раніше отриманих передавальних функцій його складових при роботі приводу з позиційною системою керування наведена на рис. 7.2.

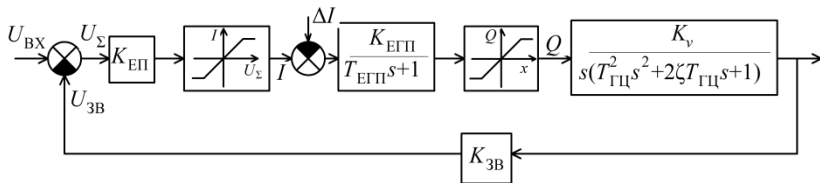


Рис. 7.2. Структурна схема ЕГСП

При динамічному аналізі методом ЛАФЧХ необхідна передавальна функція розімкненого контуру ЕГСП.

$$W_{PO3} = \frac{K_{EП} K_{EГП} K_v K_{ЗВ}}{s(T_{EГП} s + 1)(T_{ГЦ}^2 s^2 + 2\zeta_{ГЦ} T_{ГЦ} s + 1)}, \quad (18)$$

де $K_{др} = K_{EП} \cdot K_{EГП} \cdot K_v \cdot K_{ЗВ}$ – коефіцієнт добротності ЕГСП.

При побудові ЛАФЧХ типу ПЕГС із гідроциліндром як виконавчим механізмом використовуються паспортні дані як ЕГП, так і виконавчого механізму.

1. Коефіцієнт швидкості $K_v = 1/F$, де F – площа поршня гідроциліндра.

$$2. K_{\text{ЕГСП}} = K_{\text{ЕГСП}}^* \sqrt{\frac{P_{\text{Н}}}{P_{\text{Н}}^*}}, \text{ де } K_{\text{ЕГСП}}^* = 8,33 \frac{\text{см}^3}{\text{с} \cdot \text{мА}}$$

$K_{\text{ЕГСП}}$, що відповідає максимальному значенню тиску живлення $P_{\text{Н}}^* = 16 \text{ МПа}$.

$$3. K_{\text{ЗВ}} \left[\frac{\text{В}}{\text{см}} \right] - \text{коефіцієнт зворотного зв'язку}; K_{\text{ЗВ}} = K_{\text{ДП}} \cdot K_{\text{РП}}, \text{ де}$$

$K_{\text{ДП}} \left[\frac{\text{В}}{\text{рад}} \right] - \text{коефіцієнт передачі датчика положення};$

$$K_{\text{РП}} \left[\frac{\text{рад}}{\text{см}} \right] - \text{коефіцієнт передачі редуктора для датчика}$$

положення; $K_{\text{ДП}}, K_{\text{РП}} - \text{паспортні значення.}$

$$4. K_{\text{ЕП}} \left[\frac{\text{мА}}{\text{В}} \right] - \text{коефіцієнт передачі електронного підсилювача}$$

(обирається виходячи з потрібної динаміки ЕГСП і точності його позиціонування).

$$5. \omega_{\text{РЕЗ}}^{\text{ГЦ}} = \frac{1}{T_{\text{ГЦ}}} = F \sqrt{\frac{2E}{W_0 m}} - \text{резонансна частота гідроциліндра.}$$

$$6. \zeta_{\text{ГЦ}} = \frac{f}{2F} \sqrt{\frac{W_0}{2Em}} - \text{коефіцієнт демпфірування гідроциліндра.}$$

$$7. T_{\text{ЕГСП}} = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ с} - \text{постійна часу ЕГСП типу УГЕ8.}$$

$$8. \omega_{\text{с}}^{\text{ЕГП}} = \frac{1}{T_{\text{ЕГП}}} - \text{сполучена частота ЕГП типу УГЕ 8.}$$

7.4. Динамічний аналіз електрогідрравлічного слідкувального приводу методом ЛАЧХ та ФЧХ

Завданням динамічного аналізу ЕГСП є дослідження динамічних властивостей вже готової конструкції ЕГСП при заданих умовах функціонування.

В результаті побудови ЛАЧХ ЕГСП ми отримуємо можливість судити про стійкість приводу, запасів стійкості по амплітуді та фазі, а також судити про те, до якої міри можна збільшувати коефіцієнт добротності приводу, що визначає точність позиціонування ЕГСП, без втрати його стійкості

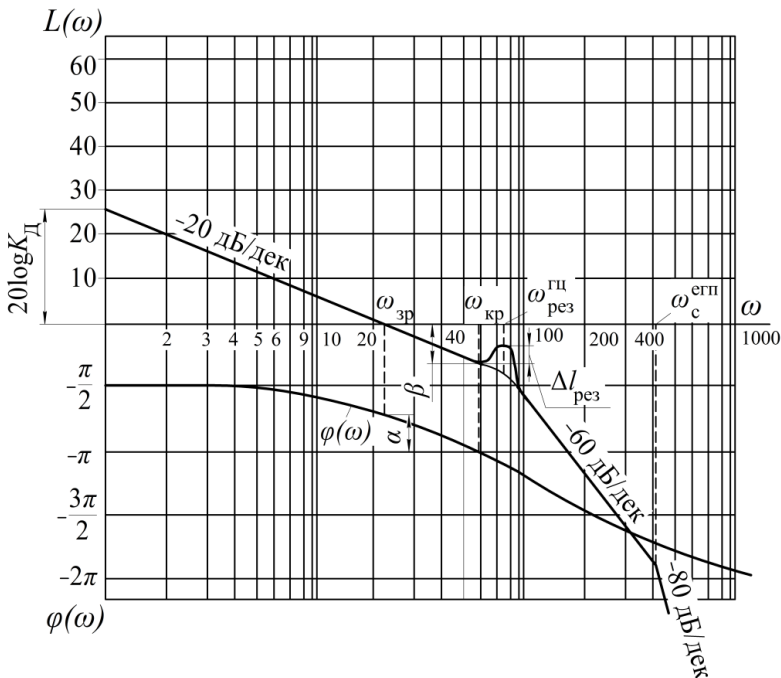


Рис. 7.3. ЛАЧХ і ФЧХ розімкненого контуру ЕГСП

Приклад побудови ЛАФЧХ ЕГСП типу ПЕГС наведений на рис. 7.3 при вихідних даних: $K_D = 20 \frac{1}{c}$, $\omega_{РЕЗ}^{ГЦ} = 80 \frac{1}{c}$, $\zeta_{ГЦ} = 0,2$

$$(\Delta L_{РЕЗ} = 8 \text{ дБ}), \omega_c^{ЕГП} = \frac{1}{T_{ЕГП}} = 434,8 \frac{1}{c}.$$

При побудові фазочастотної характеристики необхідно враховувати вплив аперіодичної ланки, якою описується ЕГП, тому $\omega_{КР} < \omega_{РЕЗ}^{ГЦ}$. Система стійка: α – запас стійкості за фазою, β – запас стійкості за амплітудою. $\alpha = \pi/4$; $\beta = 7 \text{ дБ}$.

8. ДИНАМІЧНИЙ СИНТЕЗ ЕГСП. ВИБІР ПАРАМЕТРІВ ЕГСП ВИХОДЯЧИ З ПРИНЦИПУ МІНІМІЗАЦІЇ ЕНЕРГОВИТРАТ

Завданням динамічного синтезу є вибір параметрів ЕГСП, які забезпечують при заданому навантаженні мінімум енерговитрат, задані динамічні характеристики, а також необхідну точність позиціонування. При динамічному синтезі ЕГСП, працюючого у позиційній системі управління, доводиться враховувати аналогово-дискретний режим роботи, тобто. поряд з фазою слідкуючого режиму доводиться враховувати і фазу розімкнутого стану приводу.

8.1. Вибір основних параметрів ЕГСП при дії чисто інерційного навантаження, виходячи із принципу мінімізації енерговитрат

Завдання в цьому випадку формується таким чином: потрібно зробити вибір таких

параметрів ЕГСП, які забезпечують переміщення заданої маси m на задану відстань у заданий час t_{Σ} і з заданою точністю позиціонування $\pm \Delta u$ при мінімальних витратах енергії. У випадку створення *широкодпазонного ЕГСП* як у може бути прийнятий максимальний хід робочого органу L .

Номінальну потужність, яка розвивається приводом N_H , можна визначити як:

$$N_H = Q_{\max} \cdot p_{\text{ном}} = F \cdot v_{\text{уст}} \cdot p_{\text{ном}}, \quad (19)$$

де Q_{\max} – максимальна витрата в гідросистемі при максимальній (встановленій) швидкості поршня $v_{\text{уст}}$; $p_{\text{ном}}$ – номінальний тиск живлення гідроприводу, F – площа поршня.

Характер зміни швидкості робочого органу ЕГСП при роботі в позиційному режимі наведений на рис. 8.1. Як показано на рис. 7.2, 7.3 при розгоні й русі з максимальною швидкістю привод залишається розімкненим (зона I на рис. 8.1). При підході до точки позиціонування, коли робочий орган перебуває в режимі гальмування, привід замкнений (зона II на рис. 8.1).

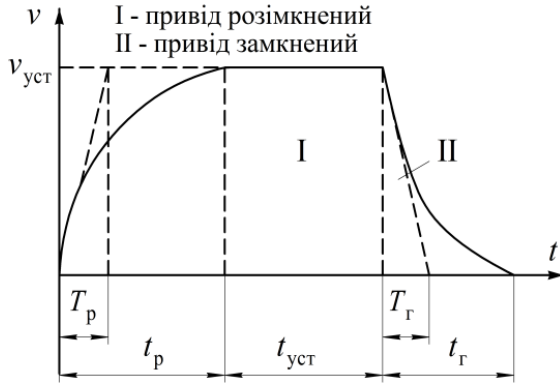


Рис. 8.1. Зміна швидкості ЕГСП при роботі в позиційному режимі

8.1.1 Перехідний процес у розімкненому гідроприводі

Рух робочого органа у реальному ГП, навантаженому статичним і інерційним навантаженнями описується диференціальним рівнянням, тому результати розрахунків, отримані на основі статичної і динамічної моделей можуть значно відрізнятися один від одного.

Розрахунки за динамічною моделлю доцільні при визначенні реального часу спрацювання ГП, а також при розрахунку процесу розгону та гальмування робочого органа гідродвигуна.

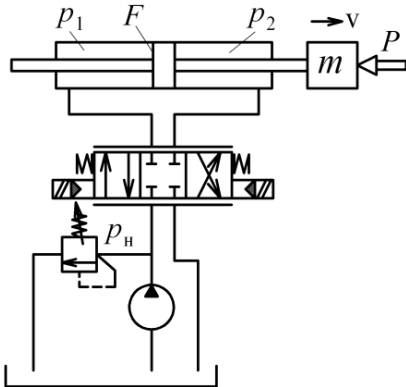


Рис. 8.2. Розрахункова схема гідроприводу

У першому варіанті розрахунку знехтуємо стисливістю робочої рідини і витокami. Крім того, будемо розглядати симетричний ГП, тобто як гідродвигун будемо використовувати гідроциліндр з двостороннім штоком, а як регулюючий орган – чотирищільний дроселюючий золотник.

Математична модель може бути отримана на основі рівняння динамічної рівноваги

поршня і рівняння балансу витрат:

$$\begin{cases} m \frac{dv}{dt} = F(p_1 - p_2) - P; \\ F \cdot v = \mu f_3 \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_H - p_1)} = \mu f_3 \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2}, \end{cases} \quad (20)$$

де μ – коефіцієнт витрати; f_3 – площа дроселюючої щілини золотника.

Поєднуючи два рівняння (20) в одне, отримаємо диференційне рівняння руху поршня:

$$m \frac{dv}{dt} = p_H F - \frac{\rho \cdot F^3 \cdot v^2}{(\mu \cdot f_3)^2} - P. \quad (21)$$

З умови усталеного режиму $\left(\frac{dv}{dt} = 0 \right)$ отримаємо:

$$F \cdot p_H - P = \frac{\rho \cdot F^3 \cdot v_0^2}{(\mu \cdot f_3)^2}, \quad (22)$$

де v_0 – усталена швидкість.

$$v_0 = \mu \cdot f_3 \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(p_H - \frac{P}{F} \right)} / F; \quad (23)$$

$$\frac{\rho \cdot F^3}{(\mu \cdot f_3)^2} = \frac{F(p_H - P)}{v_0^2}. \quad (24)$$

Підставляючи отриманий вираз (24) у (21), отримаємо диференційне рівняння руху поршня у вигляді:

$$m \frac{dv}{dt} = A \left(1 - \frac{v^2}{v_0^2} \right), \quad (25)$$

де $A = p_H \cdot F - P$.

Інтегрування рівняння руху поршня.

З (25) отримаємо:

$$dt = \frac{m \cdot v_0^2 dv}{A(v_0^2 - v^2)}; \quad t = \frac{m \cdot v_0}{2A} \ln \frac{v_0 + v}{v_0 - v}. \quad (26)$$

Позначимо $T_p = \frac{m \cdot v_0}{2A}$, де T_p – постійна часу розгону (рис. 9).

З виразу (26):

$$e^{t/T_p} = \frac{v_0 + v}{v_0 - v}; \quad v = v_0 \frac{e^{t/T_p} - 1}{e^{t/T_p} + 1}. \quad (27)$$

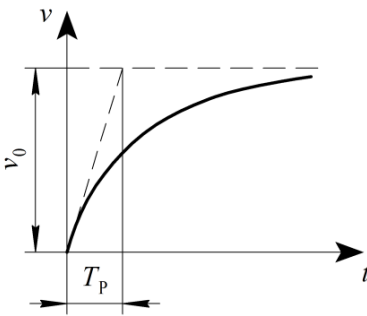


Рис. 8.3. Крива розгону робочого органа гідропривода при врахуванні інерційного навантаження

$$v = v_{уст} \left(1 - \frac{2}{1 + e^{t/T_p}} \right), \quad (28)$$

де $T_p = \frac{m \cdot v_{уст}}{2A}$ – постійна часу розгону; $A = p_H \cdot F - P$.

При дії тільки інерційного навантаження $A = p_H \cdot F$.

У теорії автоматичного керування для експоненційних перехідних процесів прийнято вважати процес закінченим при $t = t_p \approx 3T_p$, де t_p – час розгону [5].

8.1.2 Вибір площі поршня та тиску живлення виходячи з мінімуму енерговитрат

При динамічному синтезі зазвичай домагаються характеру перехідного процесу при гальмуванні близького до загасаючого експоненційного процесу (рис. 8.1. Зона II). При такому процесі максимальне від'ємне прискорення a_{max} спостерігається в початковий момент гальмування. Якщо дотична, проведена в початковій точці

гальмування до кривої $v(t)$, відповідає прямій $a_{\max} = \text{const}$ і вона відтинає на осі абсцис відрізок T_{Γ} (рис. 8.1), то останній буде відповідати постійній часу гальмування.

Як буде показано нижче, при синтезі раціональних параметрів ЕГСП домагаються експоненційного характеру зміни швидкості при гальмуванні [4]:

$$v = v_{\text{УСТ}} e^{-t/T_{\Gamma}}. \quad (29)$$

При цьому, як показано у роботі [4], максимальне прискорення у початковий момент гальмування:

$$a_{\max} = \frac{A}{m}. \quad (30)$$

Із графіка на рис. 8.1 $v_{\text{УСТ}} = T_{\Gamma} \cdot a_{\max}$. Постійна часу гальмування може бути знайдена як:

$$T_{\Gamma} = \frac{v_{\text{УСТ}}}{a_{\max}} = \frac{v_{\text{УСТ}} \cdot m}{A}. \quad (31)$$

Аналогічно з експоненційною характеристикою $v(t)$ при розгоні, для експоненційної характеристики при гальмуванні час гальмування $t_{\Gamma} \cong 3T_{\Gamma}$.

Повний час спрацювання приводу t_{Σ} складається із трьох відрізків часу (рис. 8.1):

$$t_{\Sigma} = t_p + t_{\text{УСТ}} + t_{\Gamma} = 3T_p + 3T_{\Gamma} + \frac{1}{V_{\text{УСТ}}} \left[L - \int_0^{3T_p} v_{\text{УСТ}} \left(1 - \frac{2}{1 + e^{\frac{t}{T_p}}} \right) dt - \int_0^{3T_{\Gamma}} v_{\text{УСТ}} e^{\frac{-t}{T_{\Gamma}}} dt \right], \quad (32)$$

де L – повний (максимальний) хід робочого органа ЕГСП.

У результаті інтегрування (32) отримаємо:

$$t_{\Sigma} = 2,75 \frac{v_{уст} \cdot m}{A} + \frac{L}{v_{уст}}; \quad (33)$$

$$3(1) \quad v_{уст} = \frac{N_H}{A}.$$

$$t_{\Sigma} = 2,75 \frac{N_H \cdot m}{A^2} + \frac{L \cdot A}{N_H}, \quad (34)$$

де $A = p_H \cdot F$ – для випадку чисто інерційного навантаження.

Розв'яжемо рівняння (34) відносно величини номінальної потужності приводу N_H :

$$N_H = \frac{t_{\Sigma} \pm \sqrt{t_{\Sigma}^2 - 11 \frac{m \cdot L}{A}}}{5,5 \frac{m}{A^2}}. \quad (35)$$

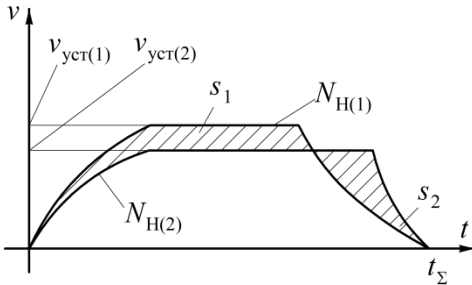


Рис. 8.4. Процес позиціонування при різних потужностях привода

Значення t_{Σ} , m й L при динамічному синтезі зазвичай задаються як вихідні параметри при проєктуванні.

Необхідно знайти значення A , яке мінімізує функцію $N_H(A)$. Наявність двох коренів виразу (35) свідчить про те, що розв'язання завдання переміщення заданої маси m на задану

відстань L , за заданий час t_{Σ} можливе при двох значеннях номінальної потужності $N_{H(1)}$ й $N_{H(2)}$. (рис. 8.4). Якщо при більшій потужності $N_{H(1)}$ має місце виграш у шляху розгону й рух з більшою усталеною швидкістю s_1 , то при меншій потужності $N_{H(2)}$ має місце виграш шляху s_2 у фазі гальмування (причому $s_1 = s_2$). Тому для подальшого розгляду доцільно залишити менший корінь, тобто:

$$N_H(A) = \frac{t_\Sigma - \sqrt{t_\Sigma^2 - 11 \frac{m \cdot L}{A}}}{5,5 \frac{m}{A^2}}. \quad (36)$$

Вираз (36) має сенс, якщо:

$$A > A_{\text{ГРАН}} = \frac{11m \cdot L}{t_\Sigma^2}. \quad (37)$$

Вираз (37) встановлює значення мінімально необхідної (граничної) сили, при якій ще досягається усталена швидкість. Оптимальне значення $A_{\text{ОПТ}}$, яке мінімізує значення потужності N_H , отримаємо з рівняння $\frac{dN_H}{dA} = 0$:

$$A_{\text{ОПТ}} = 12,6 \frac{m \cdot L}{t_\Sigma^2}. \quad (38)$$

При цьому значенні A потужність приводу N_H буде мінімальною:

$$N_{H\text{min}}(A_{\text{ОПТ}}) = 18,7 \frac{m \cdot L^2}{t_\Sigma^3}; \quad (39)$$

$$v_{\text{УСТ}}^* = \frac{N_{H\text{min}}}{A_{\text{ОПТ}}} = 1,49 \frac{L}{t_\Sigma}; \quad (40)$$

$$Q_{\text{max}}^* = v_{\text{УСТ}}^* \cdot F^* = \frac{1,49L \cdot F^*}{t_\Sigma}, \quad (41)$$

де F^* , $v_{\text{УСТ}}^*$, Q_{max}^* – оптимальні значення параметрів.

Значення F^* і p_H^* , які мінімізують споживану потужність N_H , визначають шляхом підбору. При відомому значенні $A_{\text{ОПТ}} = p_H^* \cdot F^*$ з каталогу (додаток А) спочатку обирають ПЕГС із мінімальним значенням F^* , визначають тиск $p_H^* = \frac{A_{\text{ОПТ}}}{F^*}$.

Якщо $6,3 \text{ МПа} \leq p_{\text{H}}^* \leq 16 \text{ МПа}$, то залишають ці значення F^* й p_{H}^* . Якщо $p_{\text{H}}^* > 16 \text{ МПа}$, переходять до наступного в міру зростання площі поршня типорозміру ПЕГС і знову обчислюють p_{H}^* і так далі. Такий перебір виконують доки при черговому обраному F^* значення p_{H}^* виявиться в заданому робочому діапазоні тисків живлення (додаток А).

Оптимальне значення параметрів руху визначають за формулами:

$$T_{\text{P}}^* = \frac{v_{\text{УСТ}}^* \cdot m}{2A_{\text{ОПТ}}} = 0,06 \cdot t_{\Sigma}; \quad (42)$$

$$T_{\Gamma}^* = \frac{v_{\text{УСТ}}^* \cdot m}{A_{\text{ОПТ}}} = 0,12 \cdot t_{\Sigma}; \quad (43)$$

$$t_{\text{P}}^* = 3T_{\text{P}}^* = 0,18 \cdot t_{\Sigma}; \quad (44)$$

$$t_{\Gamma}^* = 3T_{\Gamma}^* = 0,36 \cdot t_{\Sigma}. \quad (45)$$

Оптимальна форма перехідного процесу за швидкістю, яка забезпечує мінімум споживаної потужності, розраховується за виразами (44) – (45).

8.1.3 Врахування статичного навантаження

Вплив статичного навантаження врахуємо за допомогою коригувальних графіків, отриманих в УкрНДІПГідроприводі (рис. 8.5) [4].

На графіку (рис. 8.5) криві 1 і 1' відповідають безрозмірним значенням $\frac{N_{\text{min}}}{(N_{\text{min}})_0}$ відповідно при зустрічному й супутньому навантаженнях, де $(N_{\text{min}})_0$ – значення потужності при чисто інерційному навантаженні (39). Криві 2 і 2' відповідають безрозмірним значенням $\frac{A_{\text{опт}}}{(A_{\text{опт}})_0}$ відповідно при зустрічному і супутньому навантаженнях, де $(A_{\text{опт}})_0$ – значення потужності при чисто інерційному навантаженні (38).

При заданому навантаженні P графіки на рис. 8.3 дозволяють одержати скореговані значення N_{\min} і $A_{\text{опт}}$. Далі вибір F_H^* і p_H^* при відомому значенні $A_{\text{опт}}$ проводиться так само, як і для чисто інерційного навантаження. Інші параметри визначаються за формулами:

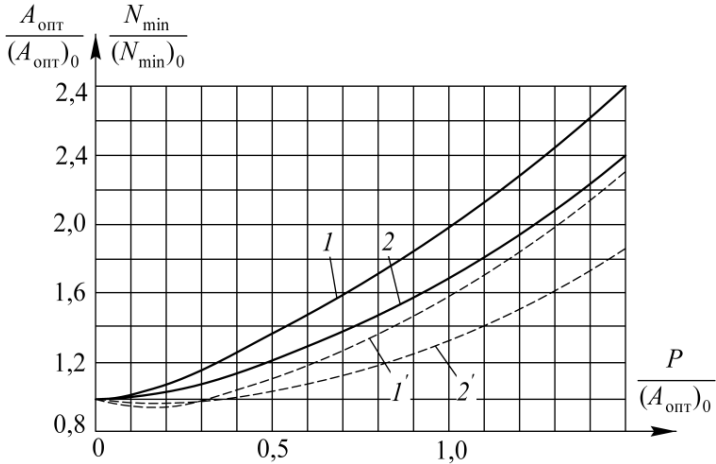


Рис. 8.5. Графік визначення безрозмірних значень зусилля й потужності з урахуванням зовнішнього навантаження (суцільна лінія – зустрічне навантаження, пунктирна лінія – супутнє навантаження)

$$Q_{\max}^* = \frac{N_{\min}}{p_H^*}; \quad v_{\text{уст}}^* = \frac{Q_{\max}^*}{F^*}; \quad T_p^* = \frac{m \cdot v_{\text{уст}}^*}{2A_1}; \quad T_\Gamma^* = \frac{m \cdot v_{\text{уст}}^*}{A_2}, \quad (46)$$

де Q_{\max}^* , $v_{\text{уст}}^*$, T_p^* , T_Γ^* – оптимальні значення параметрів.

9. ДИНАМІЧНИЙ СИНТЕЗ ЕГСП. ПОБУДОВА БАЖАНОЇ ЛАЧХ ВИХОДЯЧИ ІЗ ЗАДАНОЇ ТОЧНОСТІ ПОЗИЦІОНУВАННЯ ТА ЗАДАНИХ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЕГСП. КОРИГУВАННЯ ПРИВОДУ

Найскладнішим моментом при синтезі методом ЛАЧХ є визначення зв'язку необхідної точності позиціонування і заданого характеру перехідного процесу з параметрами бажаної ЛАЧХ.

9.1 Визначення забороненої зони в низькочастотній частині ЛАЧХ ЕГСП, виходячи із заданої точності позиціонування

ЕГСП відпрацьовує координату позиціонування з певною похибкою $\pm \Delta y$, наявність якої носить не випадковий, а закономірний характер. Це пов'язано із присутністю залишкового магнетизму в електромагнітній котушці ЕМП ЕГП. Останнє призводить до того, що в точці позиціонування, коли $U_{зв} = U_{вх}$ і струм, $I = 0$ заслінка не повертається в строго нейтральне положення, у порожнину гідроциліндра продовжує надходити робоча рідина й робочий орган продовжує свій рух рівно настільки, щоб датчик положення, виробивши деяку додаткову напругу $\Delta U_{зв}$, створив на виході електронного підсилювач додатковий струм ΔI , який поверне заслінку в нейтральне положення. Значення ΔI для електромагнітної

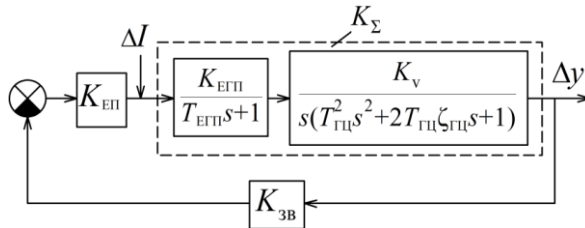


Рис. 9.1. Структурна схема ЕГСП при відпрацьовуванні помилки

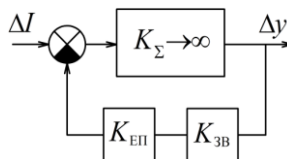


Рис. 9.2. Структурна схема перетворення первинної помилки у вторинну

системи ЕГП величина досить стабільна й входить у паспортні дані з назвою "статизм за струмом керування" ΔI і її можна вважати первинною помилкою (додаток). Перебіг або недобіг поршня до точки позиціювання $\pm \Delta y$, який необхідний для компенсації залишкового магнетизму, будемо вважати вторинною помилкою. Перебудуємо структурну схему на рис. 9.1 у структурну схему на рис. 9.2, а потім і в передавальну функцію за помилкою.

При розгляді процесу перетворення первинної помилки приймемо припущення, що безпосередньо в районі точки позиціювання швидкість робочого органу близька до нуля й перехідні процеси в ЕГСП згасли, тобто можна вважати, що $t \rightarrow \infty$ й $s \rightarrow 0$. При $s \rightarrow 0$ коефіцієнт передачі прямого ланцюга (рис. 9.1) $K_\Sigma \rightarrow \infty$ і структурну схему на рис. 9.1 можна перетворити в структурну схему на рис. 9.2. На основі цієї структурної схеми коефіцієнт передачі помилки можна визначити як:

$$\frac{\Delta y}{\Delta I} = \frac{K_\Sigma}{1 + K_\Sigma \cdot K_{\text{ЕП}} \cdot K_{\text{ЗВ}}}; \quad (47)$$

або враховуючи, що: $K_\Sigma \rightarrow \infty$

$$\frac{\Delta y}{\Delta I} = \frac{1}{K_{\text{ЕП}} \cdot K_{\text{ЗВ}}}. \quad (48)$$

Враховуючи, що коефіцієнт добротності K_d наводиться у вигляді $K_d = K_{\text{ЗВ}} \cdot K_{\text{ЕП}} \cdot K_{\text{ЕПТ}} \cdot K_v$ й ширину поля помилок $\pm \Delta y$ можна навести як $2|\Delta y|$:

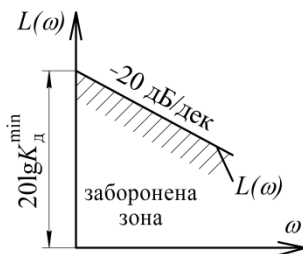


Рис. 9.3. Виділення забороненої області ЛАЧХ, виходячи із заданої точності позиціювання

$$\frac{2|\Delta y|}{\Delta l} = \frac{K_{\text{ЕГП}} \cdot K_v}{K_d}, \quad (49)$$

де $K_v = \frac{1}{F}$; F – площа поршня.

Отже, для того щоб помилка позиціонування не перевищувала задану:

$$K_d \geq K_d^{\min} = \frac{\Delta l}{2F} \frac{K_{\text{ЕГП}}}{\Delta y}. \quad (50)$$

Умова (50) у площині ЛАЧХ інтерпретується у вигляді забороненої області в низькочастотній частині ЛАЧХ (рис. 9.3). Значення F обирають на підставі розрахунків попереднього підрозділу, $K_{\text{ЕГП}}$ розраховується за формулою (14), Δl – паспортна величина ЕГП (додаток А), Δy задане.

9.2 Визначення забороненої області у високочастотній частині ЛАЧХ, виходячи із заданих динамічних характеристик ЕГСП

При формуванні вимог до середньої й високочастотної частини ЛАЧХ ЕГСП необхідно виходити з того, що рух робочого органу

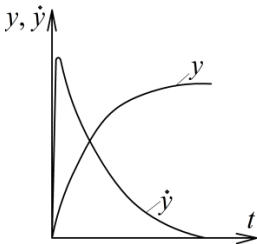


Рис. 9.4. Бажаний рух поршня при позиціонуванні

приводу у фазі гальмування, коли ЕГСП працює в аналоговому режимі, повинен здійснюватися при відсутності коливань робочого органу практично по згасаючій експоненті.

Порівняння бажаного характеру переміщення поршня (рис. 9.4) з характером руху поршня за весь період позиціонування (рис. 8.4) дає підставу стверджувати, що саме в зоні II, де привід замкнений за положенням, принципово можливо представити його у вигляді аперіодичної ланки (рис. 9.4). Таким

чином, бажана передавальна функція *розімкненого* приводу повинна являти собою астатичну ланку першого порядку, тобто *інтегруючу ланку* (51). Це означає, що до приводу, який працює у позиційному режимі висуваються набагато більш жорсткі умови, ніж просто досягнення стійкої роботи.

$$W_{\text{РОЗ}}^{\text{БАЖ}} \cong \frac{K_{\text{Д}}}{s}. \quad (51)$$

Для того щоб реалізувати рівність (52) необхідно, щоб резонансна частота гідроциліндра приблизно на порядок перевищувала частоту зрізу (рис. 9.5), тобто $\omega_{\text{ЗР}} \ll \omega_{\text{РЕЗ}}^{\text{ГЦ}}$ або $\omega_{\text{ЗР}} \ll \omega_{\text{КРИТ}}$. На практиці достатньо витримувати співвідношення:

$$\omega_{\text{РЕЗ}}^{\text{ГЦ}} \cong (7 \div 10) \omega_{\text{ЗР}}, \quad (52)$$

де, $\omega_{\text{РЕЗ}}^{\text{ГЦ}} = F \sqrt{\frac{2E}{W_0 \cdot m}}$, $\omega_{\text{ЗР}} = K_{\text{Д}}$ – для інтегруючої ланки.

Передавальна функція замкненого зворотним зв'язком ЕГСП з високим ступенем ймовірності може бути наведена як

$$W_{\text{РОЗ}}^{\text{БАЖ}} = \frac{\frac{K_{\text{Д}}}{s \cdot K_{\text{ЗВ}}}}{1 + \frac{K_{\text{Д}}}{s}} = \frac{1}{T_{\text{ЗП}} s + 1}, \quad (53)$$

де $\frac{K_{\text{Д}}}{s \cdot K_{\text{ЗВ}}}$ – передавальна функція прямого ланцюга приводу з

бажаною характеристикою; $T_{\text{ЗП}} = \frac{1}{K_{\text{Д}}^*} = \frac{1}{\omega_{\text{ЗР}}^*}$ – постійна часу аперіодичної ланки, яка апроксимує передавальну функцію замкненого приводу.

Зв'яжемо постійну часу замкнутого ЕГСП з бажаним характером перехідного процесу при позиціонуванні робочого органу з бажаною постійною часу аперіодичного процесу гальмування $T_{\text{ЗП}}$ виходячи із заданого часу спрацьовування приводу T_{Γ} (43): $T_{\text{ЗП}} = T_{\Gamma}$.

Час гальмування t_{Γ}^* проектованого приводу на основі (45):

$$t_{\Gamma}^* \cong 3T_{\text{ЗП}} = \frac{3}{\omega_{\text{ЗР}}^*} = 0,36 \cdot t_{\Sigma}, \quad (54)$$

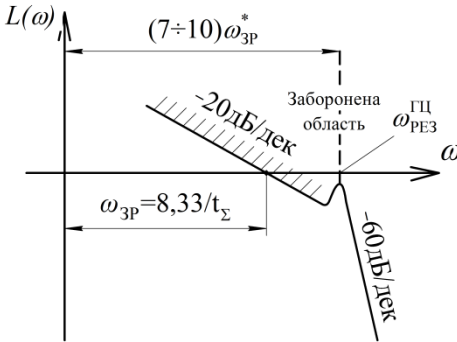
де $\omega_{\text{ЗР}}^*$ – бажана частота зрізу.

Таким чином, бажану частоту зрізу $\omega_{зр}^*$, що відповідає заданому часу спрацювання t_{Σ} визначають із співвідношення:

$$\omega_{зр}^* = K_{д}^* = \frac{3}{0,36 \cdot t_{\Sigma}} = \frac{8,33}{t_{\Sigma}}. \quad (55)$$

З іншого боку, із співвідношення (52) $K_{д}^*$ повинно задовольняти умову:

$$K_{д}^* = \omega_{зр}^* = \frac{\omega_{РЕЗ}^{ГЦ}}{(7 \div 10)}. \quad (56)$$



Вирази (55) і (56) дозволяють побудувати відрізок бажаної ЛАЧХ розімкненого ЕГСП у середньочастотній і високочастотній областях. Цей же відрізок окреслює заборонену область у високочастотній частині ЛАЧХ (рис. 9.5).

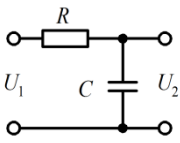
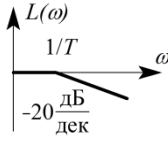
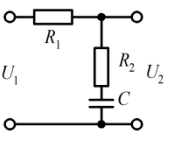
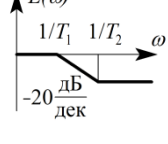
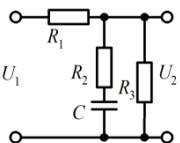
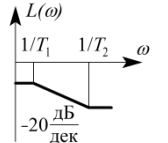
Рис. 9.5. Графік бажаної ЛАЧХ у середньочастотній і високочастотній областях

9.3. Корегування ЕГСП

Рішення про введення корегуючої ланки приймається при зіставленні двох отриманих значень коефіцієнта добротності $K_{д}^{\min}$ (50) і $K_{д}^*$ (55).

Якщо, $K_{д}^{\min} < K_{д}^*$ то як коефіцієнт добротності обирають $K_{д}^*$. Якщо $K_{д}^{\min} > K_{д}^*$, то у прямий ланцюг на вхід електронного підсилювача вводять корегуючу ланку у вигляді диференціюючого (Д), інтегруючого (І) або інтегродиференціюючого (ІД) контуру [1]. У нашому випадку достатньо використання одного з інтегруючих контурів (табл. 3).

Таблиця 3 – Інтегруючі контури (I)

№ п.п.	Електрична схема	Передавальна функція	Частотні характеристики
1		$W(s) = \frac{1}{1+Ts}; W(0) = 1;$ $W(\infty) = 0; T = RC;$ $\varphi(\omega) = -\arctg T\omega$	
2		$W(s) = \frac{T_2s+1}{T_1s+1}; W(0) = 1;$ $W(\infty) = \frac{1}{1+R_1/R_2};$ $\varphi(\omega) = \arctg T_2\omega;$ $T_2 = R_2C; T_1 = (R_1+R_2)C$	
3		$W(s) = \frac{1}{1+R_1/R_2} \times \frac{T_2s+1}{T_1s+1};$ $W(0) = \frac{1}{1+R_1};$ $T_1 = \left(R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right) C;$ $T_2 = R_2C;$	

З табл. 3 видно, що таку передавальну функцію має RC -ланцюг під номером 2 у таблиці інтегруючих контурів.

На рис. 9.6 пунктирними лініями наведена наявна ЛАЧХ ($L(\omega)^{\text{НАЯВ}}$), при якій частота зрізу $\omega_{\text{ЗР}}^{\text{НАЯВ}}$ знаходиться в зоні, де ФЧХ проходить достатньо низько при невеликому запасі стійкості за фазою. У цьому випадку доцільно здійснити стабілізацію за рахунок I -ланцюга (табл. 3). Інтегруючий ланцюг внесе на середніх частотах ослаблення і частота зрізу зрушить вліво в зону, де ФЧХ буде проходити достатньо високо при великому запасі стійкості за фазою. Вибір параметрів корегуючої ланки здійснюється графоаналітичним методом, сутність якого викладена на рис. 9.6. Виділені шляхом графічної побудови сполучувані частоти ω_1 і ω_2 дозволяють визначити числові значення постійних часу T_1 і T_2 корегуючої ланки.

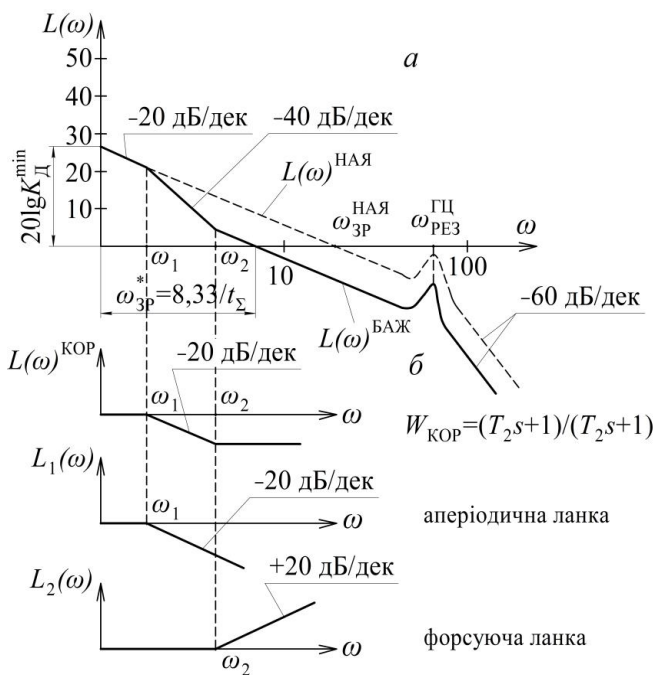


Рис. 9.6 – ЛАЧХ:
 а – нескорегованого (пунктирна лінія); б – скорегованого (суцільна лінія)
 ЕГСП (а) і ЛАЧХ корегуючої ланки (б)

У цьому випадку поправкова ЛАЧХ корегуючої ланки (рис. 9.6) відповідає передавальній функції у вигляді добутку аперіодичної і форсуючої ланок [5]:

$$W_{\text{КОР}} = \frac{T_2 s + 1}{T_1 s + 1}, \tag{57}$$

де $T_1 = \frac{1}{\omega_1}$, $T_2 = \frac{1}{\omega_2}$ – постійні часу.

З табл. 3 видно, що таку передавальну функцію має RC-ланцюг під номером 2 у таблиці інтегруючих контурів.

Корегуюча ланка, що відповідає передавальній функції (57) являє собою пасивний чотириполюсник (рис. 9.7). Через те, що пасивні RC-ланцюги мають ослаблюючі властивості, на його виході доцільно

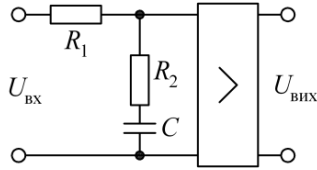


Рис. 9.7 – Корегуюча ланка

встановлювати підсилювач постійного струму. Значення номіналів для опорів і ємності обираються з співвідношень (табл. 4):

$$T_1 = (R_1 + R_2)C; \quad (58)$$

$$T_2 = R_2 \cdot C.$$

Через те що вираз (58) являє собою систему двох рівнянь з трьома невідомими, значення одного з опорів задають (наприклад $R_2 = 100 \text{ КОм}$). Як завершуючу частину динамічного синтезу визначають коефіцієнт підсилення електронного підсилювача.

$$K_{\text{ЕП}} = \frac{K_{\text{Д}}^{\text{min}}}{K_{\text{ЗВ}} \cdot K_{\text{v}} \cdot K_{\text{ЕПІ}}}. \quad (59)$$

10. ПРИКЛАД ПОБУДОВИ ЛАЧХ ТА ФЧХ НЕСКОРИГОВАНОВОГО ТА СКОРИГОВАНОВОГО ЕГСП

Вихідні данні для проектування:

Переміщувана маса $m = 1300$ кг, зустрічне статичне навантаження $P = -1500$ Н, повний хід поршня $L = 1$ м, задана точність позиціонування $\pm \Delta y = 1,5$ мм, заданий час спрацювання $t_{\Sigma} = 1,6$ с (рис. 10.1).

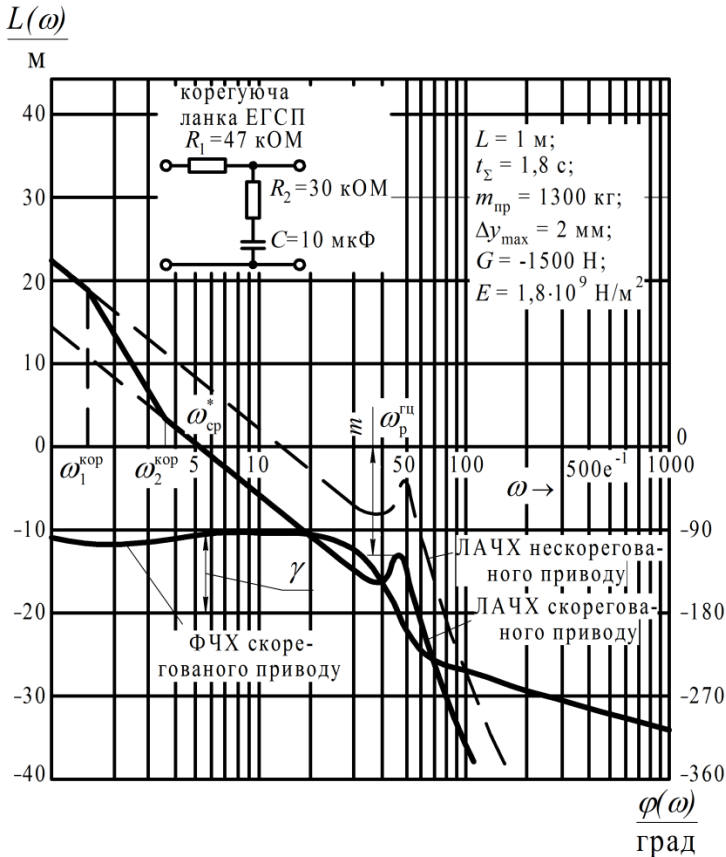


Рис. 10.1 – Логарифмічна амплітудно-частотна і фазо-частотна характеристики нескорегованого (пунктирна лінія) і скорегованого (суцільна лінія) ЕГСП

При побудові наявної ЛАЧХ використовувалися параметри, отримані з попередніх розрахунків: значення коефіцієнта добротності k_D^{\min} , резонансної частоти циліндра $\omega_{\text{РЕЗ}}$ і сполученої частоти ЕГП, ω_c . При побудові бажаної ЛАЧХ розраховувалася бажана частота зрізу $\omega_{\text{ЗР}}$, а потім за допомогою перебудови зшивалася бажана ЛАЧХ в низькочастотній області та бажана частина ЛАЧХ у високочастотній області. На підставі цього визначалася передавальна функція коригувальної ланки і за таблицями електричних аналогів знаходилася схема необхідного RC -ланцюга.

Таблиця 4 – Оптимальні параметри ЕГСП (на основі вихідних даних)

№ п/п	Найменування параметра	Значення параметра
1	Тиск живлення $p_{\text{ЖИВ}}$	8,15 МПа
2	Площа поршня, F	6,2 см ²
3	Коефіцієнту добротності ЕГСП, k_D	12,8 1/с
4	Коригуюча ланка	
5	Електричні параметри коригуючої RC -ланки	$C = 10$ мкФ; $R_1 = 47$ кОм; $R_2 = 30$ кОм
6	Коефіцієнт підсилення ЕГП, $k_{\text{ЕГП}}$	$5,95 \frac{\text{см}^3}{\text{с} \cdot \text{мА}}$
7	Коефіцієнт підсилення електронного підсилювача, $k_{\text{ЕП}}$	110 мА/В
8	Резонансна частота ЕГСП, $\omega_{\text{РЕЗ}}$	46 1/с
9	Частота зрізу ЕГП, $\omega_{\text{ЗР}}$	5,2 1/с

Результати розрахунку за викладеною вище методикою, а також коригування приводу за допомогою перебудови наявної ЛАЧХ в бажану ЛАЧХ дозволили отримати значення оптимальних параметрів ЕГСПС а також структуру і електричні номінали коригувальної ланки. Це дозволило задовольнити вихідні вимоги до ЕГСП, тобто. розв'язати задачу динамічного синтезу.

ДОДАТОК А. ЕЛЕКТРОГІДРАВЛІЧНІ СЛІДКУЮЧІ ПРИВОДИ ТИПУ ПЕГС [2]

Таблиця А1 – Основні характеристики електрогідрравлічних слідкувальних приводів ПЕГС

Параметри	Типорозмір				
	ПЕГС-2	ПЕГС-6	ПЕГС-8	ПЕГС-9	ПЕГС-9/1
1	2	3	4	5	6
Тиск, кгс/см ² : номінальний мінімальний	125 100		160 125		
Номінальна витрата, л/хв			40		
Швидкість пере- міщення наван- таження, мм/с	300- 800	200-600		150-450	
Точність позиціонування, мм	± 1,5	± 0,75		± 1,5	± 0,75
Величина інерційного навантаження, кгс	15	30		100	30
Тривалість перехідного процесу, не більше, с	0,1	0,15	0,15	0,2	
Маса (без масла), кг	23	21,3	28,4	29,1	31
Тиск живлення p_H , кгс/см ²	63-160	63-160	63-160	63-160	63-160
Площа поршня гідроциліндра з боку штока F , см ²	6,2	7,65	12,2	12,2	12,2
Коефіцієнт передачі електрогідрравлічного підсилювача при $p_H = 160$ кгс/см ² і відсутності навантаження $K_{ЕГП}^*$, см ³ /с·мА	8,33	8,33	8,33	8,33	8,33
Постійна часу T_1 , с	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$

Продовження табл. А1

1	2	3	4	5	6
Робочий об'єм гідроциліндра $W_{\text{РОБ}}$, см^3	510	510	1000	1270	1590
Робочий об'єм гідроциліндра $W_{\text{РОБ}}$, см^3	510	510	1000	1270	1590
Коефіцієнт внутрішніх витоків $K_{\text{ВИТ}}$, $\text{см}^5/\text{кгс} \cdot \text{с}$	0	0	0	0	0
Коефіцієнт передачі за швидкістю (при втягуванні штока) K_v , $1/\text{см}^2$	0,161	0,131	0,082	0,082	0,082
Тип датчиків положення	ВТ-5	ВТ-5	ВТ-6	ВТ-5	ВТ-5
Частота напруги живлення датчиків $f_{\text{ЖДП}}$, Гц	400	400	400	400	400
Напруга живлення датчиків $U_{\text{ЖДП}}$, В	20	20	20	20	20
Коефіцієнт передачі датчиків $K_{\text{ДП}}$, В/рад	8,75	8,75	8,75	8,75	8,75
Коефіцієнт передачі кінематичного ланцюга від штока гідроциліндра до датчика грубого відліку $K_{\text{РГ}}$, рад/см	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014
Коефіцієнт передачі кінематичного ланцюга від датчика грубого відліку до датчика точного відліку K_i	30	30	30	30	30
Статизм ΔI , мА	4	4	4	4	4

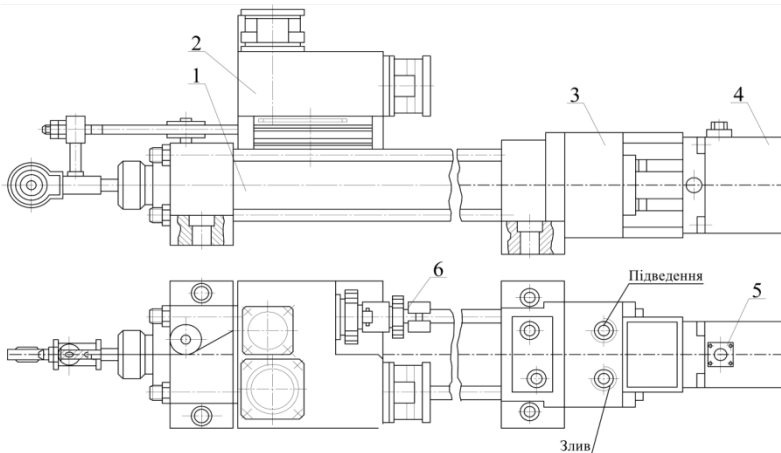


Рис. А 1. – Електрогідрравлічний слідкувальний привід типу ПЕГС [2]:
1-циліндр, 2- блок датчиків і редукторів,3- гідрзамок, 4- ЕГП , 5,6 –електричні
раз'єми відповідно ЕГП и блока датчиків

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Попович, М. Г. Теорія автоматичного керування [Текст] : навч. посібник для вузів / М. Г. Попович, О. В. Ковальчук. – К. : Либідь, 2007. – 655 с.
2. Гоголюк П.Ф. Теорія автоматичного керування: навч. посіб. / П.Ф. Гоголюк, Т.М. Гречин. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2009. – 280 с. – ISBN: 978-966-553-725-0.
3. Іванов А. О. Теорія автоматичного керування: Підручник. / А. О. Іванов. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2003. – 250 с.
4. Мокін Б. І. Математичні методи ідентифікації електромеханічних процесів: навч. посіб. / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця: «Універсум-Вінниця», 2005. – 300 с. – ISBN 966-641-136-9.

ЗМІСТ

Вступ.....	3
1 ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ САК.....	4
1.1 Амплітудно-фазова частотна характеристика.....	6
1.2 Лгарифмічні частотні характеристики.....	8
2 Побудова логарифмічних характеристик типових ланок... ..	13
2.1 Безінерційна ланка.....	13
2.2 Ідеальна диференційна ланка $K = 1$	13
2.3 Ідеальна диференційна ланка (загальний випадок).....	14
2.4 Ідеальна ланка з передавальною функцією $W(s) = K \cdot s^2$..	15
2.5 Ідеальна інтегруюча ланка.....	16
2.6 Ланка з передавальною функцією $W(s) = K/s^3$	17
2.7 Ланка з передавальною функцією $W(s) = T \cdot s + 1$	18
2.8 Аперіодична ланка першого порядку.....	21
2.9 Аперіодична ланка другого порядку.....	22
2.10 Коливальна ланка.....	24
3 Побудова ЛАЧХ та ФЧХ для складних передвальних функцій.....	28
4 Частотні методи оцінки якості процесів регулювання САК	35
5 Аналіз систем регулювання у пакеті прикладних програм «MATHLAB».....	40
5.1 Передавальні функції.....	40
5.2 Побудова ЛАЧХ та ФЧХ у MATHLAB.....	41
6 ЛАЧХ ЕГСП.....	43
6.1 Розрахункова схема ЕГСП.....	43
6.2 Особливості роботи ЕГСП у позиційному режимі.....	45
7 Динамічна модель ЕГСП при роботі в аналоговому (слідкуючому) режимі. Структурна схема. Передавальна функція.....	47
7.1 Передавальна функція ЕГП.....	47
7.2 Передавальна функція гідроциліндра.....	47
7.3 Структурна схема й передавальна функція ЕГСП.....	49
7.4 Динамічний аналіз електрогідравлічного слідкувального приводу методом ЛАЧХ та ФЧХ.....	50
8 Динамічний синтез ЕГСП. Вибір параметрів ЕГСП виходячі з принципу мінімізації енерговитрат.....	52
8.1 Вибір основних параметрів ЕГСП при дії чисто інерційного навантаження, виходячі із принципу мінімізації енерговитрат.....	52

9	Динамічний синтез ЕГСП. Побудова бажаної ЛАЧХ виходячи із заданої точності позиціонування та заданих динамічних характеристик ЕГСП. Коригування приводу. .	61
9.1	Визначення забороненої зони в низькочастотній частині ЛАЧХ ЕГСП, виходячи із заданої точності позиціонування.	61
9.2	Визначення забороненої області у високочастотній частині ЛАЧХ, виходячи із заданих динамічних характеристик ЕГСП.	63
9.3	Корегування ЕГСП.	65
10	Приклад побудови ЛАЧХ та ФЧХ нескоригованого та скоригованого ЕГСП.	69
	Додаток А. Електрогідролічні слідкуючі приводи типу ПЕГС.	71
	Список літератури	74
	Зміст.	75

Навчальне видання

КРУТИКОВ Геннадій Анатолійович, СТРИЖАК Мар'яна Георгіївна

ЧАСТОТНІ МЕТОДИ ЯК ОСНОВА ПРОЄКТУВАННЯ
ЕЛЕКТРОГІДРАВЛІЧНИХ СЛІДКУЮЧИХ СИСТЕМ

Навчально-методичний посібник
для студентів першого (бакалаврського) рівня підготовки
спеціальності 131 – Прикладна механіка

Відповідальний за випуск

Дорофєєв Ю. О.

Роботу до видання рекомендував

Шелковой О.М.

В авторській редакції

План 2023 р., поз. 142

Гарнітура Times New Roman

Видавничий центр НТУ «ХП».

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2017 р.

61002, Харків, вул. Кирпичова, 2

Електронне видання