

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Л. В. Казаковцева, І. О. Костюков, О. Ю. Кропачек, О. В. Лавріненко,  
С. А. Литвиненко

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ  
В ПРИКЛАДАХ І ЗАДАЧАХ  
ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ДО І ЕТАПУ  
ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ СТУДЕНТСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ

Навчально-методичний посібник  
для студентів електротехнічних та комп'ютерних спеціальностей  
Видання друге, перероблене й доповнене

THEORETICAL FOUNDATIONS OF ELECTRICAL ENGINEERING  
IN EXAMPLES AND TASKS FOR PREPARATION FOR THE FIRST STAGE  
OF THE ALL-UKRAINIAN STUDENT OLYMPIAD

A study guide for students of electrical and computer engineering specialties  
Second edition, supplemented and revised

Харків 2025

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Л. В. Казаковцева, І. О. Костюков, О. Ю. Кропачек, О. В. Лавріненко,  
С. А. Литвиненко

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ  
В ПРИКЛАДАХ І ЗАДАЧАХ  
ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ДО І ЕТАПУ  
ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ СТУДЕНТСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ

Навчально-методичний посібник  
для студентів електротехнічних та комп'ютерних спеціальностей  
Видання друге, перероблене й доповнене

THEORETICAL FOUNDATIONS OF ELECTRICAL ENGINEERING  
IN EXAMPLES AND TASKS FOR PREPARATION FOR THE FIRST STAGE  
OF THE ALL-UKRAINIAN STUDENT OLYMPIAD

A study guide for students of electrical and computer engineering specialties  
Second edition, supplemented and revised

Затверджено  
редакційно-видавничою  
радою університету,  
протокол № 1 від 13.02.2025

Харків  
НТУ «ХПІ»  
2025

УДК 621.3(075) + 621.3.011.71(075)

Т 96

Рецензенти:

*О. В. Вовна*, д-р техн. наук, проф. кафедри програмних систем і технологій,

КНУ ім. Тараса Шевченка;

*А. В. Гетьман*, д-р техн. наук, професор кафедри теоретичних основ

електротехніки, НТУ «ХПІ»

**Теоретичні** основи електротехніки в прикладах і задачах для підготовки до I  
**Т 96** етапу Всеукраїнської студентської олімпіади : навчально-методичний  
посібник для студентів електротехнічних та комп'ютерних спеціальностей /  
Л. В. Казаковцева, І. О. Костюков, О. Ю. Кропачек, О. В. Лавріненко,  
С. А. Литвиненко. Вид. 2-ге, перероб. й доп. – Харків : НТУ «ХПІ», 2025. – 94 с.

**ISBN 978-617-05-0562-0**

Послідовно наведено 23 блоки по 5 задач з відповідями для підготовки до першого етапу Всеукраїнської студентської олімпіади з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» та теоретичний матеріал і приклади розв'язання задач за темами «Лінійні електричні кола постійного та однофазного синусоїдального та періодичного несинусоїдального струму», «Електричні кола за наявності індуктивно-зв'язаних котушок», «Трифазні електричні кола».

Призначено для студентів електротехнічних та комп'ютерних спеціальностей.

The textbook contains 23 blocks of 5 tasks with answers for self-study in preparation for the first stage of the All-Ukrainian Student Olympiad in the discipline "Theoretical Foundations of Electrical Engineering", as well as theoretical material and examples of solving problems on the topics "Linear electric circuits of direct and single-phase sinusoidal and periodic non-sinusoidal current", "Electric circuits in the presence of inductively coupled coils", "Three-phase electric circuits".

It is intended for students of electrical and computer engineering specialties.

Іл. 116. Бібліогр. 11 назв.

УДК 621.3(075) + 621.3.011.71(075)

© Казаковцева Л. В., Костюков І. О.,  
Кропачек О. Ю., Лавріненко О. В.,  
Литвиненко С. А., 2025

ISBN 978-617-05-0562-0

© НТУ «ХПІ», 2025

## ВСТУП

Збірник задач рекомендовано студентам, які вивчають дисципліну «Теоретичні основи електротехніки» та споріднені дисципліни та готуються успішно показати свій рівень знань на першому етапі Всеукраїнської студентської олімпіади з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки».

Цей збірник допоможе студентам самостійно набути навичок практичного застосування теоретичного матеріалу дисципліни, здійснювати самоконтроль його засвоєння, розв'язуючи задачі різного рівня складності. Викладач здійснює остаточну перевірку виконаних завдань.

Задачі охоплюють такі розділи: лінійні електричні кола постійного струму, лінійні електричні кола однофазного синусоїдального струму, електричні кола за наявності індуктивно-зв'язаних котушок, трифазні електричні кола, лінійні електричні кола періодичного несинусоїдального струму.

Відповідно до запропонованої методики, завдання подані у вигляді блоків по п'ять задач у кожному. Час, рекомендований на розв'язання одного блоку задач, не має перевищувати тиждень. В процесі розв'язання задач послідовність блоків змінювати не рекомендується.

Для зручності підготовки іноземних студентів до першого етапу олімпіади текст завдань має переклад англійською мовою.

**Примітка:** В усіх задачах, де є вимірювальні прилади, опори вольтметра та обмотки напруги ватметра дорівнюють нескінченності, а опори амперметра та обмотки струму ватметра дорівнюють нулю. Усі вольтметри та амперметри вимірюють діючі значення, відповідно напруг та струмів.

## INTRODUCTION

The collection of problems is recommended for students who are preparing to successfully demonstrate their level of knowledge at the first stage of the All-Ukrainian Student Olympiad in the discipline “Theoretical Foundations of Electrical Engineering”.

This collection will help students to independently acquire the skills of practical application of the theoretical material of the discipline, to exercise self-control of its mastering, solving problems of various levels of complexity. The instructor performs the final check of the completed tasks.

The tasks cover the following sections: DC electric circuits, sinusoidal electric circuits, electric circuits with inductively coupled coils, three-phase electric circuits.

According to the proposed methodology, the tasks are presented in the form of blocks of five tasks each. The time recommended for solving one block of problems should not exceed a week. It is not recommended to change the sequence of the blocks in the process of solving the tasks.

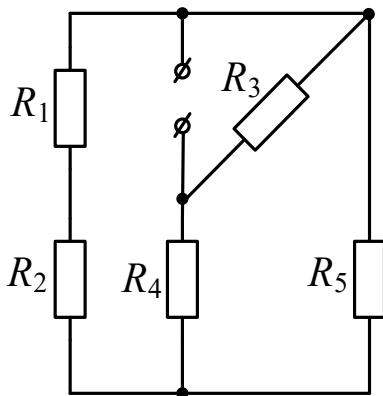
For the convenience of foreign students preparing for the first stage of the Olympiad, the text of the tasks is translated into English.

**Note:** In all tasks with measuring instruments, the resistances of the voltmeter and the voltage winding of the wattmeter are equal to infinity, and the resistances of the ammeter and the current winding of the wattmeter are equal to zero. All voltmeters and ammeters measure effective values of voltages and currents, respectively.

## Завдання 1

### Task 1

1.1.

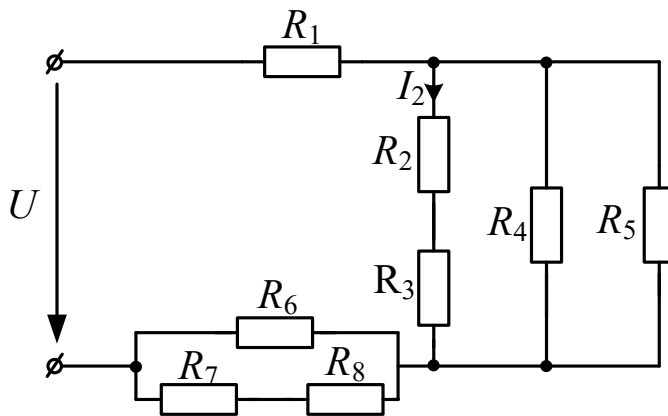


Задані опори всіх резисторів.

Визначити еквівалентний опір  $R$

*Calculate the equivalent resistance  $R$ , provided the values of all resistors  $R_1..R_5$  are known.*

1.2.

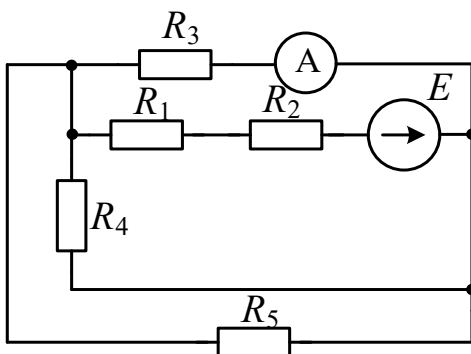


Задані напруга джерела  $U$  та опори всіх резисторів.

Визначити струм  $I_2$ .

*Calculate the value of current  $I_2$  provided the voltage of the power source and the values of resistors  $R_1..R_8$  are known.*

1.3.



Задані параметри електричного кола:

$E = 150 \text{ В}; R_1 = 12 \text{ Ом};$

$R_2 = R_5 = 30 \text{ Ом}; R_3 = 24 \text{ Ом};$

$R_4 = 20 \text{ Ом}.$

Визначити показання амперметра.

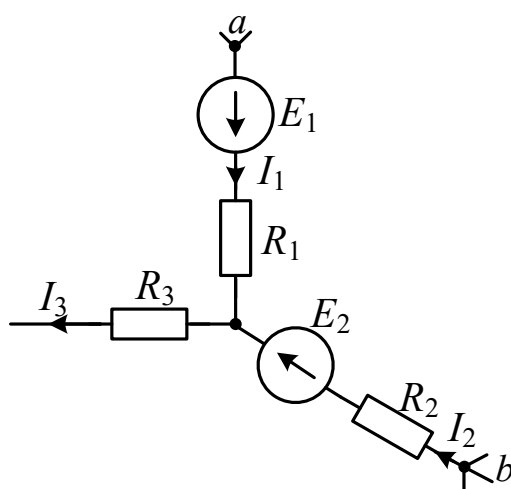
**Відповідь:**  $I_A = 1 \text{ А}.$

The parameters of the analyzed circuit are:  $E = 150 \text{ V}$ ,  $R_1 = 12 \text{ Ohm}$ ,  $R_2 = R_5 = 30 \text{ Ohm}$ ,  $R_3 = 24 \text{ Ohm}$ ,  $R_4 = 20 \text{ Ohm}$ .

Determine the result of measurements by the ammeter.

**Answer:**  $I_A = 1 \text{ A}$ .

1.4.



Зображена частина електричного кола, де

$$\varphi_a = -5 \text{ В}; \quad \varphi_b = 20 \text{ В};$$

$$E_1 = 10 \text{ В}; \quad E_2 = 25 \text{ В}; \quad R_1 = 5 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 10 \text{ Ом}; \quad I_1 = 4 \text{ А}.$$

Визначити  $I_2$ ,  $I_3$ .

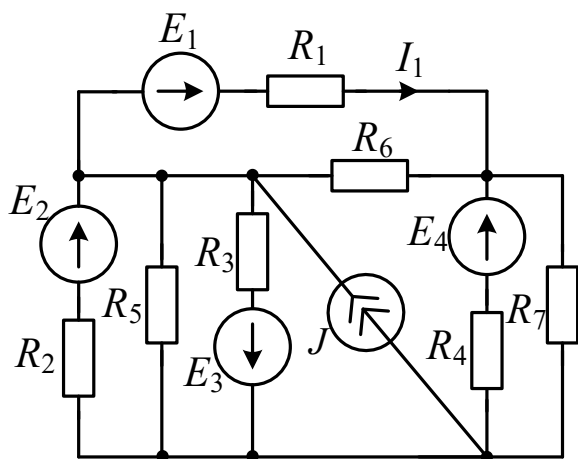
**Відповідь:**  $I_2 = 6 \text{ А}; \quad I_3 = 10 \text{ А}.$

The parameters of the analyzed circuit are:  $\varphi_a = -5 \text{ V}$ ,  $\varphi_b = 20 \text{ V}$ ,  $E_1 = 10 \text{ V}$ ,  $E_2 = 25 \text{ V}$ ,  $R_1 = 5 \text{ Ohm}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ohm}$ ,  $I_1 = 4 \text{ A}$ .

Determine the currents  $I_2$ ,  $I_3$ .

**Answer:**  $I_2 = 6 \text{ A}$ ,  $I_3 = 10 \text{ A}$ .

1.5.



Задані параметри електричного кола.

1) Визначити струм  $I_1$ , застосовуючи еквівалентні перетворення.

2) Скласти систему рівнянь за законами Кірхгофа.

All the parameters of the analyzed circuit are known.

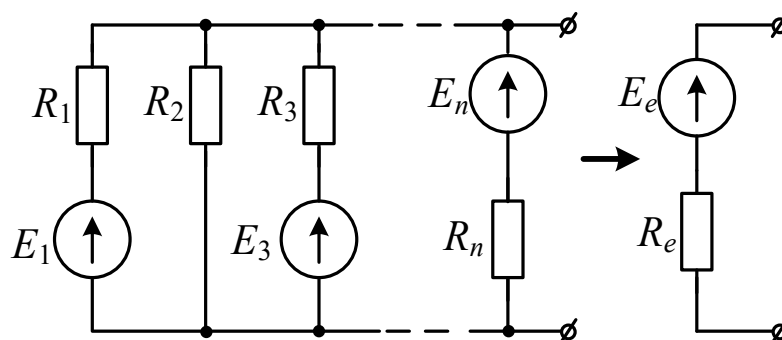
- 1) Calculate the value of current  $I_1$  by applying the equivalent transformations.
- 2) Write a system of equations by applying the Kirchhoff's current and voltage laws.

### Примітка.

#### Note.

Еквівалентне перетворення паралельного з'єднання активних ділянок.

*The equivalent transformation of connected in parallel brunches, which contain sources of electromotive force.*

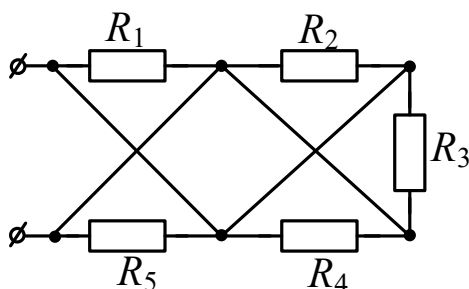


$$E_e = \frac{\sum_{k=1}^n E_k G_k}{\sum_{k=1}^n G_k}; R_e = \frac{1}{G_e} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n G_k}.$$

### Завдання 2

#### Task 2

#### 2.1.

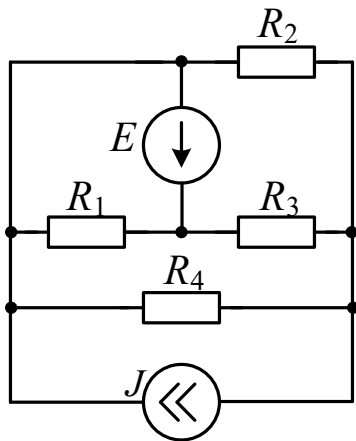


Задані опори резисторів. Визначити еквівалентний опір  $R_e$ .

*Calculate the equivalent resistance  $R_e$  provided the values of the resistors  $R_1..R_5$  are known.*



## 2.2.



Задані параметри електричного кола:

$$E = 10 \text{ В}; J = 2 \text{ А};$$

$$R_1 = 4 \text{ Ом}, R_2 = 8 \text{ Ом}, R_3 = 2 \text{ Ом};$$

$$R_4 = 2,4 \text{ Ом}.$$

Визначити струм  $I_4$  методом накладання (суперпозиції).

**Відповідь:**  $I_4 = 1,2 \text{ А}.$

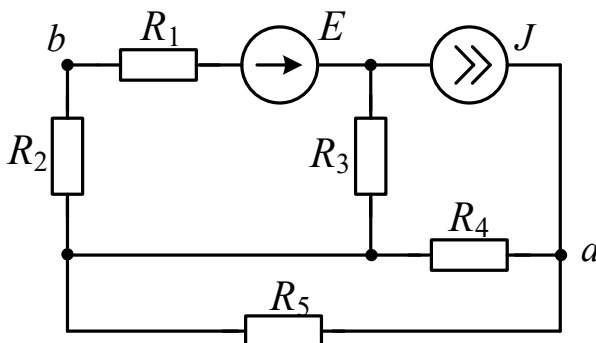
*The parameters of the analyzed circuit are:*

$$E = 10 \text{ V}, J = 2 \text{ A}, R_1 = 4 \text{ Ohm}, R_2 = 8 \text{ Ohm}, R_3 = 2 \text{ Ohm}, R_4 = 2.4 \text{ Ohm}.$$

*Calculate the value of current  $I_4$  by applying the superposition method.*

**Answer:**  $I_4 = 1,2 \text{ A}.$

## 2.3.



Задані параметри електричного кола:

$$E = 140 \text{ В}; J = 5 \text{ А};$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_4 = R_5 = 10 \text{ Ом}.$$

Визначити напругу  $U_{ab}$ .

**Відповідь:**  $U_{ab} = 105 \text{ В}.$

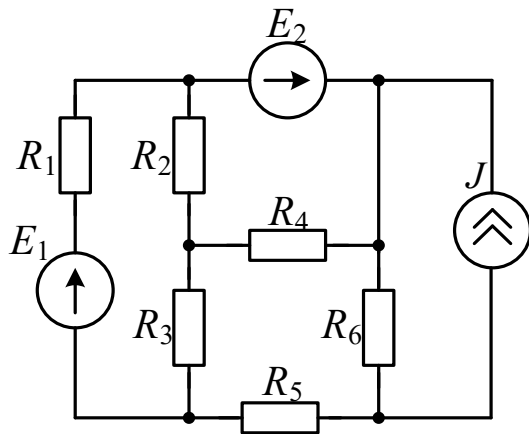
*The parameters of the analyzed circuit are:*

$$E = 140 \text{ V}, J = 5 \text{ A}, R_1 = R_2 = R_3 = 20 \text{ Ohm}, R_4 = R_5 = 10 \text{ Ohm}.$$

*Determine the voltage  $U_{ab}$ .*

**Answer:**  $U_{ab} = 105 \text{ V}.$

2.4.



Задані параметри електричного кола:

$$E_1 = 3,67 \text{ В}; E_2 = 24 \text{ В}; J = 6 \text{ А};$$

$$R_1 = 1 \text{ Ом}; R_2 = R_4 = 12 \text{ Ом};$$

$$R_3 = R_5 = R_6 = 2 \text{ Ом};$$

Методом еквівалентного генератора  
визначити струм  $I_1$ .

**Відповідь:**  $I_1 = 1 \text{ А}$ .

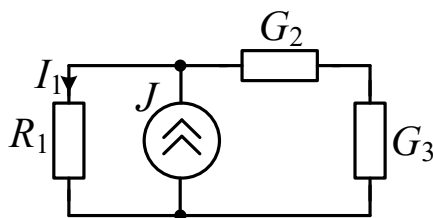
*The parameters of the analyzed circuit are:*

$$E_1 = 3.67\text{V}, E_2 = 24 \text{ V}, J = 6\text{A}, R_1 = 1 \text{ Ohm}, R_2 = R_4 = 12 \text{ Ohm}, \\ R_3 = R_5 = R_6 = 2 \text{ Ohm}.$$

*Determine the value of current  $I_1$  by applying the Thevenin's theorem.*

**Answer:**  $I_1 = 1\text{A}$ .

2.5.



$$R_1 = 1 \text{ Ом}; G_2 = 1 \text{ См}; G_3 = 4 \text{ См};$$

$I_1 = 10 \text{ А}$ . Визначити струм джерела  
 $J$ .

**Відповідь:**  $J = 18\text{А}$ .

*The parameters of the analyzed circuit are:*

$$R_1 = 1 \text{ Ohm}, G_2 = 1 \text{ S}, G_3 = 4 \text{ S}, I_1 = 10 \text{ A}.$$

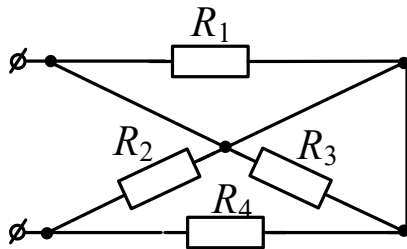
*Determine the value of current  $J$  of the power source.*

**Answer:**  $J = 18 \text{ A}$ .

### Завдання 3

#### Task 3

3.1.

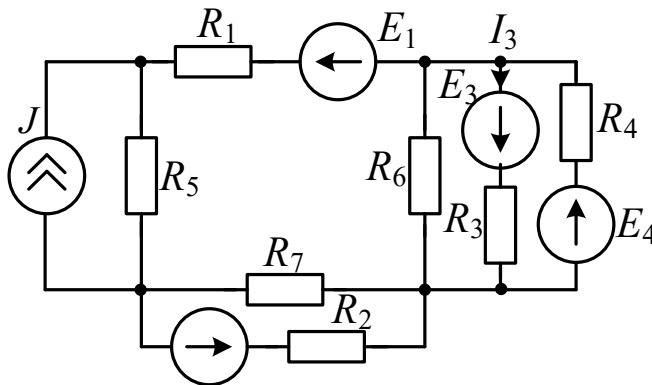


Заданий опір усіх резисторів.

Визначити еквівалентний опір.

*Calculate the equivalent resistance  $R_e$  provided the values of the resistors  $R_1..R_5$  are known.*

3.2.

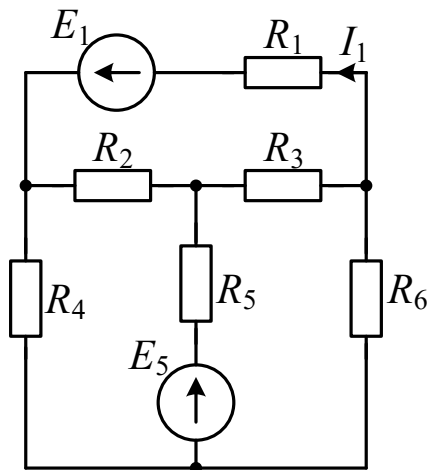


Задані параметри електричного кола.

Визначити струм  $I_3$  застосовуючи еквівалентні перетворення.

*Calculate the value of current  $I_3$  by applying the equivalent transformations provided the parameters of the analyzed circuit are known.*

3.3.

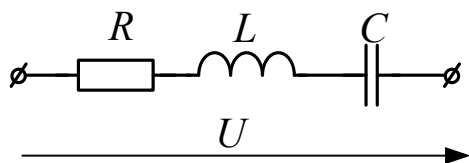


Задані параметри електричного кола.

Методом еквівалентного генератора визначити струм  $I_1$ .

*Calculate the value of current  $I_1$  by applying the Thevenin's theorem provided all parameters of the analyzed circuit are known.*

3.4.



У колі синусоїдного струму

$$U_R = 30 \text{ В}; U_L = 110 \text{ В}; U_C = 150 \text{ В}.$$

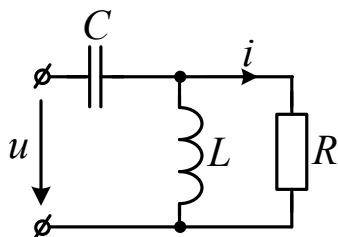
Визначити напругу джерела живлення.

**Відповідь:**  $U = 50 \text{ В}$ .

*In the AC circuit  $U_R = 30 \text{ V}$ ,  $U_L = 110 \text{ V}$ ,  $U_C = 150 \text{ V}$ . Determine the voltage of the power source.*

**Answer:**  $U = 50 \text{ V}$ .

3.5.



Задано:

$$i(t) = 2\sqrt{2} \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ A};$$

$$R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = 80 \text{ Ом}.$$

Визначити напругу джерела  $u(t)$ .

**Відповідь:**  $u(t) = 160\sqrt{2} \sin(\omega t - 135^\circ) \text{ В}$ .

*The parameters of the analyzed circuit are:*

$$R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = 80 \text{ Ohm}.$$

*The current  $i(t)$  in the time domain can be expressed as:*

$$i(t) = 2\sqrt{2} \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ A}$$

*Derive the expression for the voltage  $u(t)$  of the power source  $u(t)$  in the time domain.*

**Answer:**  $u(t) = 160\sqrt{2} \sin(\omega t - 135^\circ) \text{ V}$ .

### Примітка.

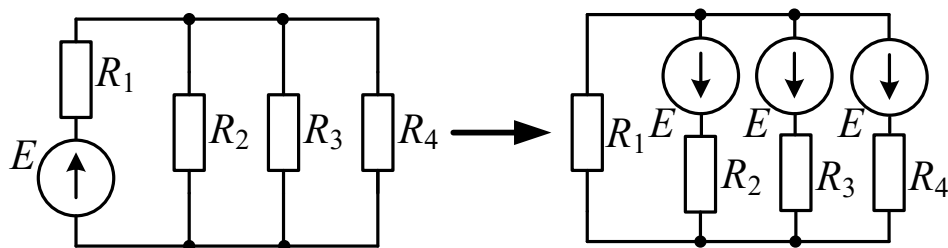
#### *Note.*

Еквівалентні перетворення ділянок з джерелами енергії.

Перенос джерела напруги через вузол (розщеплення джерела напруги у вузлі).

*Equivalent transformations for the brunches of electrical circuits with the sources of current and electromotive force.*

*The displacement of the voltage source across the node.*

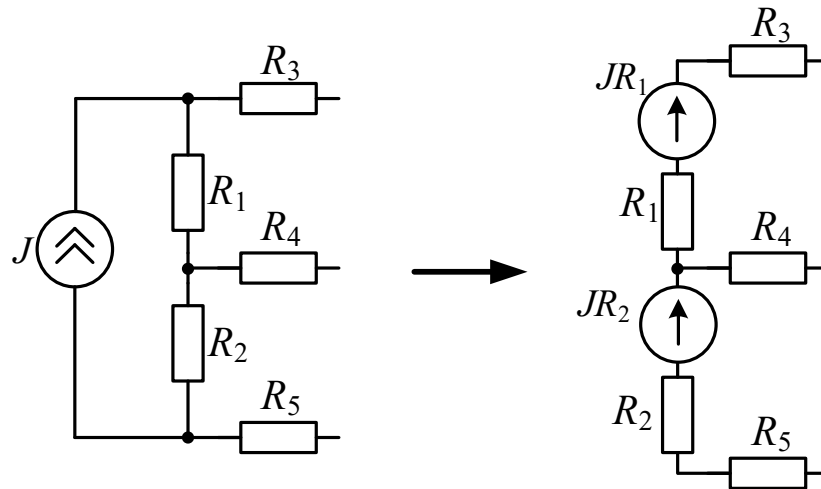


Для того, щоб виключити джерело ЕРС з якої-небудь гілки, треба такі самі ЕРС внести в усі інші гілки, які приєднані до того ж вузла, що і гілка з ЕРС. Полярність внесених в гілки ЕРС має залишати незмінними сумарні ЕРС всіх контурів. Відповідно, струми всіх гілок залишаються такими, як і до перетворення.

*In order to exclude a source of the electromotive force from any branch, the same sources of the electromotive force should be included in all other branches, which are connected to the same node with the branch which contains the initial source. The polarity of the included sources should leave invariable the total values of the electromotive force in all loops. Consequently, the values of currents flowing in all brunches remain the same as before the described transformation.*

Еквівалентна заміна джерела струму на джерело напруги.

*The equivalent replacement of the source of current by the source of voltage.*



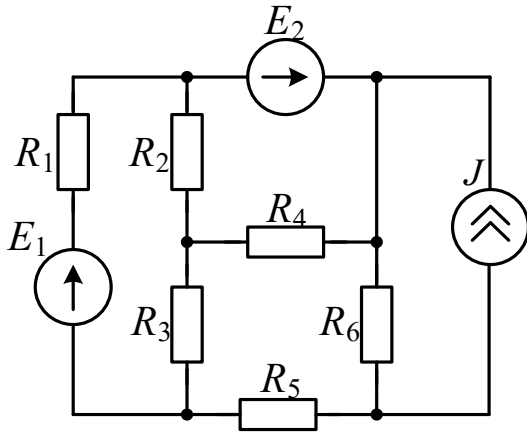
Врахувати дію джерела струму  $J$  можна замінивши його додатковими ЕРС. Для цього обирають один довільний замкнений шлях по гілках кола (контур) для струму джерела струму  $J$ . Додаткові ЕРС необхідно увімкнути послідовно з кожним резистором  $R_k$  у цих гілках. Кожна така ЕРС повинна мати напрямок, протилежний струму  $J$  в відповідній гілці, а їх величини дорівнюють добутку струму  $J$  та опору  $R_k$  відповідного резистора ( $JR_k$ ).

*A source of current  $J$  can be replaced by a supplementary source of the electromotive force. For this replacement it is necessary to arbitrarily select a single loop (a closed path for current to flow through the brunches of the electrical circuit) for the generated current by the source. Supplementary sources of the electromotive force should be connected in series with respect to every resistor  $R_k$  in these brunches. Each source of the electromotive force should have an opposite direction with respect to the flowing through the corresponding brunch current  $J$ . The values of these electromotive forces can be determined by multiplying the value of current  $J$  by the value of a corresponding resistor  $R_k$ .*

## Завдання 4

### Task 4

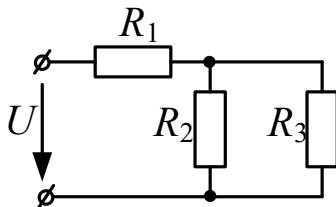
4.1.



Задані параметри електричного кола.  
Визначити струм  $I_1$ , застосовуючи  
еквівалентні перетворення.

*Calculate the value of current  $I_1$  by  
applying the equivalent  
transformations, provided the  
parameters of the analyzed circuit are  
known.*

4.2.



Задано:

$$R_2 = R_3 = 2 \text{ Ом}; P_3 = 8 \text{ Вт.}$$

Потужність, яку споживає все коло  
 $P = 64 \text{ Вт.}$

Знайти опір резистора  $R_1$ .

**Відповідь:**  $R_1 = 3 \text{ Ом.}$

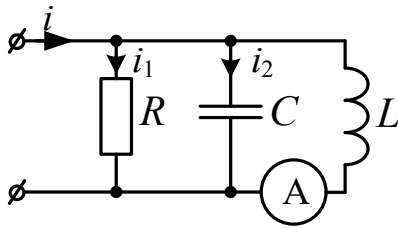
The parameters of the analyzed circuit are:  $R_2 = R_3 = 2 \text{ Ohm.}$

*The value of power losses in the resistor  $R_3$  is  $P_3 = 8 \text{ W.}$  The total power  
consumed by the electrical circuit  $P = 64 \text{ W.}$*

*Determine the resistance of the resistor  $R_1$ .*

**Answer:**  $R_1 = 3 \text{ Ohm.}$

#### 4.3.



Задано:

$$I = 10 \text{ A}; I_1 = 6 \text{ A}; I_2 = 2 \text{ A}.$$

Який струм покаже амперметр?

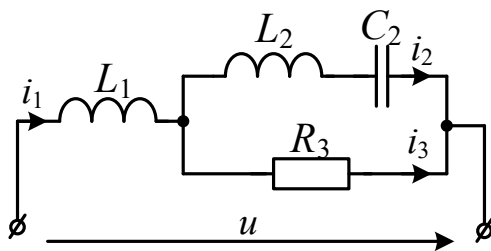
**Відповідь:**  $I_A = 10 \text{ A}$ .

*The values of currents flowing in the analyzed circuit are:  $I = 10 \text{ A}$ ,  $I_1 = 6 \text{ A}$ ,  $I_2 = 2 \text{ A}$ .*

*Determine the results of current measurements by applying the ammeter A.*

**Answer:**  $I_A = 10 \text{ A}$ .

#### 4.4.



Задано:

$$u(t) = 15\sqrt{2} \sin(\omega t + 135^\circ) \text{ V};$$

$$\omega L_1 = 10 \text{ Ohm};$$

$$\omega L_2 = R_3 = 20 \text{ Ohm};$$

$$\frac{1}{\omega C_2} = 40 \text{ Ohm}.$$

Знайти струм  $i_2(t)$ .

**Відповідь:**  $i_2(t) = 1,5 \sin(\omega t + 180^\circ) \text{ A}$ .

*The parameters of the analyzed circuit are:*

$\omega L_1 = 10 \text{ Ohm}$ ,  $R_3 = \omega L_2 = 20 \text{ Ohm}$ ,  $\frac{1}{\omega C_2} = 40 \text{ Ohm}$ . The voltage  $u(t)$  in the time

domain can be expressed as:  $u(t) = 15\sqrt{2} \sin(\omega t + 135^\circ) \text{ V}$ .

*Derive the expression for the current  $i_2(t)$  in the time domain.*

**Answer:**  $i_2(t) = 1,5 \sin(\omega t + 180^\circ) \text{ A}$ .



4.5.

Задано:  $X = 14 \text{ Ом}$ ;  $\varphi = 30^\circ$ .

Визначити опір  $Z$ .

**Відповідь:**  $Z = 28 \text{ Ом}$ .

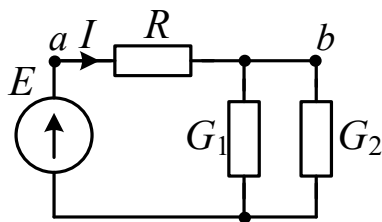
*The reactance of the circuit is  $X = 14 \text{ Ohm}$ . The value of phase shift between current and voltage  $\varphi = 30^\circ$ . Determine the impedance  $Z$  of the circuit.*

**Answer:**  $Z = 28 \text{ Ohm}$ .

## Завдання 5

### Task 5

5.1.



$\varphi_a = 5 \text{ В}$ ;  $\varphi_b = 3 \text{ В}$ ;  $I = 5 \text{ А}$ ;

$G_1 = 2 \text{ См}$ ;  $G_2 = 3 \text{ См}$ ;

Визначити  $E$ .

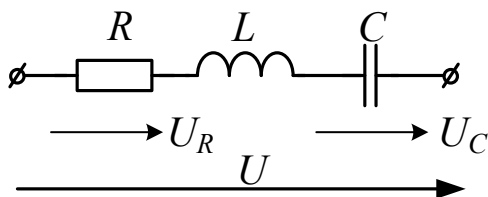
**Відповідь:**  $E = 3 \text{ В}$ .

$\varphi_a = 5 \text{ В}$ ,  $\varphi_b = 3 \text{ В}$ ,  $I = 5 \text{ А}$ ,  $G_1 = 2 \text{ С}$ ,  $G_2 = 3 \text{ С}$ .

*Determine the value of the electromotive force  $E$ .*

**Answer:**  $E = 3 \text{ В}$ .

5.2.



Задано:

$u(t) = 100\sqrt{2} \sin(\omega t) \text{ В}$ ;

$U_R = 80 \text{ В}$ ;

$R = 8 \text{ Ом}$ ;  $\omega L = 8 \text{ Ом}$ .

Знайти:

1. Напругу  $u_C(t)$ .

2. Повну потужність  $S$ , активну  $P$  та реактивну  $Q$ .

**Відповідь:**

1.  $u_C(t) = 20\sqrt{2} \sin(\omega t - 126,9^\circ) \text{ В.}$

2.  $S = 1000 \text{ ВА}; P = 800 \text{ Вт}; Q = 600 \text{ ВАр.}$

*The parameters of the analyzed circuit are:  $R = 8 \text{ Ohm}$ ,  $\omega L = 8 \text{ Ohm}$ ,  $U_R = 80 \text{ V}$ .*

*The voltage  $u(t)$  in the time domain can be expressed as:*

$$u(t) = 100\sqrt{2} \sin(\omega t) \text{ V.}$$

*Determine:*

1. The voltage drop  $u_C(t)$  in the time domain.

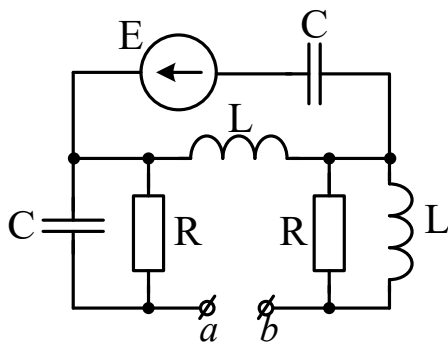
2. The apparent power  $S$ , active power  $P$ , reactive power  $Q$ .

**Answer:**

1.  $u_C(t) = 20\sqrt{2} \sin(\omega t - 126,9^\circ) \text{ В.}$

2.  $S = 1000 \text{ VA}, P = 800 \text{ W}, Q = 600 \text{ VAr.}$

### 5.3.



Задано:

$$\underline{E} = j10 \text{ В}; X_L = 6 \text{ Ом}; R = |X_C| = 1 \text{ Ом.}$$

Визначити напругу  $U_{ab}$ .

**Відповідь:**  $U_{ab} = 12 \text{ В.}$

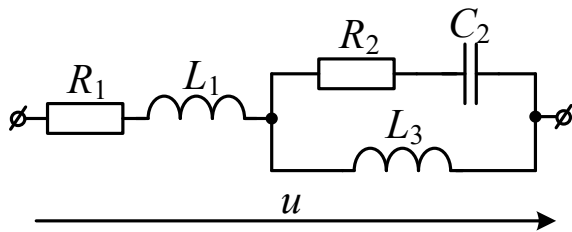
*The parameters of the analyzed circuit are:*

$$\underline{E} = j10 \text{ V}, X_L = 6 \text{ Ohm}, R = |X_C| = 10 \text{ Ohm.}$$

Determine the voltage drop  $U_{ab}$  across the points  $ab$ .

**Answer:**  $U_{ab} = 12 \text{ V.}$

#### 5.4.



Задано:

$$u(t) = 60\sqrt{2} \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ В};$$

$$R_1 = R_2 = X_{L1} = |X_{C2}| = X_{L3} = 5 \text{ Ом.}$$

1) Визначити активну потужність електричного кола.

2) Скласти систему рівнянь за законами Кірхгофа у комплексній формі.

**Відповідь:**  $P = 180 \text{ Вт.}$

*The voltage drop  $u(t)$  in the time domain can be expressed as:*

$$u(t) = 60\sqrt{2} \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ В};$$

*The parameters of the analyzed circuit are:*

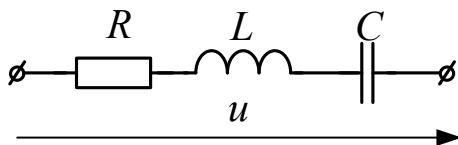
$$R_1 = R_2 = X_{L1} = |X_{C2}| = X_{L3} = 5 \text{ Ohm.}$$

*Determine the active power of the analyzed circuit.*

*Write the system of equations according to the Kirchhoff's current and voltage laws.*

**Answer:**  $P = 180 \text{ W.}$

#### 5.5.



Задано:

$$U = 20 \text{ мВ}; R = 10 \text{ Ом}; L = 1 \text{ Гн};$$

$$C = 1 \text{ мкФ.}$$

Коло працює в режимі резонансу.

Визначити:

1) Напругу на індуктивності  $U_L$ .

2) Добротність контуру  $Q$ .

**Відповідь:**  $U_L = 2 \text{ В}; Q = 100 .$

*The parameters of the analyzed circuit are:*

$U = 20 \text{ mV}$ ,  $R = 10 \text{ Ohm}$ ,  $L = 1 \text{ Hn}$ ,  $C = 1 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ . The circuit operates in a resonance mode.

Determine:

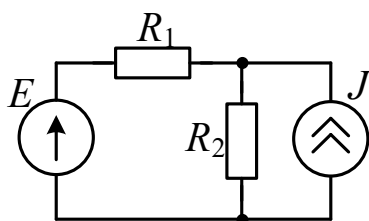
1. The value of voltage drop  $U_L$ .
2. The quality factor of the analyzed circuit.

**Answer:**  $U_L = 2 \text{ V}$ ,  $Q = 100$ .

## Завдання 6

### Task 6

#### 6.1.



Задано:

$$E = 4 \text{ V}; J = 2 \text{ A}; R_1 = R_2 = 1 \text{ Ом.}$$

Визначити потужність, яку виробляє джерело струму.

**Відповідь:**  $P_J = 6 \text{ Вт}$ .

The parameters of the analyzed circuit are:

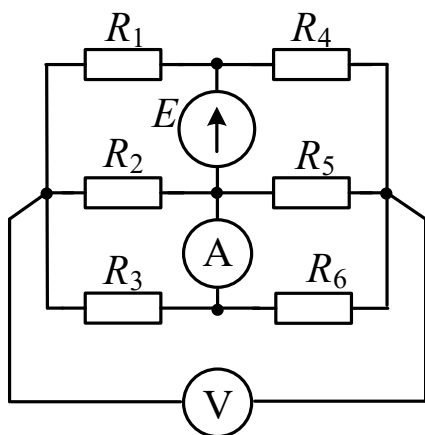
$$E = 4 \text{ V}, J = 2 \text{ A}, R_1 = R_2 = 1 \text{ Ohm.}$$

Determine the power produced by the current source.

**Answer:**  $P_J = 6 \text{ W}$ .

#### 6.2.

Визначити показання амперметра та вольтметра, якщо  $E = 60 \text{ V}$ ;  
 $R_1 = 22 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 40 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 3 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 20 \text{ Ом}$ ;  $R_6 = 30 \text{ Ом}$ .



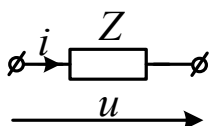
**Відповідь:**  $I_A = 2 \text{ A}$ ;  $U_V = 32 \text{ B}$ .

*Determine the results of current measurements by the ammeter for the case of analyzed circuit with the following parameters:*

$E = 60 \text{ V}$ ,  $R_1 = 22 \text{ Ohm}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ohm}$ ,  
 $R_3 = 40 \text{ Ohm}$ ,  $R_4 = 3 \text{ Ohm}$ ,  $R_5 = 20 \text{ Ohm}$ ,  
 $R_6 = 30 \text{ Ohm}$ .

**Answer:**  $I_A = 2 \text{ A}$ ,  $U_V = 32 \text{ V}$ .

**6.3.**



Задано:  $u = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ B}$ ;

$i = 6\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ A}$ .

Визначити реактивну потужність кола.

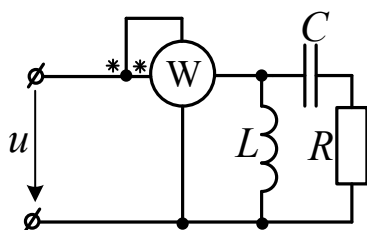
**Відповідь:**  $Q = 15 \text{ ВАр}$ .

*The current  $i$  flowing through the impedance  $Z$  and the corresponding voltage drop  $u(t)$  can be expressed as  $u = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ V}$ ;  $i = 6\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ A}$ .*

*Determine the reactive power in the circuit.*

**Answer:**  $Q = 15 \text{ Var}$ .

**6.4.**



$U = 20 \text{ B}$ ;  $\omega = 100 \text{ c}^{-1}$ ;  $L = 400 \text{ мГн}$ ;

$C = 200 \text{ мкФ}$ ;  $R = 50 \text{ Ом}$ .

Визначити показання ватметра.

**Відповідь:**  $P_W = 4 \text{ Вт}$ .

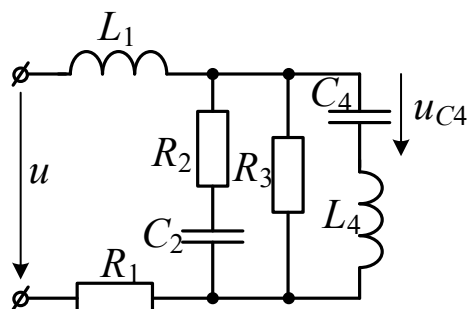
*The parameters of the analyzed circuit are:*

$U = 20 \text{ V}$ ,  $\omega = 100 \text{ s}^{-1}$ ,  $L = 400 \text{ mH}$ ,  $C = 200 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $R = 50 \text{ Ohm}$ .

*Determine the results of power measurements by the wattmeter*

**Answer:**  $P_w = 4 \text{ W}$ .

**6.5.**



Задані параметри електричного кола:

$$u(t) = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 135^\circ) \text{ В};$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = X_L = |X_{C2}| = |X_{C4}| = X_{L4} = 50 \text{ Ом.}$$

Визначити напругу на ємності  $C_4$   $u_{C4}(t)$ .

**Відповідь:**  $u_{C4}(t) = 100 \sin(\omega t) \text{ В}$ .

*The parameters of the analyzed circuit are:*

$$u(t) = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 135^\circ) \text{ V};$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = X_L = |X_{C2}| = |X_{C4}| = X_{L4} = 50 \text{ Ohm.}$$

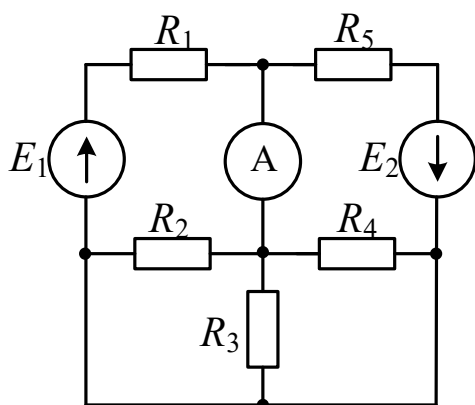
*Determine the voltage drop on the capacitance  $C_4$ .*

**Answer:**  $u_{C4}(t) = 100 \sin(\omega t) \text{ V}$ .

## Завдання 7

### Task 7

**7.1.**



Задані параметри елементів

електричного кола:

$$E_1 = 32 \text{ В}; E_2 = 48 \text{ В};$$

$$R_1 = R_5 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_2 = R_3 = R_4 = 60 \text{ Ом.}$$

Визначити показання амперметра.

**Відповідь:**  $I_A = 0,27 \text{ А}$ .

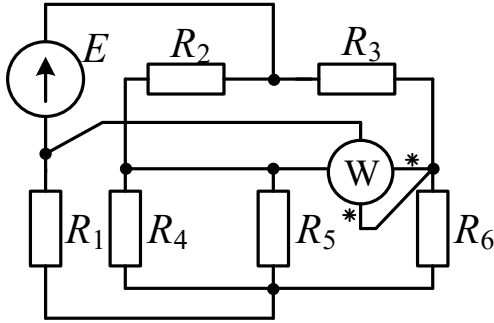
*The parameters of the analyzed circuit are:*

$E_1 = 32 \text{ V}; E_2 = 48 \text{ V}; R_1 = R_5 = 20 \text{ Ohm}; R_2 = R_3 = R_4 = 60 \text{ Ohm}.$

*Determine the results of current measurements by the ammeter.*

**Answer:**  $I_A = 0,27 \text{ A}.$

### 7.2.



В електричному колі визначити показання ватметра, якщо  $E = 180 \text{ В};$

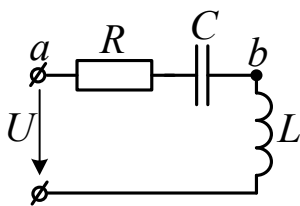
$R_1 = 10 \text{ Ом}; R_2 = 20 \text{ Ом}; R_3 = R_4 = 30 \text{ Ом}; R_5 = 15 \text{ Ом}; R_6 = 40 \text{ Ом}.$

Відповідь:  $P_W = 129,6 \text{ Вт}.$

*Determine the results of power measurements by the wattmeter provided the parameters of the analyzed circuit are  $E = 180 \text{ V}; R_1 = 10 \text{ Ohm}; R_2 = 20 \text{ Ohm}; R_3 = R_4 = 30 \text{ Ohm}; R_5 = 15 \text{ Ohm}; R_6 = 40 \text{ Ohm}.$*

**Answer:**  $P_w = 129,6 \text{ W}.$

### 7.3.



В електричному колі діюче значення напруги  $U_{ab} = 200 \text{ В}.$  Параметри елементів кола:  $R = 50 \text{ Ом}; X_L = 100 \text{ Ом}.$  Струм відстає від напруги джерела на кут  $45^\circ.$

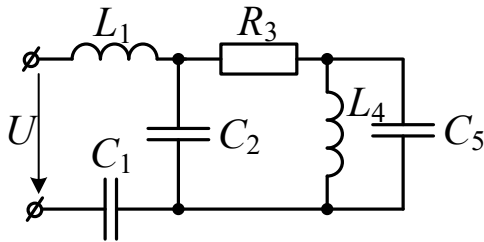
Визначити діюче значення напруги джерела.

**Відповідь:**  $U = 200 \text{ В}.$

*The RMS value of voltage across the points **a** and **b** is  $U_{ab} = 200 \text{ V}.$  Active resistance  $R$  and the inductive reactance  $X_L$  are correspondingly equal to  $R = 50 \text{ Ohm}, X_L = 100 \text{ Ohm}.$  The flowing through the circuit current lags the voltage generated by the AC power source on  $45^\circ.$  Determine the RMS value of the AC power source.*

**Answer:**  $U = 200 \text{ V}$ .

7.4.



Задано:  $U = 70 \text{ В}$ ;  $R_3 = \omega L_1 = 20 \text{ Ом}$ ;

$$\frac{1}{\omega C_5} = \omega L_4 = 10 \text{ Ом};$$

$$\frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{\omega C_1} = 5 \text{ Ом}.$$

Визначити діюче значення струму  $I_1$ .

**Відповідь:**  $I_1 = 7 \text{ А}$ .

*The parameters of the analyzed circuit are:*

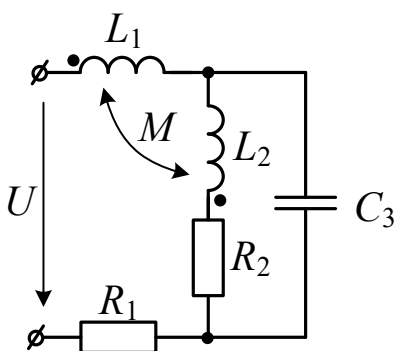
$$U = 70 \text{ V}; R_3 = \omega L_1 = 20 \text{ Ohm}; \frac{1}{\omega C_5} = \omega L_4 = 10 \text{ Ohm};$$

$$\frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{\omega C_1} = 5 \text{ Ohm}.$$

*Determine the RMS value of the current  $I_1$ .*

**Answer:**  $I_1 = 7 \text{ A}$ .

7.5.



Для наведеної схеми:

- скласти систему рівнянь за законами Кірхгофа у комплексній формі;
- накреслити схему індуктивної розв'язки.

*Write a system of equations according to Kirchhoff's laws.*

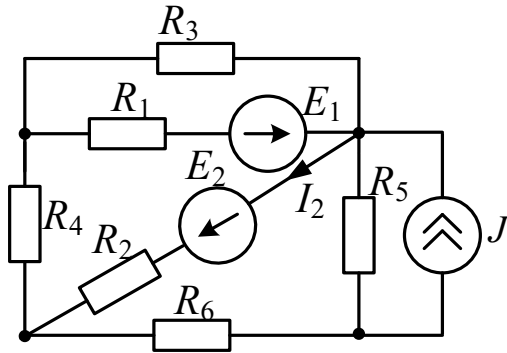
*Plot the scheme which allows to carry out the magnetic decoupling for the analyzed circuit.*



## Завдання 8

### Task 8

8.1.



Задано:  $J = 9 \text{ A}$ ;

$E_1 = 120 \text{ В}; E_2 = 80 \text{ В};$

$R_1 = 15 \text{ Ом}; R_2 = 16 \text{ Ом};$

$R_3 = R_4 = 30 \text{ Ом};$

$R_5 = 20 \text{ Ом}; R_6 = 40 \text{ Ом}.$

Визначити струм  $I_2$ .

**Відповідь:**  $I_2 = 5 \text{ A}.$

*The parameters of the analyzed circuit are:*

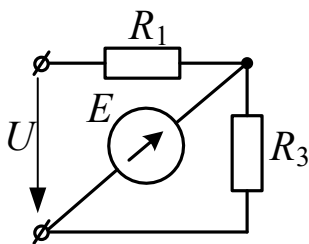
$J = 9 \text{ A}; E_1 = 120 \text{ В}; E_2 = 80 \text{ В}; R_1 = 15 \text{ Ohm}; R_2 = 16 \text{ Ohm};$

$R_3 = R_4 = 30 \text{ Ohm}; R_5 = 20 \text{ Ohm}; R_6 = 40 \text{ Ohm}.$

*Determine the value of current  $I_2$ .*

**Answer:**  $I_2 = 5 \text{ A}$

8.2.



Задано:  $U = 20 \text{ В}; E = 8 \text{ В};$

$R_1 = 2 \text{ Ом}; R_3 = 1 \text{ Ом}.$

Визначити потужність, яку виробляє джерело ЕРС  $E$ .

**Відповідь:**  $P_E = 16 \text{ Вт}.$

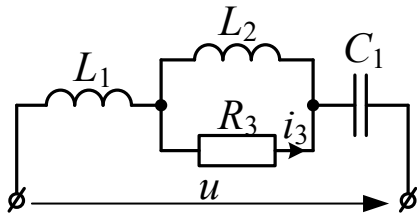
*The parameters of the analyzed circuit are:*

$U = 20 \text{ В}; E = 8 \text{ В}; R_1 = 2 \text{ Ohm}; R_3 = 1 \text{ Ohm}.$

*Determine the power  $P_E$  produced by the source of the electromotive force  $E$ .*

**Answer:**  $P_E = 16 \text{ W}.$

### 8.3.



Задано:

$$u(t) = 40\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ В};$$

$$X_{L1} = 10 \text{ Ом}; |X_{C1}| = 30 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = R_3 = 20 \text{ Ом}.$$

Визначити струм  $i_3(t)$ . Побудувати векторну діаграму.

**Відповідь:**  $i_3(t) = 2\sqrt{2} \sin(\omega t + 135^\circ) \text{ А}.$

*The parameters of the analyzed circuit are:*

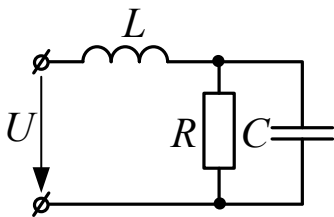
$$X_{L1} = 10 \text{ Ohm}; |X_{C1}| = 30 \text{ Ohm}; X_{L2} = R_3 = 20 \text{ Ohm}.$$

*The voltage drop across the circuit in time domain can be expressed as:*

$u(t) = 40\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ В}.$  Determine the expression for the current  $i_3(t)$  in the time domain. Plot the vector diagram for the analyzed circuit.

**Answer:**  $i_3(t) = 2\sqrt{2} \sin(\omega t + 135^\circ) \text{ А}.$

### 8.4.



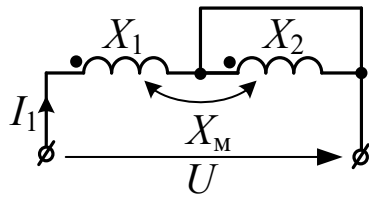
Визначити, який опір повинен мати ємнісний елемент, щоб забезпечити резонанс напруг, якщо  $R = 10 \text{ Ом}$ ;  
 $X_L = 5 \text{ Ом}.$

**Відповідь:**  $|X_C| = 10 \text{ Ом}.$

*Determine the necessary for the voltage resonance value of the capacitive reactance, assuming  $R = 10 \text{ Ohm}$ ,  $X_L = 5 \text{ Ohm}.$*

**Answer:**  $|X_C| = 10 \text{ Ohm}.$

8.5.



Визначити комплексне значення струму  $\underline{I}_1$ , якщо  $\underline{U} = 16 \text{ В}$ ;  $X_M = 3 \text{ Ом}$ ;  $X_1 = X_2 = 9 \text{ Ом}$ .

**Відповідь:**  $\underline{I}_1 = 2e^{-j90^\circ} \text{ А}$ .

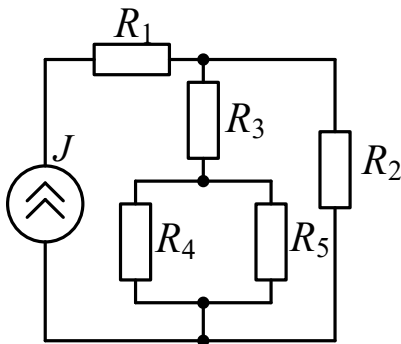
*Determine the phasor of the current  $I_1$  for the case of  $\underline{U} = 16 \text{ V}$ ;  $X_M = 3 \text{ Ohm}$ ;  $X_1 = X_2 = 9 \text{ Ohm}$ .*

**Answer:**  $\underline{I}_1 = 2e^{-j90^\circ} \text{ A}$ .

## Завдання 9

### Task 9

9.1.



До джерела струму  $J = 0,1 \text{ А}$  підключені резистори з опорами:  $R_1 = 12 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 16 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 40 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 60 \text{ Ом}$ . Визначити потужність джерела.

**Відповідь:**  $P = 0,2 \text{ Вт}$ .

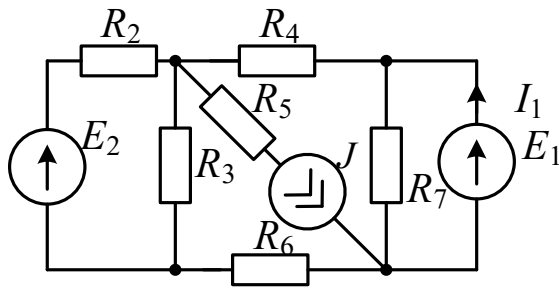
*The parameters of the analyzed circuit are:*

$R_1 = 12 \text{ Ohm}$ ;  $R_2 = 80 \text{ Ohm}$ ;  $R_3 = 16 \text{ Ohm}$ ;  $R_4 = 40 \text{ Ohm}$ ;  $R_5 = 60 \text{ Ohm}$ ;  
 $J = 0,1 \text{ A}$ .

*Determine the power of the current source*

**Answer:**  $P = 0,2 \text{ W}$ .

### 9.2.



Задано:  $E_1 = 20 \text{ В}$ ;  $E_2 = 10 \text{ В}$ ;

$J = 2 \text{ А}$ ; всі резистори мають опір  $R = 10 \text{ Ом}$ .

Визначити струм  $I_1$ .

**Відповідь:**  $I_1 = 3,8 \text{ А}$ .

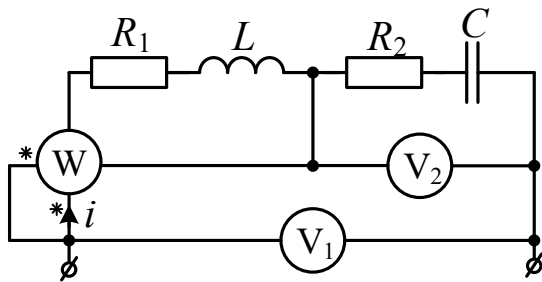
*The parameters of the analyzed circuit are:  $E_1 = 20 \text{ V}$ ;  $E_2 = 10 \text{ V}$ ;  $J = 2 \text{ A}$ ;*

*$R_1 = R_2 = \dots = R_7 = 10 \text{ Ohm}$ .*

*Determine the current  $I_1$ .*

**Answer:**  $I_1 = 3,8 \text{ A}$ .

### 9.3.



Задано:

$i(t) = 2 \sin(\omega t + 20^\circ) \text{ А}$ ;

$R_1 = 2 \text{ Ом}$ ;  $\omega L = 10 \text{ Ом}$ ;

$R_2 = 4 \text{ Ом}$ ;  $\frac{1}{\omega C} = 4 \text{ Ом}$ .

Визначити показання приладів.

**Відповідь:**  $U_{V_1} = 12 \text{ В}$ ;  $U_{V_2} = 8 \text{ В}$ ;  $P = 4 \text{ Вт}$ .

*The parameters of the analyzed circuit are:*

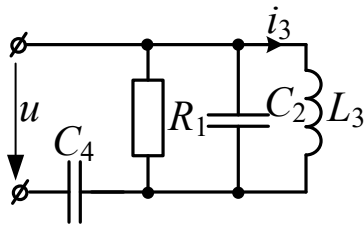
$i(t) = 2 \sin(\omega t + 20^\circ) \text{ А}$ ;  $R_1 = 10 \text{ Ohm}$ ;  $\omega L = 10 \text{ Ohm}$ ;  $R_2 = 4 \text{ Ohm}$ ;

$\frac{1}{\omega C} = 4 \text{ Ohm}$ .

*Determine the results of measurements by the wattmeter and voltmeters.*

**Answer:**  $U_{V_1} = 12 \text{ V}$ ,  $U_{V_2} = 8 \text{ V}$ ,  $P = 4 \text{ W}$ .

#### 9.4.



Задано:

$$i_3(t) = 2 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ A};$$

$$R_1 = \frac{1}{\omega C_4} = 10 \text{ Ом}; \quad \omega L_3 = \frac{1}{\omega C_2} = 20 \text{ Ом}.$$

Визначити напругу джерела  $u(t)$ .

**Відповідь:**  $u(t) = 40\sqrt{2} \sin(\omega t + 135^\circ) \text{ В}.$

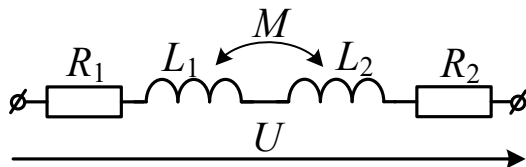
*The parameters of the analyzed circuit are:*

$$i_3(t) = 2 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ A}; \quad R_1 = \frac{1}{\omega C_4} = 10 \text{ Ohm}; \quad \omega L_3 = \frac{1}{\omega C_2} = 20 \text{ Ohm}.$$

*Determine the expression for the voltage  $u(t)$  of the AC power source in the time domain*

**Answer:**  $u(t) = 40\sqrt{2} \sin(\omega t + 135^\circ) \text{ V}.$

#### 9.5.



Для двох послідовно з'єднаних котушок маємо:

- 1) при зустрічному вмиканні струм  $I_3 = 2 \text{ А}$ , потужність  $P_3 = 120 \text{ Вт}$ ;
- 2) при узгодженому вмиканні струм  $I_y = 1,2 \text{ А}.$

Напруга джерела  $U = 100 \text{ В}$ , частота  $f = 50 \text{ Гц}$ . Визначити взаємну індуктивність котушок.

**Відповідь:**  $M = 30 \text{ мГн}.$

*The value of current flowing through the coils for the case of their series and opposite connection is equal to  $I_3 = 2 \text{ A}$  the dissipated in the circuit active power is equal to  $P_3 = 120 \text{ W}$ ; For the case of the adding connection the value of current is equal to  $I_y = 1,2 \text{ A}$ . The value of voltage generated by the AC power source is equal to  $U = 100 \text{ V}.$*

The frequency of the applied voltage is equal to 50 Hz.

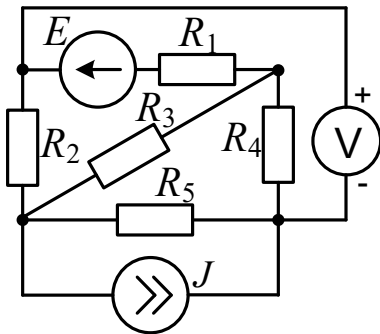
Determine the mutual inductance of two coils.

**Answer:**  $M = 30 \text{ mH}$ .

### Завдання 10

#### Task 10

10.1.



Задано:  $E = 120 \text{ В}$ ;  $J = 8 \text{ А}$ ; всі резистори мають опір  $R = 10 \text{ Ом}$ .

Визначити показання вольтметра.

**Відповідь:**  $U_V = 20 \text{ В}$ .

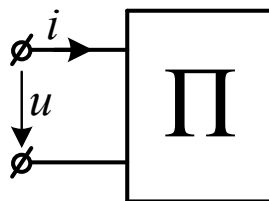
The parameters of the analyzed circuit are:  $E = 120 \text{ V}$ ;  $J = 8 \text{ A}$ .

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 10 \text{ Ohm}$ .

Determine the results of voltage measurements with the voltmeter V.

**Answer:**  $U_V = 20 \text{ V}$ .

10.2.



Напруга та струм на вході пасивного

двополюсника мають такі значення:

$u(t) = 100 \sin(314t + 20^\circ) \text{ В}$ ;

$i(t) = 10 \sin(314t - 10^\circ) \text{ А}$ .

Визначити:

1) активні та реактивні опори  
двополюсника;

2) повну потужність  $S$ , активну  $P$ , та реактивну  $Q$ .

**Відповідь:**  $R = 8,67 \text{ Ом}$ ;  $X = 5 \text{ Ом}$ ;

$S = 500 \text{ ВА}$ ;  $P = 433 \text{ Вт}$ ;  $Q = 250 \text{ ВАр}$ .

The current  $i(t)$  and voltage  $u(t)$  on the input terminals of the passive two-terminal circuit in time domain can be expressed as:

$$i(t) = 10 \sin(314t - 10^\circ) \text{ A.}$$

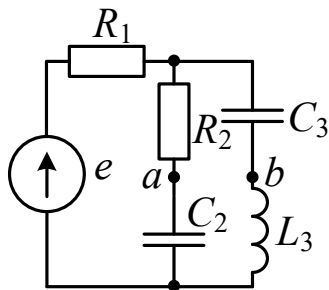
$$u(t) = 100 \sin(314t + 20^\circ) \text{ V;}$$

Determine the active resistance  $R$  and the reactance  $x$  of the analyzed circuit, as well as the values of its active, reactive and the apparent power.

**Answer:**  $R = 8,67 \text{ Ohm; } X = 5 \text{ Ohm; } S = 500 \text{ VA; } P = 433 \text{ W;}$

$Q = 250 \text{ VAr.}$

### 10.3.



Задано:

$$e(t) = 60\sqrt{2} \sin(1000t) \text{ В; } R_1 = 30 \text{ Ом; } R_2 = 10 \text{ Ом;}$$

$$C_2 = 25 \text{ мкФ; } L_3 = 20 \text{ мГн; } C_3 = 50 \text{ мкФ.}$$

Визначити діюче значення напруги між точками **a** та **b**.

**Відповідь:**  $U_{ab} = 40 \text{ В.}$

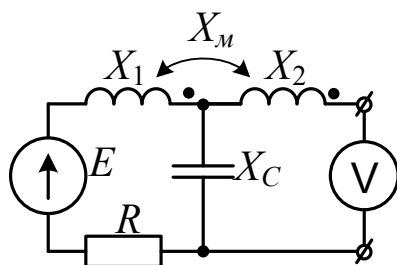
The parameters of the analyzed circuit are:

$$R_1 = 30 \text{ Ohm; } R_2 = 10 \text{ Ohm; } C_2 = 25 \text{ }\mu\text{F; } L_3 = 20 \text{ mH; } C_3 = 50 \text{ }\mu\text{F.}$$

Determine the RMS value of the voltage drop across the points **a** and **b**.

**Answer:**  $U_{ab} = 40 \text{ V.}$

### 10.4.



Визначити показання вольтметра, якщо

діюче значення джерела синусоїдальної

$$\text{ЕРС } E = 20 \text{ В; опори } X_1 = 20 \text{ Ом;}$$

$$X_2 = |X_C| = X_M = 10 \text{ Ом,}$$

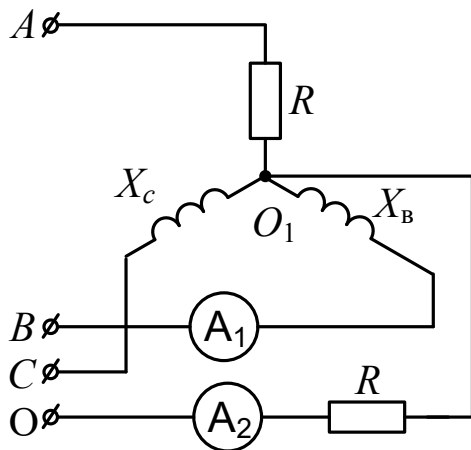
$$R = 40 \text{ Ом.}$$

**Відповідь:**  $U_V = 9,7 \text{ В.}$

Determine the results of voltage measurement with the voltmeter  $V$ . The RMS value of the electromotive force is equal to  $E = 20 \text{ V}$  and  $X_1 = 20 \text{ Ohm}$ ;  $R = 40 \text{ Ohm}$ ;  $X_2 = |X_C| = X_M = 10 \text{ Ohm}$ .

**Answer:**  $U_V = 9,7 \text{ V}$ .

### 10.5.



Фазна напруга симетричного джерела  $U_\phi = 220 \text{ В}$ . Параметри елементів трифазного навантаження:  $R = X_C = X_B = 20 \text{ Ом}$ .

Визначити показання амперметрів.

**Відповідь:**  $I_{A1} = 16 \text{ A}$ ;  $I_{A2} = 5,5 \text{ A}$ .

The value of phase voltage generated by the symmetrical three-phase power source is equal to  $U_{ph} = 220 \text{ V}$ . The parameters of the three-phase load are equal to:  $R = X_C = X_B = 20 \text{ Ohm}$ .

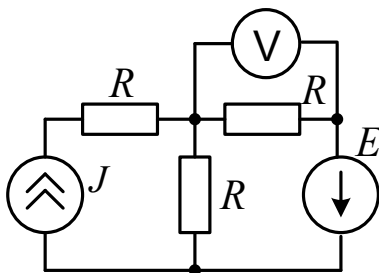
Determine the results of current measurements with the ammeters  $A_1$  and  $A_2$ .

**Answer:**  $I_{A1} = 16 \text{ A}$ ;  $I_{A2} = 5,5 \text{ A}$ .

## Завдання 11

### Task 11

#### 11.1.



В електричному колі визначити ЕРС  $E$ , якщо показання вольтметра дорівнює нулю. Струм джерела струму  $J = 8 \text{ mA}$ ; опір  $R = 1 \text{ кОм}$ .

**Відповідь:**  $E = -8 \text{ В}$ .

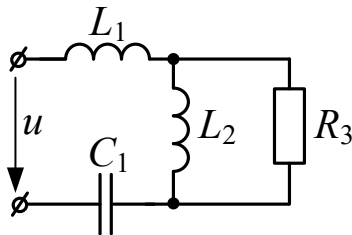


Determine the value of the electromotive force  $E$  for the case when the value of voltage drop measured with the voltmeter  $V$  is equal to zero.

The parameters of the analyzed circuit are:  $J = 8 \text{ mA}$ ;  $R = 1 \text{ k}\Omega$ .

**Answer:**  $E = -8 \text{ V}$ .

### 11.2.



Задана реактивна потужність другої гілки

$Q_2 = 250 \text{ VAR}$ , а також параметри кола:

$$\omega L_1 = \omega L_2 = R_3 = 10 \text{ }\Omega; \frac{1}{\omega C_1} = 20 \text{ }\Omega.$$

Визначити напругу джерела  $u(t)$ .

**Відповідь:**  $u(t) = 50\sqrt{2} \sin(\omega t) \text{ V}$ .

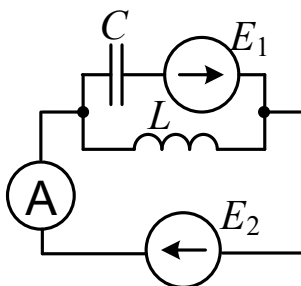
The reactive power of the second branch in the analyzed circuit  $Q_2$  is equal to  $250 \text{ VAR}$ . The parameters of the analyzed circuit are:

$$\omega L_1 = \omega L_2 = R_3 = 10 \text{ }\Omega; \frac{1}{\omega C_1} = 20 \text{ }\Omega.$$

Derive the expression in the time domain for the voltage generated by the AC power source.

**Answer:**  $u(t) = 50\sqrt{2} \sin(\omega t) \text{ V}$ .

### 11.3.



Задано:  $e_1(t) = 240\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ V}$ ;

$e_2(t) = 60 \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ V}$ ;

$X_L = |X_C| = 10 \text{ }\Omega$ .

Визначити показання амперметра.

**Відповідь:**  $I_A = 24 \text{ A}$ .

The parameters of the analyzed circuit are:

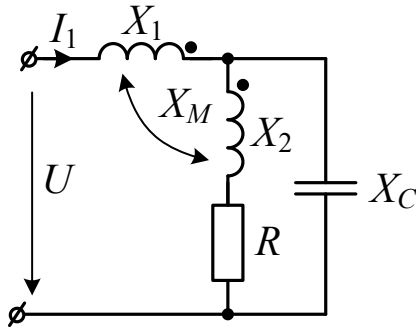
$e_1(t) = 240\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ V}$ ;  $e_2(t) = 60 \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ V}$ ;

$X_L = |X_C| = 10 \text{ }\Omega$ .

Determine the results of the measurement of current with the ammeter A.

**Answer:**  $I_A = 24 \text{ A}$ .

#### 11.4.



Задано: діюче значення напруги

джерела  $U = 150 \text{ В}$ ; параметри кола:

$X_1 = 50 \text{ Ом}$ ;  $X_2 = 40 \text{ Ом}$ ;

$|X_C| = 40 \text{ Ом}$ ;  $X_M = 10 \text{ Ом}$ ;

$R = 30 \text{ Ом}$ .

Визначити діюче значення струму  $I_1$ .

**Відповідь:**  $I_1 = 4,74 \text{ А}$ .

The RMS value of the generated by the AC power source is equal to

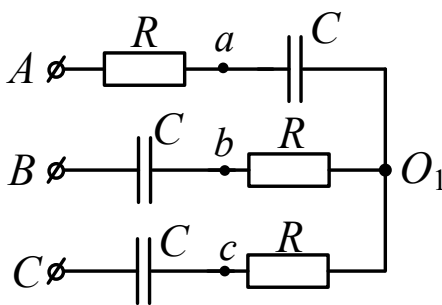
$U = 150 \text{ V}$ . The parameters of the analyzed circuit are:

$X_1 = 50 \text{ Ohm}$ ;  $X_2 = 40 \text{ Ohm}$ ;  $|X_C| = 40 \text{ Ohm}$ ;  $X_M = 10 \text{ Ohm}$ ;  $R = 30 \text{ Ohm}$ .

Determine the RMS value of the current  $I_1$ .

**Answer:**  $I_1 = 4,74 \text{ A}$ .

#### 11.5.



Лінійна напруга симетричного трифазного джерела з прямою послідовністю фаз дорівнює  $380 \text{ В}$ .

Параметри лінії та споживача мають такі значення  $R = |X_C| = 10 \text{ Ом}$ .

1) Визначити комплексне значення напруги між точками  $a$  та  $b$ .

2) За допомогою векторної діаграми перевірити отриманий результат.

**Відповідь:**  $\underline{U}_{ab} = 80 e^{j30^\circ} \text{ В}$ .

The value of the line voltage generated by the symmetrical three-phase power source with a positive phase sequence is equal to 380 V. The active  $R$  and the reactive  $X_C$  resistance of the transmitting line and the consumer are:  $R = |X_C| = 10 \text{ Ohm}$ .

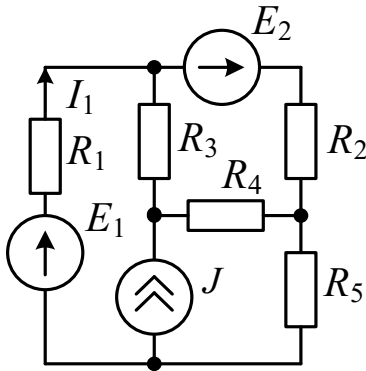
1. Determine the voltage drop across the points **a** and **b** in a phasor notation.
2. Verify the obtained result by means of applying phasor diagram.

**Answer:**  $\underline{U}_{ab} = 80e^{j30^\circ} \text{ V}$ .

## Завдання 12

### Task 12

#### 12.1.



Визначити опір резистора  $R_1$ , якщо  $E_1 = 80 \text{ В}$ ;  $E_2 = 30 \text{ В}$ ;  $J = 6 \text{ А}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = R_4 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 7 \text{ Ом}$ ; а струм  $I_1 = 1,9 \text{ А}$ .

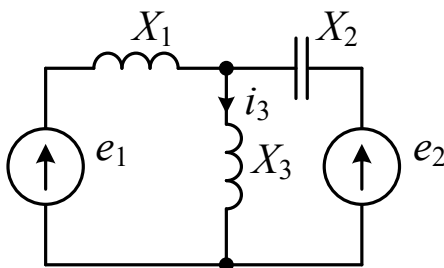
**Відповідь:**  $R_1 = 8 \text{ Ом}$ .

Determine the value of  $R_1$  for the case of  $E_1 = 80 \text{ V}$ ;  $E_2 = 30 \text{ V}$ ;  $J = 6 \text{ A}$ ;

$R_2 = 10 \text{ Ohm}$ ;  $R_3 = R_4 = 5 \text{ Ohm}$ ;  $R_5 = 7 \text{ Ohm}$ ;  $I_1 = 1,9 \text{ A}$ .

**Answer:**  $R_1 = 8 \text{ Ohm}$ .

#### 12.2.



Задано:  $e_1(t) = 12\sqrt{2} \sin \omega t \text{ В}$ ;

$e_2(t) = 10\sqrt{2} \sin \omega t \text{ В}$ ;

$X_1 = X_3 = 6 \text{ Ом}$ ;  $|X_2| = 2 \text{ Ом}$ .

Визначити діюче значення струму  $i_3$ .

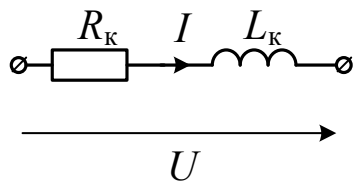
**Відповідь:**  $I_3 = 3 \text{ А}$ .

The parameters of the analyzed circuit are:  $e_1(t) = 12\sqrt{2} \sin \omega t \text{ V}$ ,  
 $e_2(t) = 10\sqrt{2} \sin \omega t \text{ V}$ ;  $X_1 = X_3 = 6 \text{ Ohm}$ ;  $|X_2| = 2 \text{ Ohm}$ .

Determine the RMS value of the current  $i_3$ .

**Answer:**  $I_3 = 3 \text{ A}$ .

### 12.3.



Котушка, яка має активний опір  $R_K$  та індуктивність  $L_K$ , спочатку підключається до джерела постійної напруги 100 В, а потім до джерела синусоїдальної напруги 100 В з частотою 50 Гц.

У першому випадку струм дорівнює 5 А, а у другому 4 А.

Визначити індуктивний опір та індуктивність котушки.

**Відповідь:**  $X_K = 15 \text{ Ом}$ ,  $L_K = 47,7 \text{ мГн}$ .

The inductive coil with an active resistance  $R_K$  and inductance  $L_K$  initially is switched to the DC power source with the value of generated voltage equal to 100 V. Next the same coil is switched to the AC power source with the RMS value of generated voltage equal to 100 V and frequency 50 Hz.

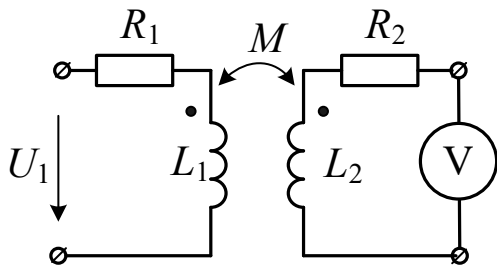
For the case of the DC power source the value of current flowing through the coil is equal to 5 A. For the case of the AC power source the value of flowing current is equal to 4A.

Determine the inductive reactance  $X_K$  and the inductance  $L_K$  of the coil.

**Answer:**  $X_K = 15 \text{ Ohm}$ ,  $L_K = 47,7 \text{ mH}$ .

### 12.4.

У повітряному трансформаторі маємо:  $U_1 = 40 \text{ В}$ ;  $R_1 = R_2 = 3 \text{ Ом}$ ;  
 $X_{L1} = X_{L2} = 4 \text{ Ом}$ ;  $X_M = 2 \text{ Ом}$ .



Визначити показання вольтметра.

**Відповідь:**  $U_V = 16 \text{ В}$ .

*For the case of the air-core transformer the parameters of the analyzed circuit are:*

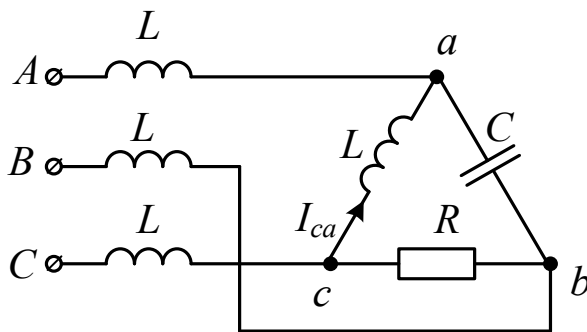
$U_1 = 40 \text{ В}; R_1 = R_2 = 3 \text{ Ohm};$

$X_{L1} = X_{L2} = 4 \text{ Ohm}; X_M = 2 \text{ Ohm}.$

*Determine the results of voltage measurement with the voltmeter V.*

**Answer:**  $U_V = 16 \text{ V}.$

### 12.5.



Лінійна напруга симетричного трифазного джерела з прямою послідовністю фаз дорівнює 220 В.

Параметри лінії та споживача мають такі значення:

$X_L = |X_C| = R = 10 \text{ Ом}.$

Визначити комплексне значення струму фази **ca** споживача, та за допомогою векторної діаграми перевірити отримані результати.

**Відповідь:**  $\underline{I}_{ca} = 21,2e^{j45^\circ} \text{ А}.$

*The value of the line voltage generated by the symmetrical three-phase power source with a positive phase sequence is equal to 220 V. The active resistance R, as well as the capacitive  $X_C$  and inductive  $X_L$  reactance of the transmitting line and the consumer are:  $X_L = X_C = R = 10 \text{ Ohm}.$*

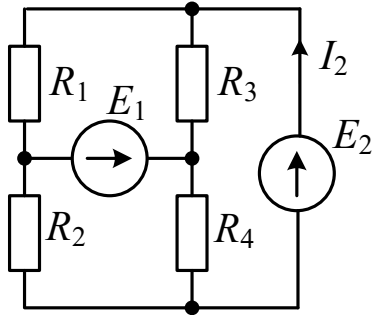
1. *Determine the value of current flowing through the phase **ca** of the consumer.*
2. *Verify the obtained result by means of applying the phasor diagram.*

**Answer:**  $\underline{I}_{ca} = 21,2e^{j45^\circ} \text{ А}.$

### Завдання 13

#### Task 13

##### 13.1.



В електричному колі задані: ЕРС джерела  $E_1 = 36$  В; опори  $R_1 = 3$  Ом;  $R_2 = 6$  Ом;  $R_3 = 6$  Ом;  $R_4 = 12$  Ом; струм  $I_2 = 5$  А.

Визначити величину ЕРС  $E_2$ .

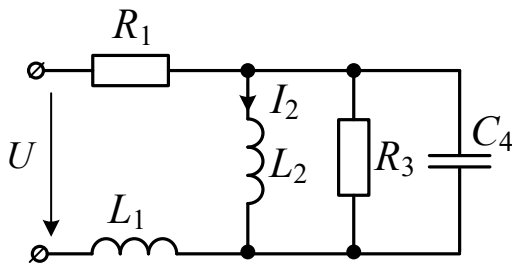
**Відповідь:**  $E_2 = 30$  В.

*The parameters of the analyzed circuit are:  $E_1 = 36$  V;  $R_1 = 3$  Ohm,  $R_2 = 6$  Ohm;  $R_3 = 6$  Ohm;  $R_4 = 12$  Ohm;  $I_2 = 5$  A.*

*Determine the value of the electromotive force  $E_2$ .*

**Answer:**  $E_2 = 30$  V.

##### 13.2.



Задано:

$U = 100$  В;  $R_1 = 6$  Ом;  $R_3 = 10$  Ом;

$\omega L_1 = 12$  Ом;  $\omega L_2 = \frac{1}{\omega C_4} = 2$  Ом.

Визначити струм  $I_2$ .

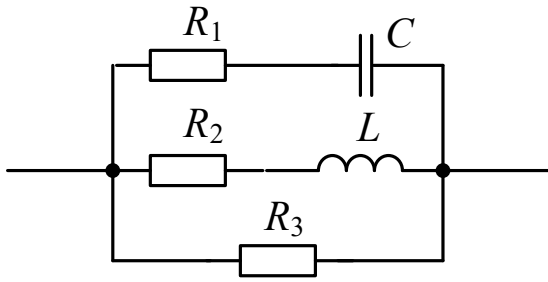
**Відповідь:**  $I_2 = 25$  А.

*The parameters of the analyzed circuit are:  $U=100$  V;  $R_1=6$  Ohm;  $R_3=10$  Ohm;  $\omega L_1 = 12$  Ohm;  $\omega L_2 = \frac{1}{\omega C_4} = 2$  Ohm.*

*Determine the value of current  $I_2$ .*

**Answer:**  $I_2 = 25$  A.

13.3.



Задано:

$R_1 = 3 \text{ Ом}; |X_C| = 4 \text{ Ом}; R_2 = 8 \text{ Ом};$   
 $X_L = 4 \text{ Ом}; R_3 = 10 \text{ Ом}.$

Визначити активну та повну провідності кола.

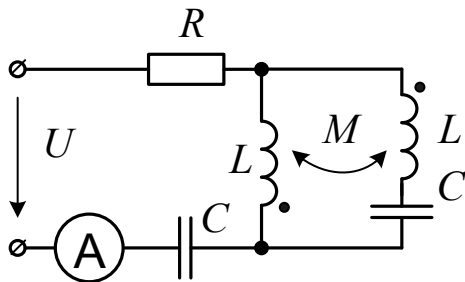
**Відповідь:**  $G = 0,3 \text{ См}; B = 0,1 \text{ См};$   
 $Y = 0,316 \text{ См}.$

*The parameters of the analyzed circuit are:  $R_1 = 3 \text{ Ohm}; X_C = 4 \text{ Ohm};$   
 $R_2 = 8 \text{ Ohm}; X_L = 4 \text{ Ohm}; R_3 = 10 \text{ Ohm}.$*

*Determine the active conductivity and the admittance of the analyzed circuit.*

**Answer:**  $G = 0,3 \text{ S}; B = 0,1 \text{ S}; Y = 0,316 \text{ S}.$

13.4.



Задано:  $U = 100 \text{ В}; R = \omega L = 20 \text{ Ом};$

$\frac{1}{\omega C} = 10 \text{ Ом}.$  Коефіцієнт магнітного зв'язку  $k = 0,5.$

Визначити показання амперметра.

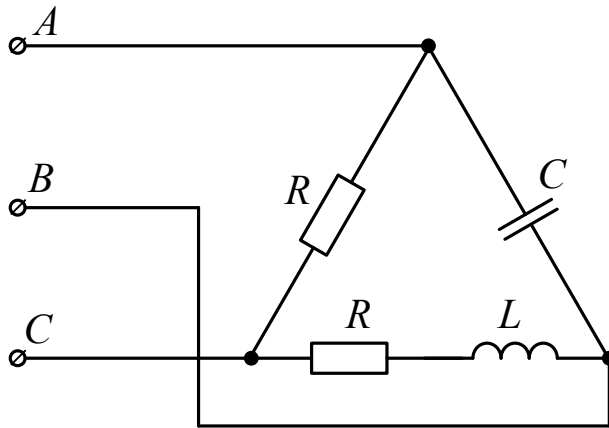
**Відповідь:**  $I_A = 4,64 \text{ А}.$

*The parameters of the analyzed circuit are:  $U = 100 \text{ V}; R = \omega L = 20 \text{ Ohm};$   
 $\frac{1}{\omega C} = 10 \text{ Ohm}.$  The coefficient of the magnetic coupling  $k = 0,5.$*

*Determine the results current measurements by the ammeter A.*

**Answer:**  $I_A = 4,64 \text{ A}.$

13.5.



Лінійна напруга симетричного трифазного джерела з прямою послідовністю фаз дорівнює 380 В. Параметри споживача мають такі значення:  $X_L = |X_C| = R = 20$  Ом. Визначити лінійні та фазні струми. Накреслити векторну діаграму.

**Відповідь:**  $I_{AB} = I_{CA} = 19$  А;  $I_{BC} = I_{CA} = 13,44$  А;  $I_A = 9,88$  А;  $I_B = 25,84$  А;  $I_C = 20,33$  А.

*The value of the line voltage generated by the symmetrical three-phase power source with a positive phase sequence is equal to 380 V. The active resistance  $R$ , as well as the capacitive  $X_C$  and inductive  $X_L$  reactance of the consumer are:*

$$X_L = |X_C| = R = 20 \text{ Ohm.}$$

1. *Determine the phase and line currents.*
2. *Plot the phasor diagram.*

**Answer:**  $I_{AB} = I_{CA} = 19$  А.  $I_{BC} = I_{CA} = 13,44$  А;  $I_A = 9,88$  А;  $I_B = 25,84$  А;  $I_C = 20,33$  А.

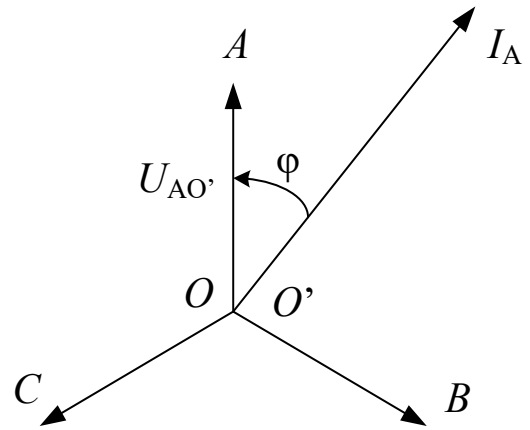
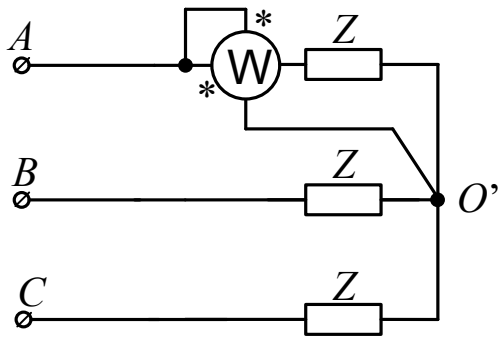
**Примітка:**

**Note:**

Активна потужність симетричного трифазного кола може бути виміряна одним ватметром.

*Active power of a symmetrical three-phase circuit can be measured by using one wattmeter.*





Активна потужність однієї фази:

*Active power of a single phase:*

$$P_{WA} = U_{AO'} \cdot I_A \cos \varphi.$$

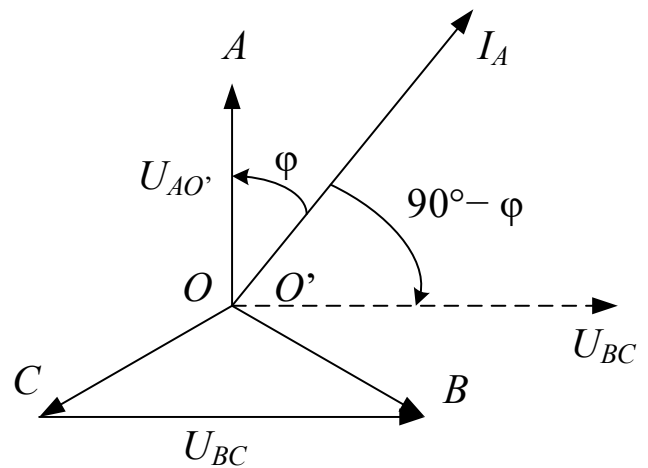
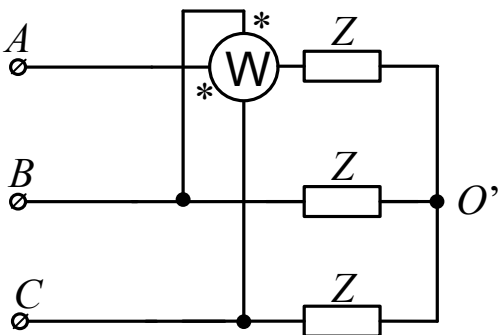
Активна потужність всього кола:

*Active power for the whole circuit:*

$$P_W = 3U_{AO'} \cdot I_A \cos \varphi.$$

У випадку вимірювання потужності за схемою:

*In the case of power measurements by applying the following scheme:*



буде отримана реактивна потужність:

the obtained value of the reactive power can be expressed as follows:

$$Q = U_{BC} \cdot I_A \cos(90^\circ - \varphi) = \sqrt{3} U_{AO} \cdot I_A \sin \varphi.$$

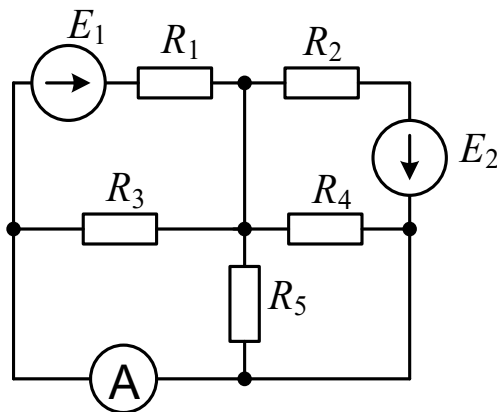
Для отримання повної реактивної потужності кола треба цю потужність збільшити в  $\sqrt{3}$  разів.

In order to obtain a complete reactive power of the circuit this expression should be multiplied by  $\sqrt{3}$ .

## Завдання 14

### Task 14

#### 14.1.



Задано:

$$E_1 = 32 \text{ В}; \quad E_2 = 48 \text{ В}; \quad R_1 = R_2 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_3 = R_4 = R_5 = 60 \text{ Ом}.$$

Визначити показання амперметра.

**Відповідь:**  $I_A = 1,96 \text{ А}$ .

The parameters of the analyzed circuit are:

$$E_1 = 32 \text{ V}; \quad E_2 = 48 \text{ V}; \quad R_1 = R_2 = 20 \text{ Ohm};$$

$$R_3 = R_4 = R_5 = 60 \text{ Ohm}.$$

Determine the result of the measurement of

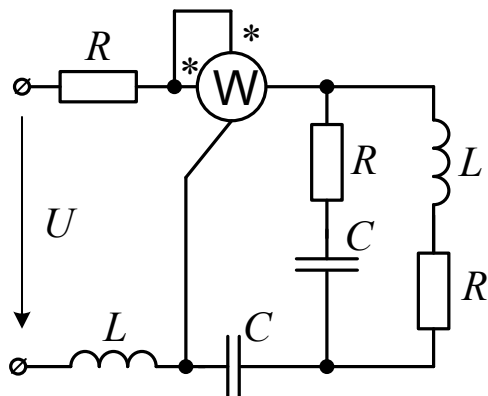
current by the ammeter.

**Answer:**  $I_A = 1,96 \text{ А}$ .

#### 14.2.

У колі синусоїдального струму  $U = 100 \text{ В}$ ;  $X_L = |X_C| = R = 10 \text{ Ом}$ .

Визначити показання ватметра.



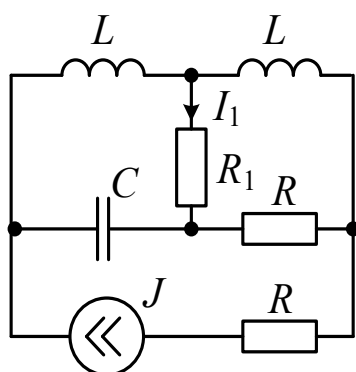
**Відповідь:**  $P_w = 250 \text{ Вт}$ .

The parameters of the analyzed AC circuit are:  $U = 100 \text{ V}$ ;  
 $X_L = |X_C| = R = 10 \text{ Ohm}$ .

Determine the results of the power measurement with the wattmeter.

**Answer:**  $P_w = 250 \text{ W}$

14.3.



У колі синусоїдального струму  
 $J = 0,1 \text{ A}$ ;  $X_L = 5 \text{ Ом}$ ;  
 $|X_C| = R = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_1 = 2,5 \text{ Ом}$ .

Визначити струм  $I_1$ .

**Відповідь:**  $I_1 = 0,1 \text{ A}$ .

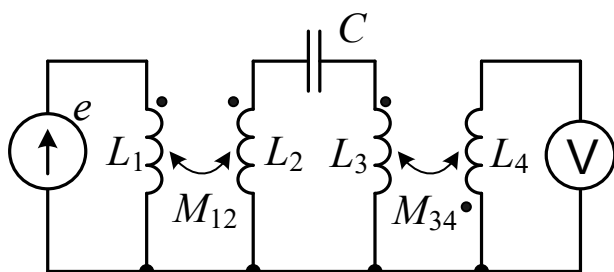
The parameters of the analyzed AC circuit are:

$J = 0,1 \text{ A}$ ;  $X_L = 5 \text{ Ohm}$ .  $|X_C| = R = 10 \text{ Ohm}$ .  $R_1 = 2,5 \text{ Ohm}$ .

Determine the value of the current  $I_1$ .

**Answer:**  $I_1 = 0,1 \text{ A}$ .

14.4.



В електричному колі

$e(t) = 120\sqrt{2} \sin 4000t \text{ В}$ ;

$L_1 = L_3 = 20 \text{ мГн}$ ;  $L_2 = L_4 = 25 \text{ мГн}$ ;

$M_{12} = M_{34} = 10 \text{ мГн}$ ;  $C = 2,5 \text{ мкФ}$ .

Визначити показання вольтметра.

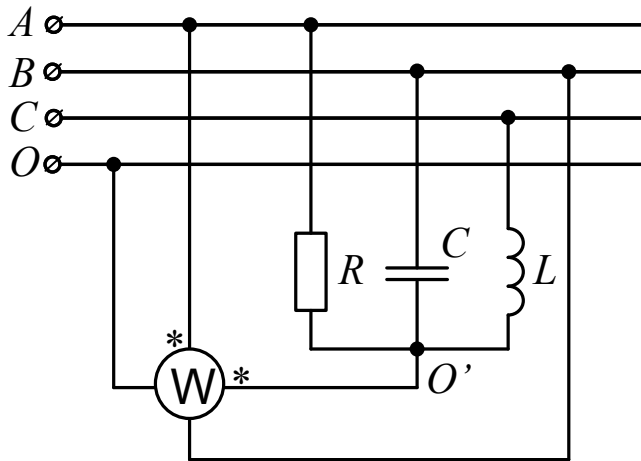
**Відповідь:**  $U_V = 40 \text{ В}$ .

The parameters of the analyzed AC circuit are:  $e(t) = 120\sqrt{2} \sin 4000t \text{ V}$ ;  
 $L_1 = L_3 = 20 \text{ mH}$ ;  $L_2 = L_4 = 25 \text{ mH}$ ;  $M_{12} = M_{34} = 10 \text{ mH}$ ;  $C = 2,5 \text{ }\mu\text{F}$ .

Determine the result of the voltage measurement with the voltmeter V

**Answer:**  $U_V = 40 \text{ V}$ .

#### 14.5.



Фазна напруга симетричного трифазного генератора з прямою послідовністю фаз дорівнює 120 В. Параметри навантаження мають такі значення:

$$X_L = |X_C| = R = 12 \text{ Ом.}$$

Визначити показання ватметра.

**Відповідь:**  $P_w = 4918 \text{ Вт}$ .

The value of the phase voltage generated by the symmetrical three-phase power source with a positive phase sequence is equal to 120 V. The active resistance R, as well as the capacitive  $x_C$  and inductive  $x_L$  reactance of the consumer are:

$$X_L = |X_C| = R = 12 \text{ Ohm.}$$

Determine the results of power measurement with the wattmeter W.

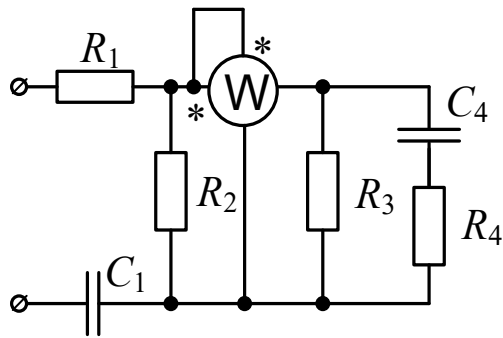
**Answer:**  $P_w = 4918 \text{ W}$ .

### Завдання 15

#### Task 15

#### 15.1.

Всі елементи електричного синусоїдного кола мають опір 10 Ом. Резистор  $R_4$  споживає потужність  $P_4 = 250 \text{ Вт}$ .



Визначити показання ватметра.

**Відповідь:**  $P_w = 750$  Вт.

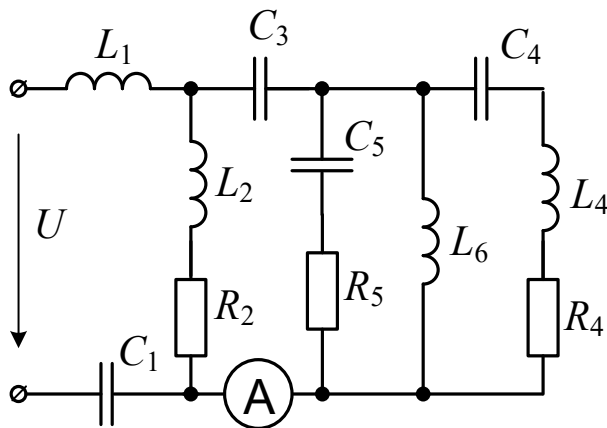
*The parameters of the analyzed circuit are  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10$  Ohm;*

*$|X_{C1}| = |X_{C4}| = 10$  Ohm. The consumed by the resistor power is  $P_4 = 250$  W.*

*Determine the results of power measurement with the wattmeter W.*

**Answer:**  $P_w = 750$  W.

### 15.2.



Задано:  $U = 100\sqrt{2}$  В;

$R_4 = \omega L_6 = 20$  Ом, усі інші елементи електричного синусоїдного кола мають опір 10 Ом.

Визначити показання амперметра.

**Відповідь:**  $I_A = 10$  А.

*The parameters of the analyzed circuit are:*

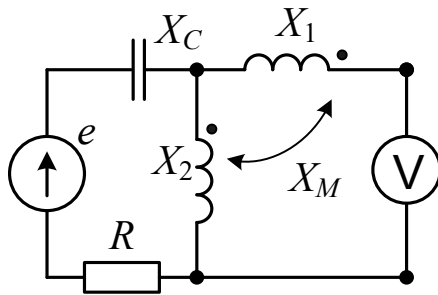
$U = 100\sqrt{2}$  V;  $R_4 = \omega L_6 = 20$  Ohm.

*The resistance and reactance of the remaining elements are equal to 10 Ohm.*

*Determine the results of current measurement with the ammeter A.*

**Answer:**  $I_A = 10$  A.

15.3.



Параметри синусоїдного електричного кола:  $X_1 = 20 \text{ Ом}$ ,  $X_2 = |X_C| = X_M = 10 \text{ Ом}$ ;  $R = 40 \text{ Ом}$ ;  $E = 200 \text{ В}$ .

Визначити показання вольтметра.

**Відповідь:**  $U_V = 100 \text{ В}$ .

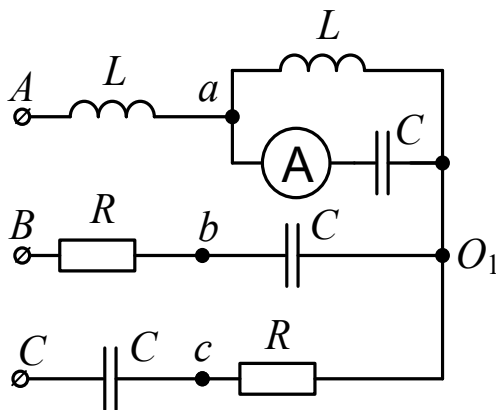
*The parameters of the analyzed*

*circuit are:  $X_1 = 20 \text{ Ohm}$ ,  $X_2 = |X_C| = X_M = 10 \text{ Ohm}$ ;  $R = 40 \text{ Ohm}$ ;  $E = 200 \text{ V}$ .*

*Determine the results of voltage measurement with the voltmeter V.*

**Answer:**  $U_V = 100 \text{ V}$ .

15.4.



Фазна напруга симетричного трифазного джерела з прямою послідовністю фаз дорівнює  $220 \text{ В}$ . Параметри елементів лінії та навантаження  $X_L = |X_C| = R = 10 \text{ Ом}$ .

Визначити показання амперметра, побудувати векторну діаграму.

**Відповідь:**  $I_A = 33 \text{ А}$ .

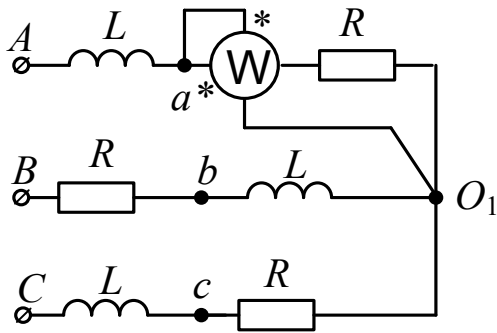
*The value of the phase voltage generated*

*by the symmetrical three-phase power source with a positive phase sequence is equal to  $220 \text{ V}$ . The value of active resistance  $R$ , as well as the capacitive  $X_C$  and inductive  $X_L$  reactance of the line and the consumer are:  $X_L = |X_C| = R = 10 \text{ Ohm}$ .*

*Determine the results of current measurement with the ammeter A. Plot the phasor diagram.*

**Answer:**  $I_A = 33 \text{ A}$ .

15.5.



Лінійна напруга симетричного джерела з прямою послідовністю фаз дорівнює 380 В.

Параметри лінії та навантаження мають такі значення:  $X_L = R = 10 \text{ Ом}$ .

Визначити показання ватметра.

Побудувати векторну діаграму.

**Відповідь:**  $P_w = 2407 \text{ Вт}$ .

*The value of the line voltage generated by the symmetrical three-phase power source with a positive phase sequence is equal to 380 V. The value of active resistance  $R$ , as well as the inductive  $X_L$  reactance of the line and the consumer are:*

$$X_L = R = 10 \text{ Ohm.}$$

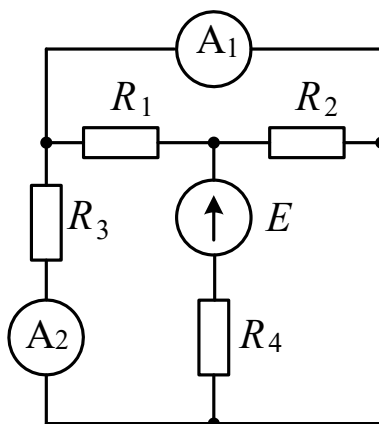
*Determine the results of power measurements with the wattmeter W. Plot the phasor diagram.*

**Answer:**  $P_w = 2407 \text{ W}$ .

## Завдання 16

### Task 16

16.1.



Визначити показання амперметрів в колі, де ЕРС джерела  $E = 30 \text{ В}$ , опори резисторів  $R_1 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 80 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 14 \text{ Ом}$ ,  $R_3$  невідомий.

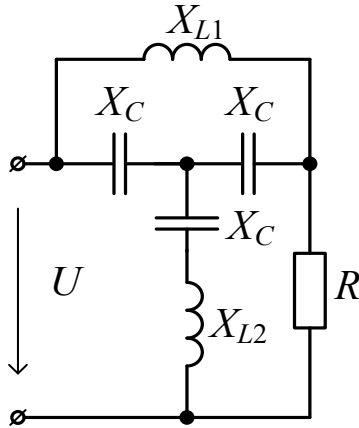
**Відповідь:**  $I_{A1} = 0,8 \text{ А}$ ,  $I_{A2} = 0 \text{ А}$ .

*The parameters of the analyzed circuit are:  $E = 30 \text{ V}$ ,  $R_1 = 20 \text{ Ohm}$ ,*

*$R_2 = 80 \text{ Ohm}$ ,  $R_4 = 14 \text{ Ohm}$ ,  $R_3$  is unknown. Determine the results of current measurement with the ammeters  $A_1$ ,  $A_2$ .*

**Answer:**  $I_{A1} = 0,8 \text{ A}$ ,  $I_{A2} = 0 \text{ A}$ .

**16.2.**



Визначити потужність, спожиту резистором з опором  $R = 40 \text{ Ом}$ , якщо напруга  $U = 120 \text{ В}$ , модулі опорів ємнісних елементів  $|X_C| = 40 \text{ Ом}$ , опори індуктивних елементів  $X_{L1} = 120 \text{ Ом}$ ,  $X_{L2} = 80 \text{ Ом}$ .

**Відповідь:** 144 Вт.

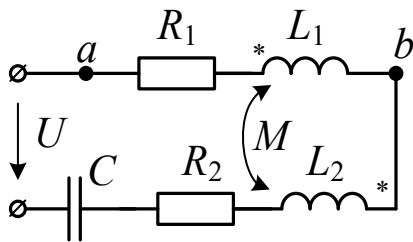
*The parameters of the analyzed circuit are:  $U = 120 \text{ V}$ ,  $R = 40 \text{ Ohm}$ ,*

$|X_C| = 40 \text{ Ohm}$ ,  $X_{L1} = 120 \text{ Ohm}$ ,  $X_{L2} = 80 \text{ Ohm}$ .

*Determine the active power of the active resistance.*

**Answer:** 144 W.

**16.3.**



Параметри електричного кола:

$U = 100 \text{ В}$ ;  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 3 \text{ Ом}$ ;  
 $\omega L_1 = 4 \text{ Ом}$ ;  $\omega L_2 = 2 \text{ Ом}$ ;  $\omega M = 2 \text{ Ом}$ ;  
 $1/\omega C = 4 \text{ Ом}$ .

Визначити струм в колі і напругу  $U_{ab}$ .

**Відповідь:**  $I = 10 \text{ A}$ ,  $U_{ab} = 78,1 \text{ В}$ .

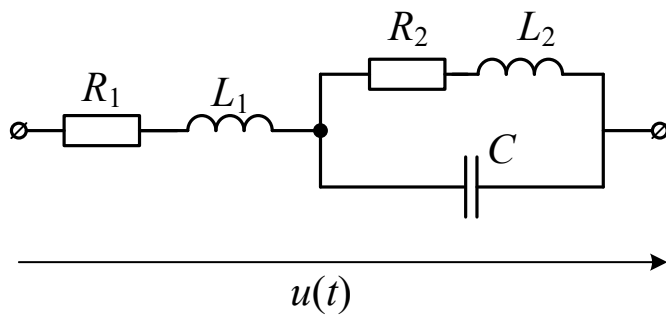
*The parameters of the analyzed circuit are:  $U = 100 \text{ V}$ ,  $R_1 = 5 \text{ Ohm}$ ,  $R_2 = 3 \text{ Ohm}$ ,  
 $\omega L_1 = 4 \text{ Ohm}$ ,  $\omega L_2 = 2 \text{ Ohm}$ ,  $\omega M = 2 \text{ Ohm}$ ,  $1/\omega C = 4 \text{ Ohm}$ .*

*Determine the values of current  $I$  and voltage  $U_{ab}$ .*

**Answer:**  $I = 10 \text{ A}$ ,  $U_{ab} = 78,1 \text{ V}$ .



#### 16.4.



Визначити миттєве та діюче значення струму першої гілки  $i_1$ ,  $I_1$ .

Параметри електричного кола:

$$R_1 = 20 \text{ Ом}; \quad L_1 = 2 \text{ мГн};$$

$$R_2 = 30 \text{ Ом}; \quad L_2 = 10 \text{ мГн};$$

$$C = 0,5 \text{ мкФ}; \quad \omega = 10^4 \text{ с}^{-1};$$

$$u(t) = 20 + 100 \sin \omega t + 25 \sin(3\omega t + 45^\circ) \text{ В.}$$

**Відповідь:**  $i_1(t) = 0,4 + 0,342 \sin(\omega t - 55,2^\circ) + 0,707 \sin(3\omega t + 93,7^\circ) \text{ А};$

$$I_1 = 0,7 \text{ А.}$$

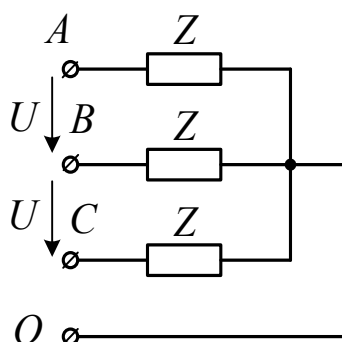
*The parameters of the analyzed circuit are:*

$$\omega = 10^4 \text{ s}^{-1}, \quad u(t) = 20 + 100 \sin \omega t + 25 \sin(3\omega t + 45^\circ) \text{ V}, \quad R_1 = 20 \text{ Ohm}; \quad L_1 = 2 \text{ mH}, \quad R_2 = 30 \text{ Ohm}; \quad L_2 = 10 \text{ mH}, \quad C = 0,5 \text{ }\mu\text{F}.$$

*Determine the instantaneous and RMS values of the flowing in the brunch no.1 current  $i_1$ ,  $I_1$ .*

**Answer:**  $i_1(t) = 0,4 + 0,342 \sin(\omega t - 55,2^\circ) + 0,707 \sin(3\omega t + 93,7^\circ) \text{ А}; \quad I_1 = 0,7 \text{ А.}$

#### 16.5.



Три однакові приймачі, з'єднані зіркою з нульовим дротом, приєднані до трифазної мережі. Струми в приймачах були однакові:  $I_A = I_B = I_C = 1 \text{ А.}$

Визначити всі три фазні струми і струм в нульовому проводі, якщо:

- 1) Розірвати фазу А;
- 2) Розірвати фази А і В.

**Відповідь:** 1)  $I_N = I_B = I_C = 1 \text{ A}$ ; 2)  $I_N = I_C = 1 \text{ A}$ .

Three similar consumers of electric power are having a star connection with a neutral wire. The values of currents for all consumers are the same:  $I_A = I_B = I_C = 1 \text{ A}$ . Determine the values of currents flowing in the phases and in the neutral wire in the cases of:

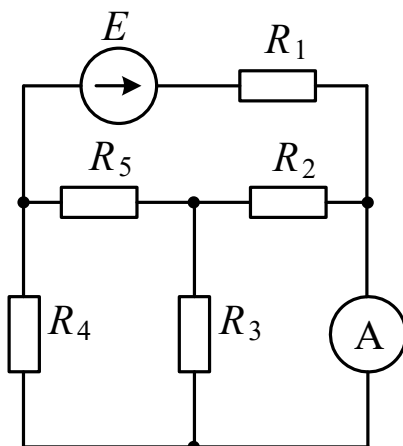
1. Gap in the phase A.
2. Gap in the phases A and B.

**Answer:** 1)  $I_N = I_B = I_C = 1 \text{ A}$ ; 2)  $I_N = I_C = 1 \text{ A}$ .

### Завдання 17

#### Task 17

17.1.



Визначити показ амперметра в колі, де ЕРС джерела  $E = 16 \text{ В}$ , опори резисторів  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 14 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 15 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 5,8 \text{ Ом}$ .

**Відповідь:**  $I_A = 1,16 \text{ A}$ .

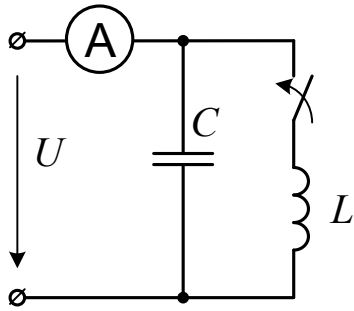
The parameters of the analyzed circuit are:  $E = 16 \text{ V}$ ,  $R_1 = 2 \text{ Ohm}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ohm}$ ,  $R_3 = 14 \text{ Ohm}$ ,  $R_4 = 15 \text{ Ohm}$ ,  $R_5 = 5,8 \text{ Ohm}$ .

Determine the results of current measurement by means of applying the ammeter A.

**Answer:**  $I_A = 1,16 \text{ A}$ .

17.2.

Визначити індуктивність котушки. Напруга  $U = 380 \text{ В}$ , частота  $50 \text{ Гц}$ , амперметр за розімкненого та замкненого ключа показує  $0,5 \text{ A}$ .



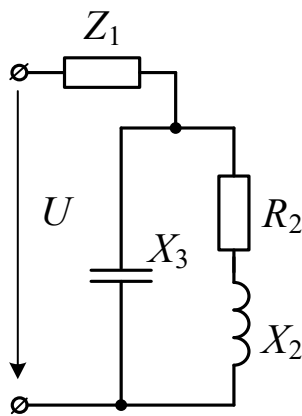
**Відповідь:**  $L = 1,2 \text{ Гн}$ .

*Determine the value of inductance of the coil  $L$ . The value of voltage  $U$  is equal to 380 V, the value of frequency is equal to 50 Hz, the value of current, measured by the ammeter  $A$  is equal to 0.5 A both for the cases of the opened and closed switch.*

*and closed switch.*

**Answer:**  $L = 1,2 \text{ H}$ .

**17.3.**



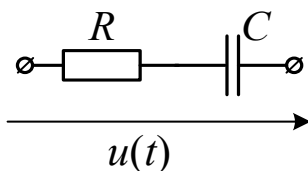
В електричному колі  $U = 30 \text{ В}$ ;  $R_2 = 40 \text{ Ом}$ ;  $X_2 = 100 \text{ Ом}$ ;  $X_3 = -20 \text{ Ом}$ ;  $I_1 = 12 \text{ А}$ ,  $Z_1$  має реактивний характер. Визначити  $Z_1$ .

**Відповідь:** 22,5 Ом або 25,5 Ом.

*The parameters of the analyzed circuit are:  $U = 30 \text{ В}$ ;  $R_2 = 40 \text{ Ohm}$ ;  $X_2 = 100 \text{ Ohm}$ ;  $X_3 = -20 \text{ Ohm}$ ;  $I_1 = 12 \text{ А}$ , impedance  $Z_1$  is reactive. Determine  $Z_1$ .*

**Answer:** 22,5 Ohm or 25,5 Ohm.

**17.4.**



В електричному колі  $R = 10 \text{ Ом}$ ;  $1/\omega C = 30 \text{ Ом}$ ;

$u(t) = 100\sqrt{2}\sin \omega t + 20\sqrt{2}\sin(3\omega t - 45^\circ) \text{ В}$ .

Визначити активну потужність кола  $P$ .

**Відповідь:** 120 Вт.

*The parameters of the analyzed circuit are:*

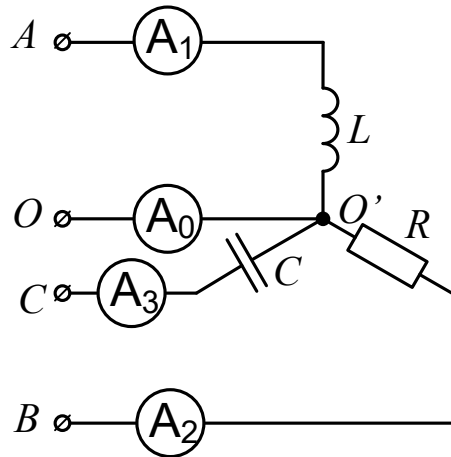
$u(t) = 100\sqrt{2}\sin \omega t + 20\sqrt{2}\sin(3\omega t - 45^\circ) \text{ V}$ ,  $R = 10 \text{ Ohm}$ ,  $1/\omega C = 30 \text{ Ohm}$ .

*Determine the active power of the analyzed circuit  $P$ .*

**Answer:** 120 W.

### 17.5.

Визначити показання амперметра в нульовому проводі трифазного приймача, з'єднаного зіркою, що живиться від симетричної трифазної мережі, якщо амперметри в лінійних проводах показують по 2 А.



Опором нульового проводу можна знехтувати.

Побудувати векторну діаграму.

**Відповідь:**  $I_N = 5,46$  А.

*Determine the value of current measured by the ammeter  $A_0$  in the neutral wire of a three phase consumer of electric power which has a star connection.*

*The consumer is connected to a symmetrical three phase circuit. The values of currents measured by the ammeters  $A_1, A_2, A_3$  are equal to 2 А.*

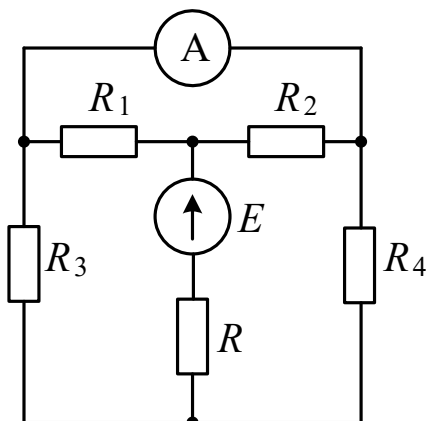
*The value of resistance of neutral wire is considered to be negligible. Build a phasor diagram.*

**Answer:**  $I_N = 5,46$  А.

## Завдання 18

### Task 18

#### 18.1.



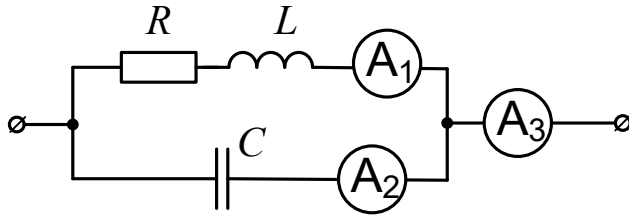
Визначити ЕРС джерела  $E$  в колі, якщо амперметр показує струм  $I_A = 0,125$  А, а опори резисторів ,  $R = 0,4$  Ом,  $R_1 = 16$  Ом,  $R_2 = 24$  Ом,  $R_3 = 24$  Ом,  $R_4 = 40$  Ом.

**Відповідь:**  $E = 125$  В.

The results of current measurement with the ammeter A are  $I_A = 0,125$  A. The value of active resistance are  $R = 0,4$  Ohm,  $R_1 = 16$  Ohm,  $R_2 = 24$  Ohm,  $R_3 = 24$  Ohm,  $R_4 = 40$  Ohm. Determine the value of the electromotive force  $E$ .

**Answer:**  $E = 125$  V.

**18.2.**



В колі – резонанс струмів.

$I_{A1} = 6$  A;  $I_{A3} = 3,6$  A. Визначити показання другого амперметра  $I_{A2}$ .

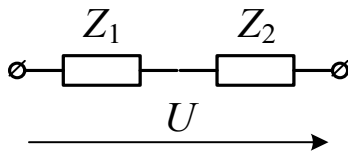
**Відповідь:**  $I_{A2} = 4,8$  A.

The presented circuit operates in the mode of a current resonance.

The values of currents are equal to:  $I_{A1} = 6$  A;  $I_{A3} = 3.6$  A. Determine the results of current measurements by the ammeter  $A_2$ .

**Answer:**  $I_{A2} = 4,8$  A.

**18.3.**



Дано:  $U = 40$  В,  $\underline{Z}_1 = 3 + j13$  Ом;

$\underline{Z}_2 = 10 + j40$  Ом.

Визначити, яким чисто ємнісним опором слід шунтувати опір  $Z_2$

аби струм у нерозгалуженій частині кола (тобто в  $Z_1$ ) збігався за фазою з прикладеною напругою.

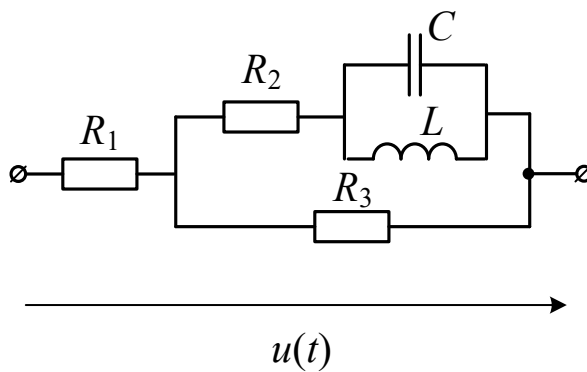
**Відповідь:**  $X_C = -10$  Ом.

The parameters of the analyzed circuit are:  $U = 40$  V,  $\underline{Z}_1 = 3 + j13$  Ohm,  $\underline{Z}_2 = 10 + j40$  Ohm.

Determine the value of a capacitive reactance which should be used in order to shunt the impedance  $Z_2$  in order to guarantee that the value of current flowing through the impedance  $Z_1$  has the same phase as the applied voltage  $U$ .

**Answer:**  $X_C = -10$  Ohm.

18.4.



В електричному колі

$$u(t) = 50 + \sqrt{2}\sin \omega t \text{ В};$$

$$R_1 = 15 \text{ Ом}; \quad R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом};$$

$$\omega L = 1/\omega C = 500 \text{ Ом}.$$

Визначити струм в котушці  $i_L$ .

**Відповідь:**

$$i_L(t) = 2,5 + 40 \cdot 10^{-3} \sqrt{2} \sin \omega t \text{ А}.$$

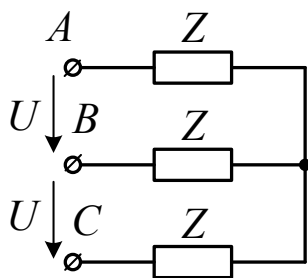
*The parameters of the analyzed circuit are:  $u(t) = 50 + \sqrt{2}\sin \omega t \text{ V}$ ,*

$$R_1 = 15 \text{ Ohm}, R_2 = R_3 = 10 \text{ Ohm}, \omega L = 1/\omega C = 500 \text{ Ohm}.$$

*Determine the expression for the current  $i_L(t)$  in the time domain.*

**Answer:**  $i_L(t) = 2,5 + 40 \cdot 10^{-3} \sqrt{2} \sin \omega t \text{ A}.$

18.5.



Три однакові приймачі, з'єднані зіркою без нульового дроту, приєднані до трифазної мережі. Струми в приймачах були однакові:  $I_A = I_B = I_C = 1 \text{ А}.$

Визначити всі три фазні струми, якщо:

- 1) розірвати фазу А;
- 2) замкнути накоротко фазу А.

**Відповідь:**

$$1) I_B = I_C = 0,866 \text{ А};$$

$$2) I_B = I_C = 1,732 \text{ А}; I_A = 3 \text{ А}.$$

*three similar consumers having a star connection without neutral wire are connected to a three-phase circuit. The values of currents are the same for all consumers:  $I_A = I_B = I_C = 1 \text{ A}$ . Determine all three phase currents provided:*

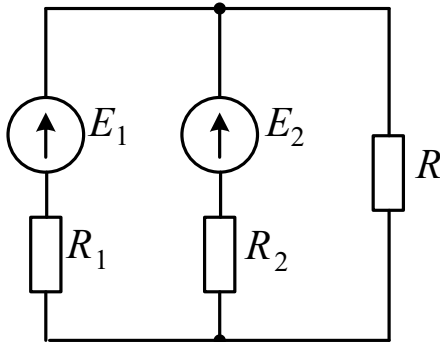
- 1) Phase A is opened circuit.
- 2) Phase A has a short circuit

**Answer:** 1)  $I_B = I_C = 0,866 \text{ A}$ ; 2)  $I_B = I_C = 1,732 \text{ A}$ ;  $I_A = 3 \text{ A}$ .

## Завдання 19

### Task 19

#### 19.1.



Визначити напругу на приймачі  $R$  та потужність, яку віддають кожен з генераторів у зовнішнє коло. Визначити параметри еквівалентного генератора.  $E_1 = 120 \text{ В}$ ,  $E_2 = 100 \text{ В}$ ,  $R = 12 \text{ Ом}$ ,  $R_1 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 4 \text{ Ом}$ .

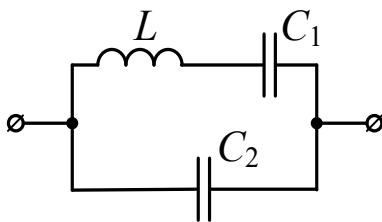
**Відповідь:**

$U = 90 \text{ В}$ ,  $P_1 = 450 \text{ Вт}$ ,  $P_2 = 225 \text{ Вт}$ ,  $E_e = 108 \text{ В}$ ,  $R_e = 2,4 \text{ Ом}$ .

*Determine the voltage on resistor  $R$  and the power of each generator, which they transmit to external circuit. Determine the parameters of the equivalent generator.  $E_1 = 120 \text{ V}$ ,  $E_2 = 100 \text{ V}$ ,  $R = 12 \text{ Ohm}$ ,  $R_1 = 6 \text{ Ohm}$ ,  $R_2 = 4 \text{ Ohm}$ .*

**Answer:**  $U = 90 \text{ V}$ ,  $P_1 = 450 \text{ W}$ ,  $P_2 = 225 \text{ W}$ ,  $E_e = 108 \text{ V}$ ,  $R_e = 2,4 \text{ Ohm}$ .

#### 19.2.



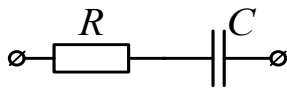
Визначити резонансні частоти в колі, де  $L = 0,01 \text{ Гн}$ ,  $C_1 = 0,25 \text{ мкФ}$ ,  $C_2 = 0,2 \text{ мкФ}$ .

**Відповідь:**  $\omega_u = 2 \cdot 10^4 \text{ рад/с}$ ,  $\omega_i = 3 \cdot 10^4 \text{ рад/с}$ .

*Determine the resonance frequencies in the analyzed circuit provided its parameters are:  $L = 0,01 \text{ H}$ ,  $C_1 = 0,25 \text{ uF}$ ,  $C_2 = 0,2 \text{ uF}$ .*

**Answer:**  $\omega_u = 2 \cdot 10^4$ ,  $\omega_i = 3 \cdot 10^4$ .

### 19.3.



Коефіцієнт потужності споживача, що містить резистор і конденсатор у послідовному з'єднанні дорівнює  $\cos \varphi_1 = 0,5$ .

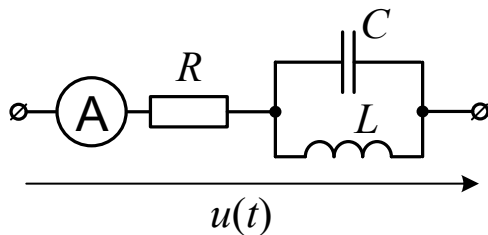
Чому дорівнюватиме коефіцієнт потужності споживача, якщо частоту синусоїдального джерела напруги зменшити у 3 рази?

**Відповідь:** 0,866.

*The value of power factor of a consumer which consists of connected in series resistor and capacitor is equal to  $\cos \varphi_1 = 0,5$ . Determine the value of power factor assuming that the frequency of the AC power source has been increased by three times.*

**Answer:** 0,866.

### 19.4.



В електричному колі

$$u(t) = 20 + 10\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^\circ) \text{ В};$$

$$R = \omega L = 1/\omega C = 10 \text{ Ом.}$$

Визначити показання амперметра  $I_A$ .

**Відповідь:**  $I_A = 2 \text{ А.}$

*The parameters of the analyzed circuit*

*are:  $u(t) = 20 + 10\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^\circ) \text{ V}$ ,  $R = \omega L = 1/\omega C = 10 \text{ Ohm}$ .*

*Determine the result of measurements by the ammeter A.*

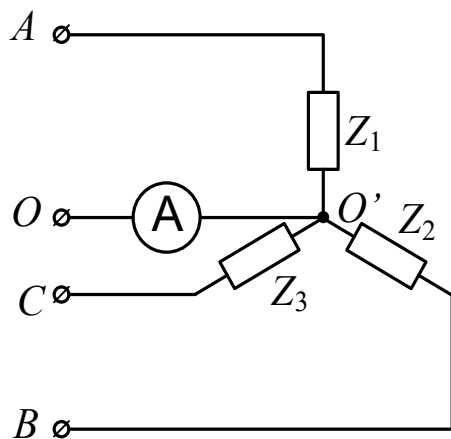
**Answer:**  $I_A = 2 \text{ A.}$

### 19.5.

Три різні приймачі, з'єднані зіркою з нульовим проводом, живляться від трифазної чотирипровідної системи з фазною напругою  $U_\phi = 100 \text{ В}$ .  $\underline{Z}_1 = 6 + j8 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_2 = -j20 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_3 = 10 \text{ Ом}$ .

Визначити струми в лінійних проводах і в нульовому проводі.





**Відповідь:**  $I_A = 10 \text{ A}$ ,  $I_B = 5 \text{ A}$ ,  
 $I_C = 10 \text{ A}$ ,  $I_0 = 10 \text{ A}$ .

Three different consumers having a star connection with a neutral wire are supplied by using a three phase system with the phase voltage equal to 100 V. The parameters of the analyzed circuit are:  $\underline{Z}_1 = 6 + j8 \text{ Ohm}$ ;  $\underline{Z}_2 = -j20 \text{ Ohm}$ ;  $\underline{Z}_3 = 10 \text{ Ohm}$ .

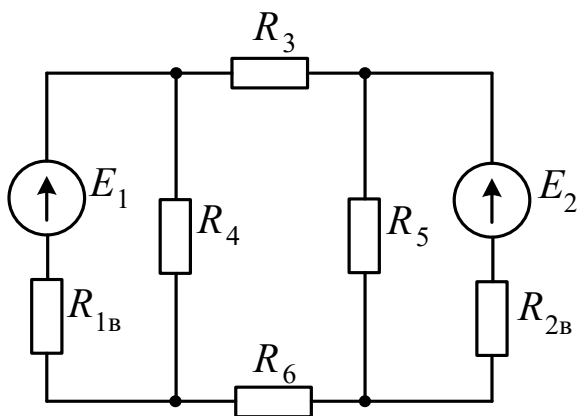
Determine the values of currents flowing in the wires A, B, C and in the neutral wire.

**Answer:**  $I_A = 10 \text{ A}$ ,  $I_B = 5 \text{ A}$ ,  $I_C = 10 \text{ A}$ ,  $I_0 = 10 \text{ A}$ .

## Завдання 20

### Task 20

#### 20.1.



Параметри електричного кола:  
 $E_1 = 120 \text{ В}$ ,  $E_2 = 88 \text{ В}$ ,  $R_{1B} = 2 \text{ Ом}$ ,  
 $R_{2B} = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 12 \text{ Ом}$ ,  
 $R_5 = 12 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 2 \text{ Ом}$ .

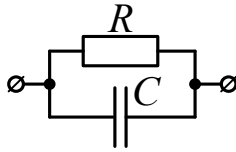
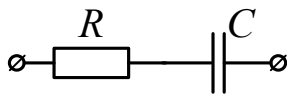
Визначити струми в генераторах та напруги на їх затискачах.

**Відповідь:**  $I_1 = 12 \text{ A}$ ,  $I_2 = 2 \text{ A}$ ,  
 $U_1 = 96 \text{ В}$ ,  $U_2 = 72 \text{ В}$ .

The parameters of the analyzed circuit are:  $E_1 = 120 \text{ V}$ ,  $E_2 = 88 \text{ V}$ ,  
 $R_{1B} = 2 \text{ Ohm}$ ,  $R_{2B} = 8 \text{ Ohm}$ ,  $R_3 = 4 \text{ Ohm}$ ,  $R_4 = 12 \text{ Ohm}$ ,  $R_5 = 12 \text{ Ohm}$ ,  $R_6 = 2 \text{ Ohm}$ .  
Determine the currents of generators and voltages on it.

**Answer:**  $I_1 = 12 \text{ A}$ ,  $I_2 = 2 \text{ A}$ ,  $U_1 = 96 \text{ V}$ ,  $U_2 = 72 \text{ V}$ .

20.2.



Коефіцієнт потужності споживача, що містить резистор і конденсатор у послідовному з'єднанні дорівнює  $\cos \varphi_1 = 0,8$ .

Яким буде коефіцієнт потужності споживача, що містить ті ж резистор і конденсатор у паралельному з'єднанні?

**Відповідь:** 0,6.

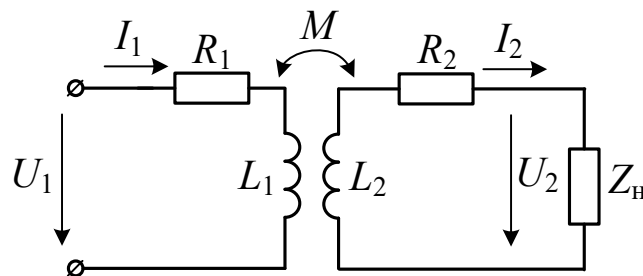
*The value of power factor of a consumer, which consists of the connected in series capacitor and resistor is equal to  $\cos \varphi_1 = 0,8$ .*

*Determine the value of power factor for the same consumer in the case when its resistor and capacitor are connected in parallel.*

**Answer:** 0,6.

### Примітка

*Note:*



Рівняння трансформатора:

*Equations of a transformer:*

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 R_1 + \underline{I}_1 j\omega L_1 - \underline{I}_2 j\omega M;$$

$$0 = -\underline{I}_1 j\omega M + \underline{I}_2 j\omega L_2 + \underline{I}_2 R_2 + \underline{U}_2;$$

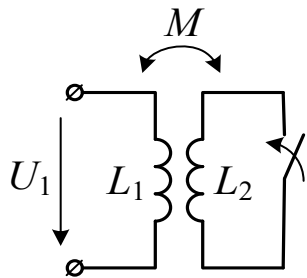
$$\underline{U}_2 = \underline{I}_2 \underline{Z}_H.$$

Коефіцієнт зв'язку між індуктивно зв'язаними обмотками:

*The value of coefficient of a magnetic coupling:*

$$k = M / \sqrt{L_1 L_2} = Z_M / \sqrt{\omega L_1 \omega L_2}.$$

### 20.3.



Струм у первинній обмотці трансформатора без осердя за умови розімкненого вторинного контуру дорівнював  $I_{\text{лх}} = 4$  А.

Визначити струм первинної обмотки за умови короткого замикання вторинної обмотки. Напруга живлення незмінна. Активним опором обмоток

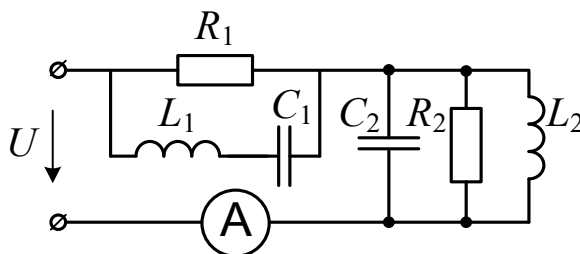
знехтувати в порівнянні з індуктивними опорами. Коефіцієнт зв'язку між обмотками  $k = 40\%$ .

**Відповідь:**  $I_{\text{лз}} = 4,76$  А.

*The value of current flowing in the primary circuit of an air core transformer provided that in the case of open secondary winding the value of current flowing in a primary winding was equal to  $I_{\text{loc}} = 4$  A. Determine the value of current in the primary winding ( $I_{\text{isc}}$ ) in the case of short-circuit in the secondary winding. The magnetic coupling coefficient is equal to  $k = 40\%$ .*

**Answer:**  $I_{\text{isc}} = 4,76$  A.

### 20.4.



В електричному колі струм джерела  $i(t) = 1 + \sqrt{2} \sin \omega t$  А, частота  $\omega = 10^3$  с<sup>-1</sup>, параметри елементів:  $R_1 = 20$  Ом;  $L_1 = 0,02$  Гн,  $C_1 = 50$  мкФ,  $R_2 = 40$  Ом;

$L_2 = 0,04$  Гн,  $C_2 = 25$  мкФ. Визначити показання амперметра, миттєве значення напруги на конденсаторі  $C_1$  та напруги живлення.

**Відповідь:**  $I_A = \sqrt{2} \text{ A}$ ,

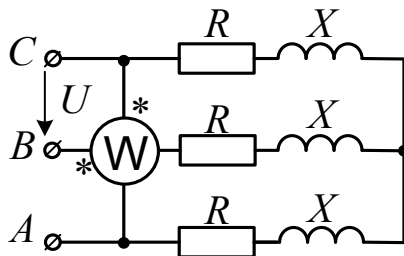
$$u_{C1}(t) = 20 + 20\sqrt{2}\sin(\omega t - 90^\circ) \text{ B}, u(t) = 20 + 40\sqrt{2}\sin \omega t \text{ B} .$$

*The parameters of the analyzed circuit are:  $R_1 = 20 \text{ Ohm}$ ;  $L_1 = 0,02 \text{ H}$ ,  $C_1 = 50 \text{ uF}$ ,  $R_2 = 40 \text{ Ohm}$ ;  $L_2 = 0,04 \text{ H}$ ,  $C_2 = 25 \text{ uF}$ . The waveform of current can be expressed as:  $i(t) = 1 + \sqrt{2}\sin \omega t \text{ A}$ , the value of angular frequency is equal to  $\omega = 10^3$  radians per second.*

*Determine the results of current measurements by using the ammeter, expression for the instantaneous voltage drop across the capacitor  $C_1$  and expression for the instantaneous voltage of the power source  $U$ .*

**Answer:**  $u_{C1}(t) = 20 + 20\sin(\omega t - 45^\circ) \text{ V}$ ,  $u(t) = 20 + 40\sin(\omega t + 45^\circ) \text{ V}$ ;  
 $I_A = \sqrt{1,5} \text{ A}$ .

## 20.5.



В симетричному трифазному колі  $R = 12 \text{ Ом}$ ,  $X = 9 \text{ Ом}$ , система лінійних напруг симетрична  $U = 380 \text{ В}$ . Чому дорівнює показання ватметра та яку потужність він враховує?

**Відповідь:** 3.34 кВАр.

*The parameters of a symmetrical three phase circuit are:  $R = 12 \text{ Ohm}$ ,  $X = 9 \text{ Ohm}$ . A system of the line voltages is symmetrical:  $U = 380 \text{ V}$ .*

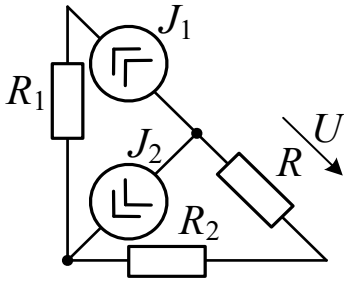
*Determine the results of power measurements by the wattmeter  $W$ . Which type of power does it measure?*

**Answer:** 3.34 кВАр.

## Завдання 21

### Task 21

#### 21.1.



Параметри електричного кола:

$$J_1 = 10 \text{ мА}; J_2 = 30 \text{ мА};$$

$$R_1 = 100 \text{ Ом}; R_2 = 200 \text{ Ом};$$

$$R = 100 \text{ Ом}.$$

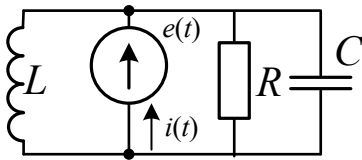
Визначити напругу  $U$ .

**Відповідь:**  $U = -4 \text{ В}$ .

*The parameters of the analyzed circuit are:  $J_1 = 10 \text{ mA}$ ;  $J_2 = 30 \text{ mA}$ ;  $R_1 = 100 \text{ Ohm}$ ;  $R_2 = 200 \text{ Ohm}$ ,  $R = 100 \text{ Ohm}$ . Determine the voltage  $U$ .*

**Answer:**  $U = -4 \text{ V}$ .

#### 21.2.



Задані параметри електричного кола:

$$e(t) = 6 \sin(10^7 t + 90^\circ) \text{ В};$$

$$R = 3 \text{ Ом}; L = 50 \text{ мкГн}; C = 200 \text{ пФ}.$$

Визначити струм в гілці джерела  $i(t)$ .

**Відповідь:**  $i(t) = 2 \sin(10^7 t + 90^\circ) \text{ А}$ .

*The parameters of the analyzed circuit are:  $e(t) = 6 \sin(10^7 t + 90^\circ) \text{ V}$ ;  $R = 3 \text{ Ohm}$ ;  $L = 50 \text{ mH}$ ;  $C = 200 \text{ pF}$ . Determine the current  $i(t)$ .*

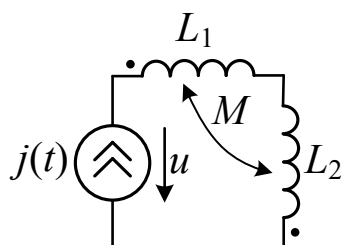
**Answer:**  $i(t) = 2 \sin(10^7 t + 90^\circ) \text{ A}$ .

#### 21.3.

Задані параметри електричного кола:

$$j(t) = 3 \cos 10^7 t, \text{ А}; L_1 = 50 \text{ мкГн}; L_2 = 150 \text{ мкГн}; M = 25 \text{ мкГн}.$$

Визначити миттєве значення напруги джерела.



**Відповідь:**  $u(t) = 4500 \cos(10^7 t + 90^\circ)$ , В.

*The parameters of the analyzed circuit are:*

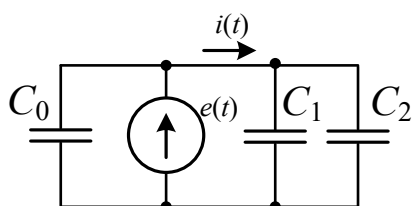
$$j(t) = 3 \cos 10^7 t, \text{ A}; L_1 = 50 \text{ uH};$$

$$L_2 = 150 \text{ uH}; M = 25 \text{ uH}.$$

*Determine the voltage  $u(t)$  of the energy source.*

**Answer:**  $u(t) = 4500 \cos(10^7 t + 90^\circ)$ , V.

**21.4.**



Задані параметри електричного кола:

$$e(t) = 10 \sin(10^6 t + 90^\circ) \text{ В}; C_0 = 0,5 \text{ мкФ};$$

$$C_1 = 0,1 \text{ мкФ}; C_2 = 0,2 \text{ мкФ}.$$

Визначити миттєве значення струму  $i(t)$ .

**Відповідь:**  $i(t) = 3 \sin(10^6 t + 180^\circ)$  А.

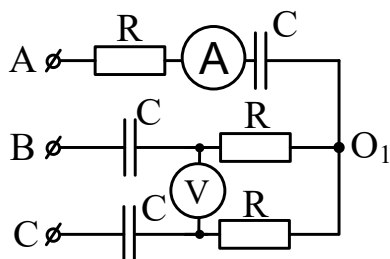
*The parameters of the analyzed circuit are:*  $e(t) = 10 \sin(10^6 t + 90^\circ)$  В;

$$C_0 = 0,5 \text{ uF}; C_1 = 0,1 \text{ uF}; C_2 = 0,2 \text{ uF}.$$

*Determine the current  $i(t)$ .*

**Answer:**  $i(t) = 3 \sin(10^6 t + 180^\circ)$  А.

**21.5.**



Лінійна напруга симетричного трифазного джерела з прямою послідовністю фаз дорівнює 220 В. Параметри лінії та споживача мають такі значення  $R = |X_C| = 20$  Ом.

Визначити показання вольтметра та амперметра.

**Відповідь:**  $I_A = 4,5$  А,  $U_V = 156$  В.

The parameters of a symmetrical three phase circuit are:  $R = 20 \text{ Ohm}$ ,  $|X_C| = 20 \text{ Ohm}$ . A system of the line voltages is symmetrical:  $U = 220 \text{ V}$ .

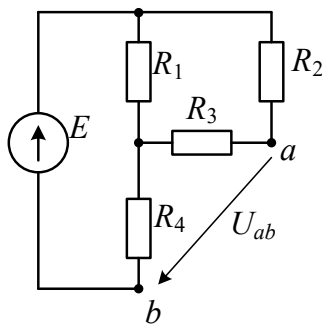
Determine the results of measurements by the ammeter A and voltmeter V.

**Answer:**  $I_A = 4,5 \text{ A}$ ,  $U_V = 156 \text{ V}$ .

## Завдання 22

### Task 22

#### 22.1.



Задані параметри електричного кола:

$$E = 9 \text{ В}; R_1 = 6 \text{ Ом}; R_2 = 1 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 2 \text{ Ом}; R_4 = 4 \text{ Ом}.$$

Визначити напругу  $U_{ab}$ .

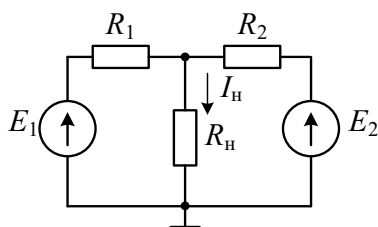
**Відповідь:**  $U_{ab} = 8 \text{ В}$ .

The parameters of the analyzed circuit are:  $E = 9 \text{ V}$ ;  $R_1 = 6 \text{ Ohm}$ ;  
 $R_2 = 1 \text{ Ohm}$ ;  $R_3 = 2 \text{ Ohm}$ ;  $R_4 = 4 \text{ Ohm}$ .

Determine the voltage  $U_{ab}$ .

**Answer:**  $U_{ab} = 8 \text{ V}$ .

#### 22.2.



В електричному колі струм навантаження

$I_H = 300 \text{ A}$  і параметри генераторів:  $E_1 = 120 \text{ В}$ ;

$$R_1 = 0,05 \text{ Ом}; E_2 = 115 \text{ В}; R_2 = 0,05 \text{ Ом}.$$

Визначити напругу на навантаженні та розподіл струмів на генераторах.

**Відповідь:**  $I_1 = 200 \text{ A}$ ;  $I_2 = 100 \text{ A}$ ;  $U_H = 110 \text{ В}$ .

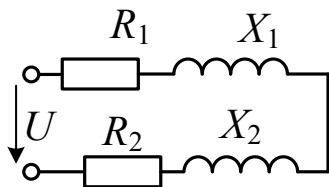
The parameters of the analyzed circuit are:  $E_1 = 120 \text{ V}$ ;  $R_1 = 0,05 \text{ Ohm}$ ;

$$E_2 = 115 \text{ V}; R_2 = 0,05 \text{ Ohm}.$$

Determine the voltage on the load and the currents  $I_1, I_2$ .

**Answer:**  $I_1 = 200 \text{ A}; I_2 = 100 \text{ A}; U_n = 110 \text{ V}.$

### 22.3.



Параметри електричного кола:  $U = 125 \text{ В}$ ; повний опір і коефіцієнт потужності першої ділянки  $Z_1 = 40 \text{ Ом}; \cos \varphi_1 = 0,65$ ; повний опір і коефіцієнт потужності другої ділянки  $Z_2 = 50 \text{ Ом}; \cos \varphi_2 = 0,8$ .

Визначити струм в колі і коефіцієнт потужності всього кола.

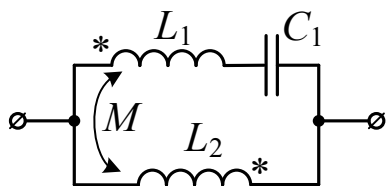
**Відповідь:**  $I = 1,4 \text{ А}; \cos \varphi = 0,74$ .

The parameters of the analyzed circuit are:  $U = 125 \text{ V}$ ; impedance and the value of power factor of the first section are:  $Z_1 = 40 \text{ Ohm}; \cos \varphi_1 = 0,65$ ; impedance and the value of power factor of the second section are:  $Z_2 = 50 \text{ Ohm}; \cos \varphi_2 = 0,8$ .

Determine the current and the value of power factor of the whole circuit.

**Answer:**  $I = 1,4 \text{ А}; \cos \varphi = 0,74$ .

### 22.4.



В електричному колі задані параметри елементів:  $L_1 = 40 \text{ мГн}; C_1 = 0,125 \text{ мкФ}; L_2 = 20 \text{ мГн}; M = 10 \text{ мГн}$ . Визначити частоту, на якій в колі буде резонанс струмів.

**Відповідь:**  $\omega = 10^4 \text{ рад/с}$ .

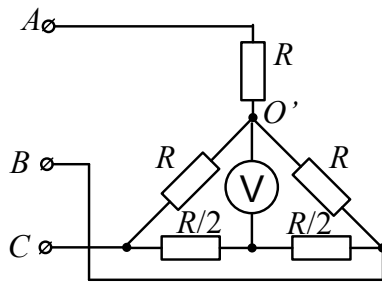
The parameters of the analyzed circuit are:  $L_1 = 40 \text{ mH}; C_1 = 0,125 \text{ uF}; L_2 = 20 \text{ mH}; M = 10 \text{ mH}$ .

Determine the frequency at which the currents will resonate in the circuit.

**Answer:**  $\omega = 10^4 \text{ rad/s}$ .



22.5.



Лінійна напруга симетричного трифазного джерела з прямою послідовністю фаз дорівнює 220 В. Параметри лінії та споживача мають значення  $R = 20$  Ом. Визначити показання вольтметра.

**Відповідь:**  $U_V = 63,5$  В.

*The parameters of a symmetrical three phase circuit are:  $R = 20$  Ohm. A system of the line voltages is symmetrical:  $U = 220$  V.*

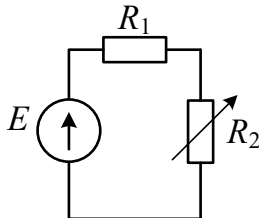
*Determine the result of measurement by the voltmeter V.*

**Answer:**  $U_V = 63,5$  V.

### Завдання 23

#### Task 23

23.1.



Параметри електричного кола:

$E = 220$  В;  $R_1 = 1$  Ом;

$R_2 = (0 \div \infty)$  Ом.

Визначити величину максимальної потужності на резисторі  $R_2$ .

**Відповідь:** 12,1 кВт.

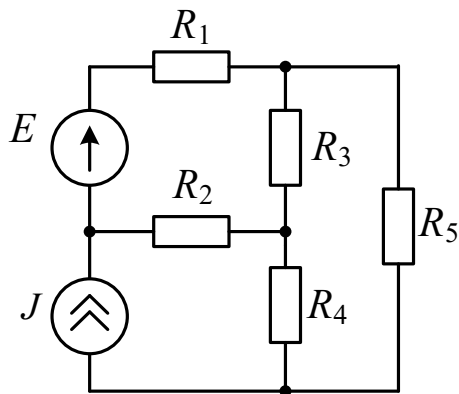
*The parameters of the analyzed circuit are:*

$E = 220$  V;  $R_1 = 1$  Ohm;  $R_2 = (0 \div \infty)$  Ohm.

*Determine the value of the maximum power across the resistor  $R_2$ .*

**Answer:** 12,1 kW.

### 23.2.



В електричному колі визначити струм в гілці з опором  $R_2$ , якщо коло має такі параметри:  $E = 20$  В;  $J = 10$  А;  $R_1 = 4$  Ом;  $R_2 = 2$  Ом;  $R_3 = 6$  Ом;  $R_4 = 4$  Ом;  $R_5 = 10$  Ом.

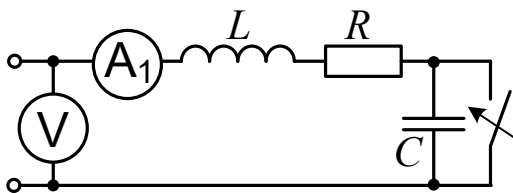
**Відповідь:** 4,902 А.

*The parameters of the analyzed circuit are:  
 $E = 20$  V;  $J = 10$  A;  $R_1 = 4$  Ohm;  $R_2 = 2$  Ohm;  
 $R_3 = 6$  Ohm;  $R_4 = 4$  Ohm;  $R_5 = 10$  Ohm.*

*Determine the current  $I_2$ .*

**Answer:** 4,902 A.

### 23.3.



Покази приладів не змінюються за зміни положення ключа. Покази приладів не змінюються за зміни положення ключа:  $U_v = 100$  В;  $I_A = 4$  А. Визначити опори резистора і котушки

індуктивності на частоті 50 Гц, якщо відомий ємність конденсатора дорівнює 159 мкФ.

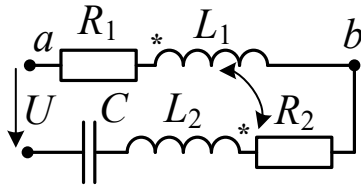
**Відповідь:**  $R = 22,9$  Ом;  $X_L = 10$  Ом.

*The parameters of the analyzed circuit don't change when the key position is changed:  $U_v = 100$  V;  $I_A = 4$  A.*

*Determine the resistances of a resistor and an inductor at a frequency of 50 Hz, if the known capacitance of the capacitor is 159  $\mu$ F.*

**Answer:**  $R = 22,9$  Ohm;  $X_L = 10$  Ohm.

23.4.



В електричному колі задані опори:  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 3 \text{ Ом}$ ;  $\omega L_1 = 4 \text{ Ом}$ ;  $\omega L_2 = 2 \text{ Ом}$ ;  $\omega M = 2 \text{ Ом}$ ;  $1/(\omega C) = 4 \text{ Ом}$ . Визначити струм і напругу  $U_{ab}$ .

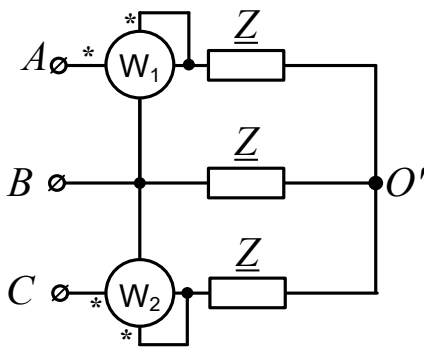
**Відповідь:**  $I = 10 \text{ А}$ ;  $U_{ab} = 78,1 \text{ В}$ .

*The following resistances are set in an electrical circuit:  $R_1 = 5 \text{ Ohm}$ ;  $R_2 = 3 \text{ Ohm}$ ;  $\omega L_1 = 4 \text{ Ohm}$ ;  $\omega L_2 = 2 \text{ Ohm}$ ;  $\omega M = 2 \text{ Ohm}$ ;  $1/(\omega C) = 4 \text{ Ohm}$ .*

*Determine the current and the voltage  $U_{ab}$ .*

**Answer:**  $I = 10 \text{ A}$ ;  $U_{ab} = 78,1 \text{ V}$ .

23.5.



Фазна напруга симетричного трифазного джерела з прямою послідовністю фаз дорівнює  $120 \text{ В}$ . Параметри споживача мають значення  $\underline{Z} = 3 + j4 \text{ Ом}$ .

Визначити показання ватметрів та активну потужність, спожиту всім навантаженням.

**Відповідь:**  $P_1 = 599 \text{ Вт}$ ;  $P_2 = 4588 \text{ Вт}$ ;  $P = 5187 \text{ Вт}$ .

*The parameters of a symmetrical three phase load are:  $\underline{Z} = 3 + j4 \text{ Ohm}$ . A system of the phase voltages is symmetrical. The phase voltage at the load is  $120 \text{ V}$ .*

*Determine the reading of each wattmeter in the circuit and the total power delivered to the load.*

**Answer:**  $P_1 = 599 \text{ W}$ ;  $P_2 = 4588 \text{ W}$ ;  $P = 5187 \text{ W}$ .

## Приклади розв'язання задач

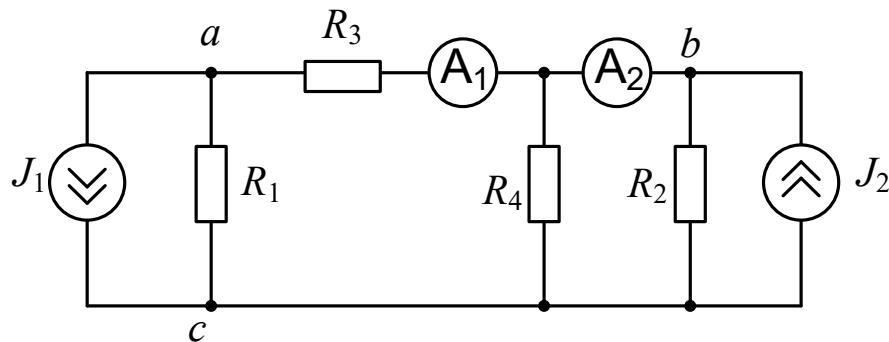
### Examples of problem solving

#### 1. Лінійні електричні кола постійного струму

##### Linear electrical circuits of direct current

##### Приклад 1

##### Example 1

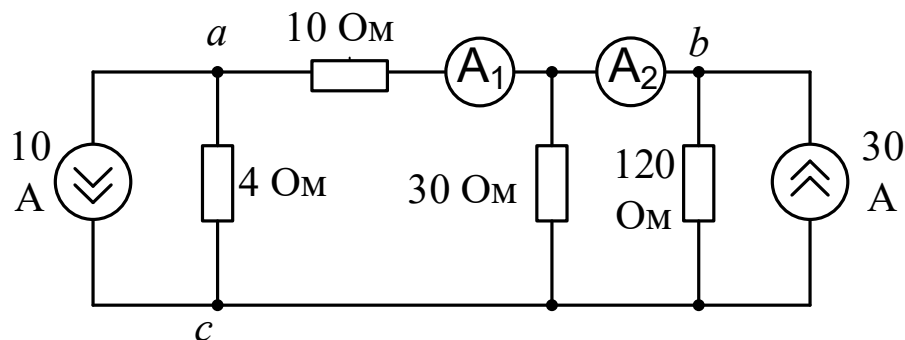


Для електричного кола з параметрами  $J_2 = 30$  А;  $J_1 = 10$  А;  $R_2 = 120$  Ом;  $R_1 = 4$  Ом;  $R_3 = 10$  Ом;  $R_4 = 30$  Ом визначити потужності, вироблені джерелами, і показання амперметрів.

The parameters of a circle are:  $J_2 = 30$  А;  $J_1 = 10$  А;  $R_2 = 120$  Ohm;  $R_1 = 4$  Ohm;  $R_3 = 10$  Ohm;  $R_4 = 30$  Ohm. Determine the power generated by the sources and the reading of the ammeters in the circuit.

##### Розв'язання

##### Solution



1. Для визначення потенціалів вузлів  $a$ ,  $b$  відносно вузла  $c$  скористаємося методом вузлових потенціалів.

*The node-voltage method is used to determine the potentials of nodes  $a$ ,  $b$  relative to node  $c$ .*

$$\begin{cases} \varphi_a(G_1 + G_3) + \varphi_b(-G_3) = -J_1 \\ \varphi_a(-G_3) + \varphi_b(G_2 + G_4 + G_3) = J_2; \\ \varphi_c = 0. \end{cases}$$

З числовими значеннями:

*With numeric values:*

$$\begin{cases} \varphi_a\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{4}\right) + \varphi_b\left(-\frac{1}{10}\right) = -10; \\ \varphi_a\left(-\frac{1}{10}\right) + \varphi_b\left(\frac{1}{120} + \frac{1}{30} + \frac{1}{10}\right) = 30; \\ \varphi_c = 0. \end{cases}$$

$$\varphi_a = 40 \text{ В}; \varphi_b = 240 \text{ В}.$$

2. Струм в третій гілці визначимо за законом Ома, струм другого амперметра визначимо за першим законом Кірхгофа.

*The current of third branch is determined by the Ohm law, the current of the second branch is determined by the Kirchhoff's current law.*

$$I_3 = I_{A1} = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R_3} = \frac{240 - 40}{10} = 20 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_4} = \frac{240}{30} = 8 \text{ А};$$

$$I_{A2} = I_4 + I_3 = 28 \text{ А}.$$

3. Потужності джерел визначимо з виразу  $P_J = U_J J$ .

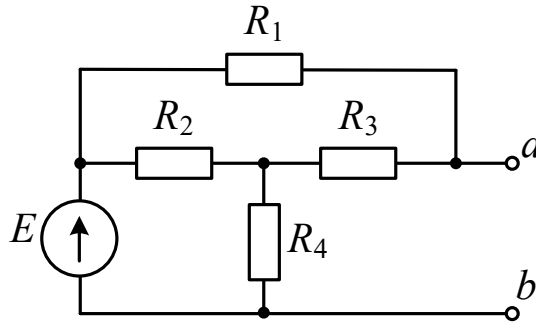
*Power generated by the sources is determined from the expression  $P_J = U_J J$ .*

$$P_{J1} = U_{ca} J_1 = -40 \cdot 10 = -400 \text{ Вт}; P_{J2} = U_{bc} J_2 = 240 \cdot 30 = 7200 \text{ Вт}.$$

## Приклад 2

### Example 2

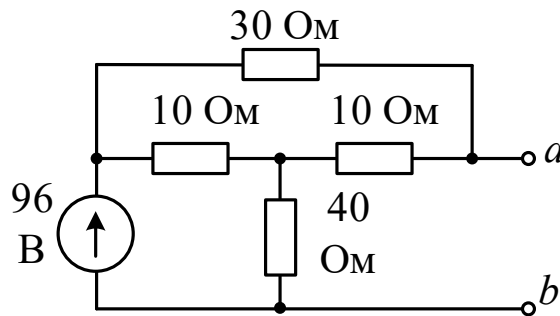
Знайти параметри еквівалентного генератора відносно затискачів  $ab$ , якщо  $E = 96 \text{ В}$ ;  $R_1 = 30 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 40 \text{ Ом}$ .



The parameters of a circle are  $E = 96 \text{ V}$ ;  $R_1 = 30 \text{ Ohm}$ ;  $R_2 = R_3 = 10 \text{ Ohm}$ ;  $R_4 = 40 \text{ Ohm}$ . Determine the parameters of the Thevenin equivalent circuit *relative to nodes  $ab$* .

### Розв'язання

### Solution



Еквівалентний опір відносно затискачів джерела [Ом]:

*The resistance of the equivalent resistor relative to the source clamps [Ohm]:*

$$R_E = \frac{(R_1 + R_3)R_2}{R_1 + R_3 + R_2} + R_4 = \frac{(30 + 10)10}{30 + 10 + 10} + 40 = 48;$$

За другим законом Кірхгофа визначається напруга на затискачах  $ab$  [В]:

*The voltage relative to nodes  $ab$  is determined by the Kirchhoff's voltage law*

[V]:

$$U_{ab} = \frac{E}{R_E} \cdot R_4 + \frac{E}{R_E} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_3 + R_2} \cdot R_3 = \frac{96}{48} \cdot 40 + \frac{96}{48} \cdot \frac{10}{50} \cdot 10 = 84;$$

Еквівалентний опір відносно затискачів  $ab$  [Ом]:

*The resistance of the equivalent resistor relative to nodes  $ab$  [Ohm]:*

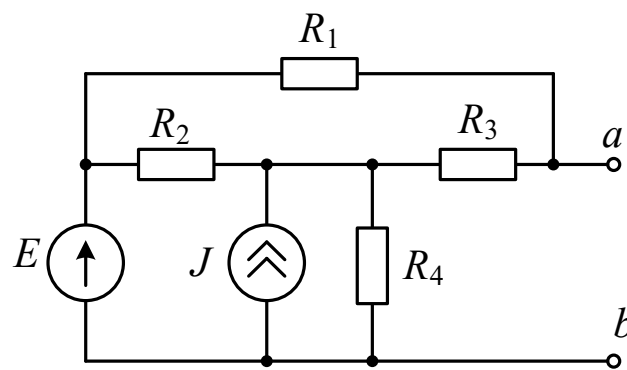
$$R_{ab} = \frac{\left(\frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} + R_3\right) \cdot R_1}{\frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} + R_3 + R_1} = \frac{\left(\frac{10 \cdot 40}{10 + 40} + 10\right) \cdot 30}{\frac{10 \cdot 40}{10 + 40} + 10 + 30} = 11,25.$$

### Приклад 3

#### Example 3

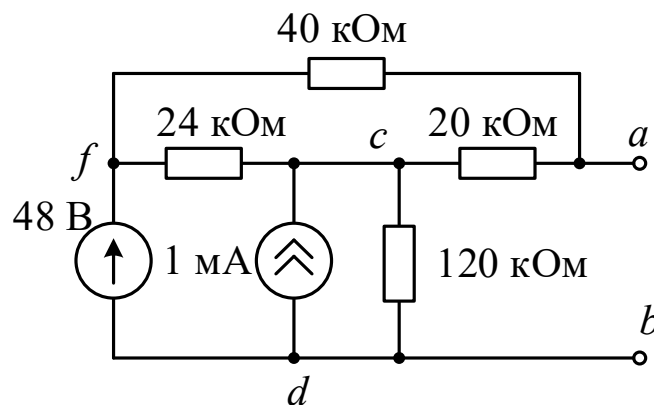
В колі з параметрами  $E = 48$  В;  $J = 1$  мА;  $R_1 = 40$  кОм;  $R_2 = 24$  кОм;  $R_3 = 20$  кОм;  $R_4 = 40$  кОм вольтметр з внутрішнім опором  $300$  кОм вимірює напругу  $U_{ab}$ . Що покаже вольтметр?

*In a circuit with the parameters  $E = 48$  V;  $J = 1$  mA;  $R_1 = 40$  kOhm;  $R_2 = 24$  kOhm;  $R_3 = 20$  kOhm;  $R_4 = 40$  kOhm, a voltmeter with an internal resistance of  $300$  kOhm measures the voltage  $U_{ab}$ . Determine the reading of the voltmeter.*



### Розв'язання

#### Solution



Для визначення напруги на вольтметрі можна застосувати теорему про еквівалентний генератор.

*To determine the voltage on a voltmeter, you can apply the Thevenin equivalent circuit.*

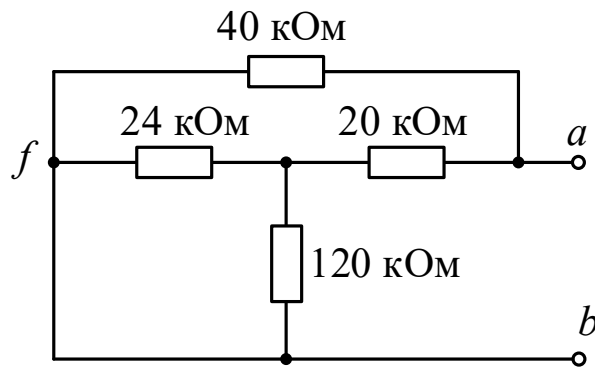
$$U_v = \frac{U_{ab\ xx}}{R_{ab} + R_v} R_v.$$

Внутрішній опір генератора можна визначити за допомогою еквівалентних перетворень [Ом]:

*The internal resistance of the generator can be determined using equivalent transformations [Ohm]:*

$$R_{ab} = \frac{\left( \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} + R_3 \right) \cdot R_1}{\frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} + R_3 + R_1} = \frac{\left( \frac{24 \cdot 10^3 \cdot 120 \cdot 10^3}{24 \cdot 10^3 + 120 \cdot 10^3} + 20 \cdot 10^3 \right) \cdot 40 \cdot 10^3}{\left( \frac{24 \cdot 10^3 \cdot 120 \cdot 10^3}{24 \cdot 10^3 + 120 \cdot 10^3} + 20 \cdot 10^3 \right) + 40 \cdot 10^3} =$$

$$= \frac{(20 \cdot 10^3 + 20 \cdot 10^3) \cdot 40 \cdot 10^3}{(20 \cdot 10^3 + 20 \cdot 10^3) + 40 \cdot 10^3} = 20 \cdot 10^3.$$



Напруга холостого ходу  $U_{ab\ xx}$  може бути визначена як сума напруг за другим законом Кірхгофа:

*The open-circuit voltage  $U_{ab\ xx}$  is determined by the Kirchhoff's voltage law:*

$$U_{ab\ xx} = U_{3\ xx} + U_{4\ xx}.$$

Напруги  $U_{3xx}$  та  $U_{4xx}$  визначимо методом вузлових потенціалів:

*The voltages  $U_{3xx}$  and  $U_{4xx}$  are determined by the node-voltage method:*

$$\varphi_d = 0, \varphi_f = 48 \text{ В};$$

$$\varphi_c \cdot (G_3 + G_2 + G_4) + \varphi_f \cdot (-G_2) = J;$$

$$\varphi_c \left( \frac{1}{24 \cdot 10^3} + \frac{1}{120 \cdot 10^3} + \frac{1}{20 \cdot 10^3} \right) + 48 \left( -\frac{1}{24 \cdot 10^3} \right) = 1 \cdot 10^{-3};$$



$$\varphi_c = \frac{1 \cdot 10^{-3} - 48 \left( -\frac{1}{24 \cdot 10^3} \right)}{\left( \frac{1}{24 \cdot 10^3} + \frac{1}{120 \cdot 10^3} + \frac{1}{20 \cdot 10^3} \right)} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,1 \cdot 10^{-3}} = 30 \text{ В.}$$

$$U_{3xx} = I_{3xx} R_3 = \frac{\varphi_c - \varphi_f}{R_1 + R_3} R_3 = \frac{30 - 48}{40 \cdot 10^3 + 20 \cdot 10^3} 20 \cdot 10^3 = -6 \text{ В;}$$

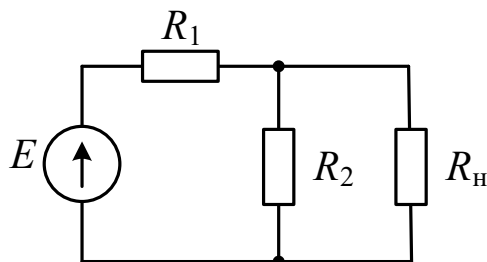
$$U_{4xx} = \varphi_c = 30 \text{ В.}$$

$$U_{abxx} = -6 + 30 = 24 \text{ В.}$$

$$U_v = \frac{U_{abxx}}{R_{ab} + R_v} R_v = \frac{24}{20 \cdot 10^3 + 300 \cdot 10^3} 300 \cdot 10^3 = 22,5 \text{ В.}$$

#### Приклад 4

#### Example 4



Відомі параметри кола:

$E = 180 \text{ В; } R_1 = 15 \text{ Ом; } R_2 = 30 \text{ Ом.}$

За якого опору навантаження можна отримати на ньому максимальну потужність і чому ця потужність дорівнює?

*The parameters of the circuit are:  $E = 180 \text{ V; } R_1 = 15 \text{ Ohm; } R_2 = 30 \text{ Ohm.}$*

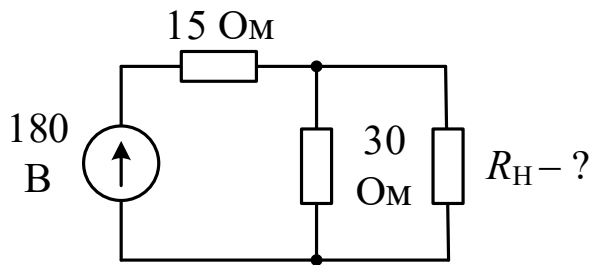
*At what load resistance can the maximum power be obtained from it and what is this power equal to?*

#### Розв'язання

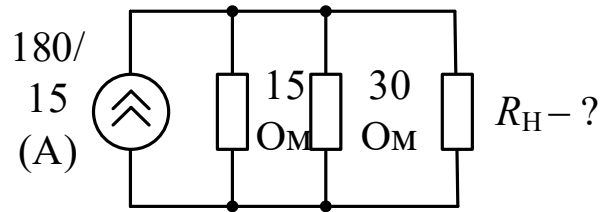
#### Solution

Для спрощення схеми генератора можна скористатися методом еквівалентних перетворень:

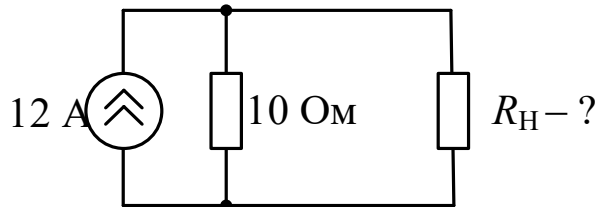
*To simplify the circuit, you can use the method of equivalent transformations:*



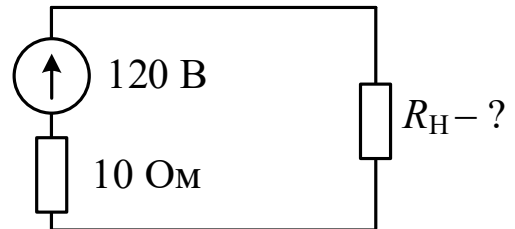
*a*



*б*



*в*



*г*

Умова максимальної потужності на навантаженні – узгоджений режим, за якого опір навантаження має дорівнювати внутрішньому опору генератора:

*The condition for maximum power transferred to a resistive load is a matched mode in which the load resistance must be equal to the generator's internal resistance:*

$$R_H = 10 \text{ Ом.}$$

Максимальна потужність [Вт]:

*The maximum power [W]:*

$$P_{H \max} = E_{\text{екв}} \frac{E_{\text{екв}}}{R_{\text{екв}} + R_H} = \frac{120^2}{10 + 10} = 600.$$

## 2. Лінійні електричні кола синусоїдного однофазного струму

### *Linear electrical circuits of sinusoidal single-phase current*

#### Приклад 5

#### *Example 5*

П'ять струмів входять в один вузол:

*Five currents are included in one node:*

$$\begin{aligned} i_1(t) &= 15 \sin(10^6 t + 25^\circ) \text{ A}; \quad i_2(t) = 15 \sin(10^6 t - 35^\circ) \text{ A}; \\ i_3(t) &= 15 \sin(10^6 t - 155^\circ) \text{ A}; \quad i_4(t) = 15 \sin(10^6 t + 145^\circ) \text{ A}. \end{aligned}$$

Визначити струм п'ятої гілки.

*Determine the current of the fifth branch.*

### Розв'язання

#### *Solution*

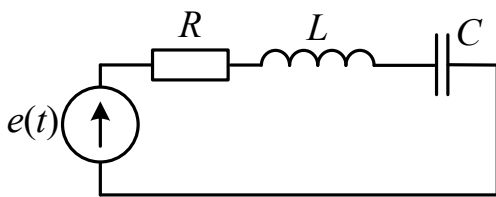
Для визначення струму в п'ятій гілці можна скористатися першим законом Кірхгофа в комплексній формі.

*To determine the current in the fifth branch, you can use Kirchhoff's current law in frequency domain.*

$$I_{5m} = -15(e^{j25^\circ} + e^{-j35^\circ} + e^{-j155^\circ} + e^{j145^\circ}) = 0.$$

### Приклад 6

#### *Example 6*



Для електричного кола з джерелом  $e(t) = 180 \sin(10^3 t - 30^\circ)$  В, опорами резистора  $R = 90$  Ом і котушки  $X_L = 160$  Ом визначити

ємність конденсатора, щоб початкова фаза струму в колі дорівнювала  $-75^\circ$ . Визначити миттєве значення струму.

*For an electric circuit with a source  $e(t) = 180 \sin(10^3 t - 30^\circ)$  V, with the resistor  $R = 90$  Ohm and the reactance of an inductor  $X_L = 160$  Ohm, determine the capacitance of the capacitor so that the initial phase of the current in the circuit is  $-75^\circ$ . Determine the sinusoidally varying current.*

## Розв'язання

### *Solution*

Кут зсуву фази між струмом і напругою в колі:

*Phase angle between current and voltage in a circuit:*

$$\psi_u - \psi_i = \varphi = -30^\circ + 75^\circ = 45^\circ.$$

За такого кута активний опір дорівнює реактивному, отже

*At this angle, the resistance R is equal to the impedance X, so*

$$\underline{Z}_L + \underline{Z}_C = j90 \text{ Ом.}$$

$$\underline{Z}_C = j90 - \underline{Z}_L = j90 - j160 = -j70 \text{ Ом.}$$

$$\frac{1}{\omega C} = 70 \text{ Ом}; C = \frac{1}{1000 \cdot 70} = 14,3 \text{ мкФ.}$$

$$\underline{Z} = 90 + j90 = 90\sqrt{2}e^{j45^\circ};$$

$$I_m = \frac{E_m}{\underline{Z}} = \frac{180e^{-j30^\circ}}{90\sqrt{2}e^{j45^\circ}} = \sqrt{2}e^{-j75^\circ} \text{ А.}$$

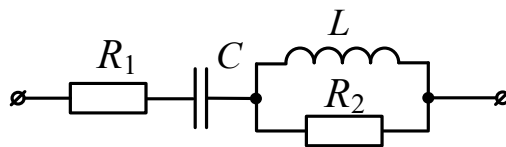
Миттєве значення струму [А]:

*The instantaneous current [А]:*

$$i(t) = \sqrt{2} \sin(10^3 t - 75^\circ) \text{ А.}$$

## Приклад 7

### *Example 7*



В електричному колі з параметрами  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ;  $L = 5 \text{ мГн}$ ;  $C = 100 \text{ мкФ}$  визначити еквівалентний опір на частотах  $1000 \text{ рад/с}$ ,  $4000 \text{ рад/с}$ . Визначити частоту, за якої еквівалентний опір буде чисто активним. Знайти цей еквівалентний опір.

*In an electrical circuit with parameters  $R_1 = 5 \text{ Ohm}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ohm}$ ;  $L = 5 \text{ mH}$ ;  $C = 100 \text{ }\mu\text{F}$ , determine the equivalent resistance at frequencies of  $1000 \text{ rad/s}$ ,  $4000$*

rad/s. Determine the frequency at which the equivalent resistance is purely active. Find this equivalent resistance.

### Розв'язання

#### *Solution*

1. Опори елементів на частоті  $\omega = 1000$  рад/с [Ом]:

*Impedances at a frequency of  $\omega = 1000$  rad/s [Ohm]:*

$$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = -j10;$$

$$\underline{Z}_L = j\omega L = j10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = j5.$$

Еквівалентний опір [Ом]:

*Equivalent impedance [Ohm]:*

$$\begin{aligned} \underline{Z}_e &= R_1 - j \frac{1}{\omega C} + \frac{R_2 \cdot j\omega L}{R_2 + j\omega L} = 5 - j10 + \frac{10 \cdot j5}{10 + j5} = 5 - j10 + \frac{10j}{2 + j} = \\ &= 5 - j10 + \frac{10j(2 - j)}{(2 + j)(2 - j)} = 5 - j10 + \frac{10j(2 - j)}{5} = 5 - j10 + j4 + 2 = \\ &= 7 - j6. \end{aligned}$$

2. Опори елементів на частоті  $\omega = 4000$  рад/с [Ом]:

*Impedances at a frequency of  $\omega = 4000$  rad/s [Ohm]:*

$$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{4 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = -j2,5;$$

$$\underline{Z}_L = j\omega L = j4 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = j20.$$

Еквівалентний опір [Ом]:

*Equivalent impedance [Ohm]:*

$$\begin{aligned} \underline{Z}_e &= R_1 - j \frac{1}{\omega C} + \frac{R_2 \cdot j\omega L}{R_2 + j\omega L} = 5 - j2,5 + \frac{10 \cdot j20}{10 + j20} = 5 - j2,5 + \frac{20j}{1 + j2} = \\ &= 5 - j2,5 + \frac{20j(1 - j2)}{(1 + j2)(1 - j2)} = 5 - j2,5 + \frac{20(1 - j2)}{5} = 5 - j2,5 + j4 + 8 \\ &= 13 + j1,5. \end{aligned}$$

Для визначення частоти, за якої еквівалентний опір кола буде активним, необхідно прирівняти до нуля уявну складову:

To determine the frequency at which the equivalent impedance of the circuit will be real number, it is necessary to equate the reactance to zero:

$$\underline{Z}_e = R_1 - j \frac{1}{\omega C} + \frac{R_2 \cdot j\omega L}{R_2 + j\omega L} = R_1 - j \frac{1}{\omega C} + \frac{R_2 \cdot j\omega L(R_2 - j\omega L)}{(R_2 + j\omega L)(R_2 - j\omega L)} =$$

$$= R_1 - j \frac{1}{\omega C} + \frac{jR_2^2 \cdot \omega L + R_2(\omega L)^2}{R_2^2 + (\omega L)^2} =$$

$$= R_1 - j \frac{1}{\omega C} + j \frac{R_2^2 \cdot \omega L}{R_2^2 + (\omega L)^2} + \frac{R_2(\omega L)^2}{R_2^2 + (\omega L)^2};$$

$$j \frac{1}{\omega C} + j \frac{R_2^2 \cdot \omega L}{R_2^2 + (\omega L)^2} = 0;$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{R_2^2 \cdot \omega L}{R_2^2 + (\omega L)^2};$$

$$R_2^2 \cdot \omega L \cdot \omega C = R_2^2 + (\omega L)^2;$$

$$\omega^2 L C R_2^2 = R_2^2 + \omega^2 L^2;$$

$$\omega^2 (L C R_2^2 - L^2) = R_2^2;$$

$$\omega^2 = \frac{R_2^2}{L C R_2^2 - L^2};$$

$$\omega = \sqrt{\frac{R_2^2}{L C R_2^2 - L^2}} = \frac{R_2}{\sqrt{L C R_2^2 - L^2}} = \frac{10}{\sqrt{5 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^{-6} - 25 \cdot 10^{-6}}} =$$

$$= \frac{10}{\sqrt{50 \cdot 10^{-6} - 25 \cdot 10^{-6}}} = \frac{10}{\sqrt{25 \cdot 10^{-6}}} = \frac{10^4}{5} = 2000 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Опори елементів на частоті  $\omega = 2000$  рад/с [Ом]:

Impedances at a frequency of  $\omega = 2000$  rad/s [Ohm]:

$$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{2 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = -j5;$$

$$\underline{Z}_L = j\omega L = j2 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = j10.$$

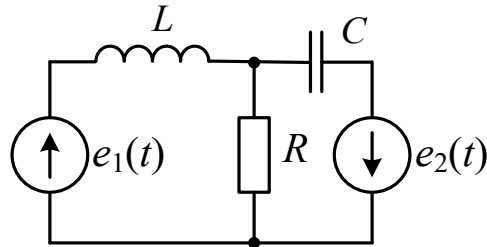
Еквівалентний опір [Ом]:

Equivalent impedance [Ohm]:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_e &= R_1 - j \frac{1}{\omega C} + \frac{R_2 \cdot j\omega L}{R_2 + j\omega L} = 5 - j5 + \frac{10 \cdot j10}{10 + j10} = 5 - j5 + \frac{10j}{1 + j1} = \\ &= 5 - j5 + \frac{10j(1 - j1)}{2} = 5 - j5 + j5 + 5 = 10. \end{aligned}$$

## Приклад 8

### Example 8



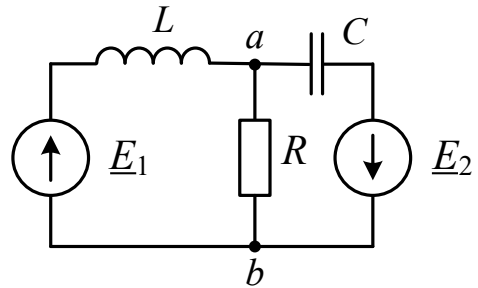
В колі з параметрами  $e_1(t) = 100\sin(\omega t + 90^\circ)$  В;  $e_2(t) = 200\sin(\omega t - 180^\circ)$  В;  $L = 1$  мГн;  $C = 20$  мкФ;  $R = 10$  Ом визначити струм в резисторі на частоті 5000 рад/с.

*In an electrical circuit with parameters  $e_1(t) = 100\sin(\omega t + 90^\circ)$  V;  $e_2(t) = 200\sin(\omega t - 180^\circ)$  V;  $L = 1$  mH;  $C = 20$   $\mu$ F;  $R = 10$  Ohm, determine the current in the resistor at frequencies of 5000 rad/s.*

### Розв'язання

#### Solution

Для визначення струмів в цьому колі доцільно скористатися методом вузлових потенціалів, але для набуття навичок розрахунків можна попрактикуватися і з методом контурних струмів.



*To determine the currents in this circuit, it is advisable to use the Nod-Voltage Method, but you can also practice with the Mesh-Current Method to gain calculation skills.*

Опори реактивних елементів [Ом]:

Capacitor and inductor impedances [Ohm]:

$$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{5 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = -j10;$$

$$\underline{Z}_L = j\omega L = j5 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = j5;$$

Прийнявши потенціал вузла ***b*** нульовим отримаємо вираз для потенціалу вузла ***a*** [В]:

*Taking the potential of node ***b*** to be zero, we have an expression for the potential of node ***a*** [V]:*

$$\varphi_a \left( \frac{1}{\underline{Z}_C} + \frac{1}{\underline{Z}_L} + \frac{1}{R} \right) = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_L} - \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_C};$$

$$\underline{\varphi}_a = \frac{\frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_L} - \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_C}}{\frac{1}{\underline{Z}_C} + \frac{1}{\underline{Z}_L} + \frac{1}{R}} = \frac{\frac{j100}{j5} - \frac{-200}{-j10}}{\frac{1}{-j10} + \frac{1}{j5} + \frac{1}{10}} = \frac{(20 + j20)}{\frac{1 - 2 - j}{-j10}} = \frac{(20 + j20)j10}{1 + j} = -j200;$$

Струм в резисторі [А]:

*The current in the resistor [A]:*

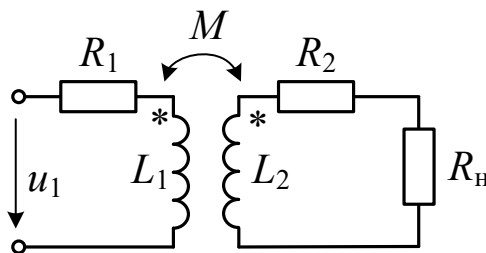
$$i_R(t) = 20\sin(\omega t - 90^\circ) \text{ A.}$$

### 3. Кола з індуктивними зв'язками

#### Circuits with the mutual inductance of coils

##### Приклад 9

##### Example 9



$u_1(t) = 84 \cdot \sin 1600t \text{ В}; R_1 = 40 \text{ Ом}; R_2 = 20 \text{ Ом}; L_1 = 50 \text{ мГн}; L_2 = 200 \text{ мГн};$   
 $R_H = 100 \text{ Ом}; M = 50 \text{ мГн}.$



Визначити коефіцієнт зв'язку котушок  $L_1$  та  $L_2$ , енергію, яка була накопичена в магнітному полі котушок в моменти часу  $t_1 = 1250\pi$  мкс,  $t_2 = 2500\pi$  мкс.

$u_1(t) = 84 \cdot \sin 1600t$  V;  $R_1 = 40$  Ohm;  $R_2 = 20$  Ohm;  $L_1 = 50$  mH;  $L_2 = 200$  mH;  $R_n = 100$  Ohm;  $M = 50$  mH.

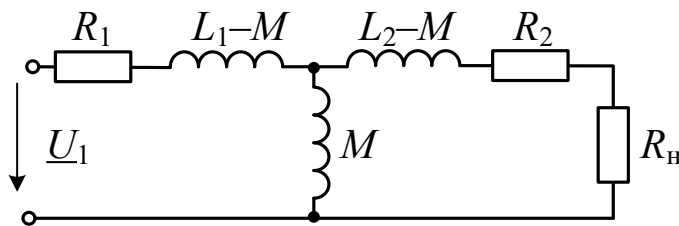
*Determine the coefficient of coupling of coils  $L_1$  and  $L_2$ , the energy accumulated in the magnetic field of the coils at times  $t_1 = 1250\pi$   $\mu$ s,  $t_2 = 2500\pi$   $\mu$ s.*

### Розв'язання

#### *Solution*

$$k_M = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{50 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^{-3}}} = 0,5.$$

$$W_M = \frac{Li^2}{2}.$$



Реактивні опори гілок еквівалентної схеми [Ом]:

*Reactances of branches [Ohm]:*

$$X_1 = 1600 \cdot (50 - 50) \cdot 10^{-3} = 0;$$

$$X_2 = 1600 \cdot (200 - 50) \cdot 10^{-3} = 240;$$

$$X_M = 1600 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 80.$$

Еквівалентний опір кола [Ом]:

*Equivalent impedance [Ohm]:*

$$\underline{Z}_e = R_1 + \frac{(R_2 + R_H + jX_2) \cdot jX_M}{R_2 + R_H + jX_2 + jX_M} = 40 + \frac{(20 + 100 + j240) \cdot j80}{20 + 100 + j240 + j80} =$$

$$= 40 + \frac{(120 + j240) \cdot j2}{3 + j8} = 40 + \frac{(120 + j240) \cdot j2 \cdot (3 - j8)}{73} =$$

$$= 40 + \frac{j720 + 1920 - 1440 + j3840}{73} = 46,58 + j62,47 = 78e^{j53,3^\circ}.$$

Комплексні амплітуди струмів [A]:

*Phasor currents* [A]:

$$\underline{I}_{1m} = \frac{\underline{U}_{1m}}{\underline{Z}_e} = \frac{84}{78e^{j53,3^\circ}} = 1,077e^{-j53,3^\circ};$$

$$\underline{I}_{2m} = \underline{I}_{1m} \cdot \frac{jX_M}{R_2 + R_H + jX_2 + jX_M} = 1,077e^{-j53,3^\circ} \cdot \frac{j80}{120 + j320} =$$

$$= 1,077e^{-j53,3^\circ} \cdot \frac{80e^{j90^\circ}}{341,76e^{j69,44^\circ}} = 0,252e^{-j32,74^\circ}.$$

Миттєві значення струмів в моменти  $t_1 = 1250\pi$  мкс,  $t_2 = 2500\pi$  мкс [A]:

*The sinusoidally varying currents at times  $t_1 = 1250\pi$   $\mu$ s,  $t_2 = 2500\pi$   $\mu$ s [A]:*

$$i_1(t) = 1,077 \cdot \sin(1600t - 53,3^\circ) = 1,077 \cdot \sin(1600t - 0,93);$$

$$i_2(t) = 0,252 \cdot \sin(1600t - 32,74^\circ) = 0,252 \cdot \sin(1600t - 0,57142);$$

$$i_1(t_1) = 1,077 \cdot \sin(1600 \cdot 1250\pi \cdot 10^{-6} - 0,93) = -0,863;$$

$$i_1(t_2) = 1,077 \cdot \sin(1600 \cdot 2500\pi \cdot 10^{-6} - 0,93) = -0,863;$$

$$i_2(t_1) = 0,252 \cdot \sin(1600 \cdot 1250\pi \cdot 10^{-6} - 0,571) = -0,136;$$

$$i_2(t_2) = 0,252 \cdot \sin(1600 \cdot 2500\pi \cdot 10^{-6} - 0,571) = -0,136.$$

Енергія, накопичена в магнітному полі котушок в моменти часу  $t_1$ ,  $t_2$  [мДж]:

*The energy accumulated in the magnetic field of the coils at times  $t_1$ ,  $t_2$  [mJ]:*

$$W_{M1} = W_{M2} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 0,863^2}{2} + \frac{200 \cdot 10^{-3} \cdot 0,136^2}{2} = 20,47.$$

#### 4. Трифазні електричні кола

##### *Three-phase electrical circuits*

##### **Приклад 10**

##### **Example 10**

Трифазне коло центрального процесора IBM Z16 має середню потужність 21152 Вт. Трифазне джерело має номінальну лінійну напругу 240 В, лінійний струм 60 А.

Комп'ютер споживає реактивну потужність.

Обчислити реактивну потужність, яка споживається процесором, та визначити коефіцієнт потужності.

*The three-phase circuit of the IBM Z16 CPU has an average power of 21152 W. The three-phase power source has a rated line voltage of 240 V and a line current of 60 A.*

*The computer consumes reactive power.*

*Calculate the reactive power consumed by the processor and determine the power factor.*

##### **Розв'язання**

##### **Solution**

Повна потужність процесора [ВА]:

*Apparent power of the processor [VA]:*

$$S = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{ф}} = \sqrt{3} \cdot 240 \cdot 60 = 24941,53.$$

Коефіцієнт потужності:

*Power factor:*

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{21152}{24941,53} = 0,848.$$

Тоді кут зсуву фаз між струмом і напругою:

*Difference in phases between voltage and current:*

$$\varphi = \arccos \varphi = \frac{P}{S} = 32^\circ.$$

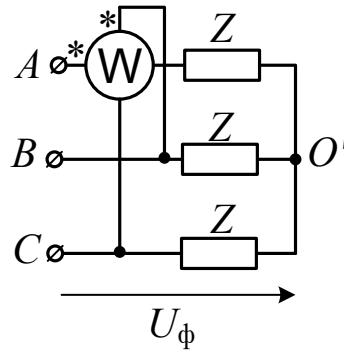
Реактивна потужність кола [ВАр]:

Reactive power of the circuit [VAr]:

$$Q = S \sin \varphi = 24941,53 \cdot \sin 32^\circ = 13217.$$

### Приклад 11

#### Example 11



Навантаження трифазного кола  $Z = 32 + j24$  Ом, фазна напруга  $U_\phi = 340$  В.  
Визначити показання ватметра, активну і реактивну потужності кола.

Three-phase circuit load  $Z = 32 + j24$  Ohm, phase voltage  $U_{ph} = 340$  V.  
Determine the wattmeter reading, average and reactive power of the circuit.

### Розв'язання

#### Solution

Показання ватметра [Вт]:

The wattmeter reading [W]:

$$P_w = \operatorname{Re} [\underline{U}_{BC} \underline{I}_A^*].$$

Фазна напруга фази А [В]:

A-phase voltage [V]:

$$\underline{U}_{AO'} = U_\phi = 340.$$

Фазний струм фази А [А]:

A-phase current [A]:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_{AO'}}{\underline{Z}_A} = \frac{340}{32 + j24} = \frac{340}{40e^{j36,87^\circ}} = 8,5e^{-j36,87^\circ}.$$

Лінійна напруга [В]:

The line voltage [V]:

$$\underline{U}_{BC} = U_{\phi} \sqrt{3} e^{-j90^{\circ}} = 340 \sqrt{3} e^{-j90^{\circ}}.$$

Показання ватметра [Вт]:

The wattmeter reading [W]:

$$P_w = \operatorname{Re}[340 \sqrt{3} e^{-j90^{\circ}} \cdot 8,5 e^{j36,87^{\circ}}] = 340 \sqrt{3} \cdot 8,5 \cdot \cos(-90^{\circ} + 36,87^{\circ}) = 3003,4.$$

Активна і реактивна потужності кола [Вт, ВАр]:

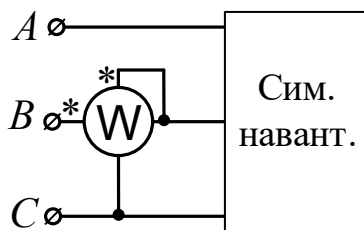
Average and reactive power of the circuit [W, Var]:

$$P_{\text{кола}} = 3 \cdot I^2 R = 3 \cdot 8,5^2 \cdot 32 = 6936;$$

$$Q_{\text{кола}} = 3 \cdot I^2 X = 3 \cdot 8,5^2 \cdot 24 = 5202.$$

## Приклад 12

### Example 12



Реактивна потужність фази навантаження симетричного трифазного кола  $Q_{\phi} = 6156$  ВА, фазна напруга генератора  $U_{\text{фг}} = 360$  В, коефіцієнт потужності  $\cos \varphi = 0,9396$ .

Визначити реактивну потужність кола та показання ватметра. Як приєднати в коло другий ватметр, аби виміряти повну потужність кола?

Reactive power of the load phase of a symmetrical three-phase circuit  $Q_{\text{ph}} = 6156$  VA, source phase voltage  $U_{\text{ph}} = 360$  V, power factor  $\cos \varphi = 0.9396$ .

Determine the reactive power of the circuit and the wattmeter reading. How to connect a second wattmeter to the circuit to measure the average power of the circuit?

## Розв'язання

### *Solution*

$$\cos \varphi = 0,9396; \varphi = \arccos 0,9396 = 20^\circ; \sin \varphi = 0,342.$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi.$$

Струм в фазі навантаження [А]:

*The current in the load phase [A]:*

$$I = \frac{Q}{U \cdot \sin \varphi} = \frac{6156}{360 \cdot 0,342} = 50 \text{ A.}$$

$$\underline{I}_B = I e^{j(\psi_{U_{BO}} - \varphi)} = 50 e^{j(-120^\circ - 20^\circ)} = 50 e^{-j140^\circ} \text{ A.}$$

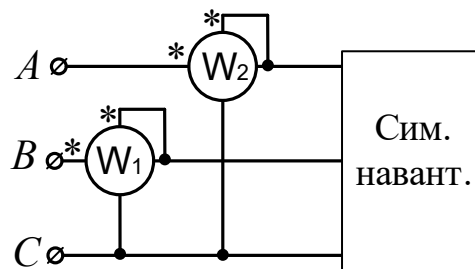
Показання ватметра [Вт]:

*Wattmeter readings [W]:*

$$\begin{aligned} P_w &= \operatorname{Re} [\underline{U}_{BC} \underline{I}_B^*] = \operatorname{Re} [360\sqrt{3} e^{-j90^\circ} 50 e^{j140^\circ}] = 360\sqrt{3} \cdot 50 \cos(-90^\circ + 140^\circ) = \\ &= 20040. \end{aligned}$$

Схема для вимірювання активної потужності всього кола (схема двох ватметрів):

*The circuit for measuring the average power delivered to a balanced load (two-wattmeter method):*



$$\begin{aligned} P_{w2} &= \operatorname{Re} [\underline{U}_{AC} \underline{I}_A^*] = \operatorname{Re} [360\sqrt{3} e^{-j30^\circ} 50 e^{j20^\circ}] = 360\sqrt{3} \cdot 50 \cos(-30^\circ + 20^\circ) = \\ &= 30703 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Активна потужність кола [Вт]:

*An average power delivered to a balanced load [W]:*

$$P_{\text{кола}} = P_{w1} + P_{w2} = 20040 + 30703 = 50743.$$

Перевірка:

Test:

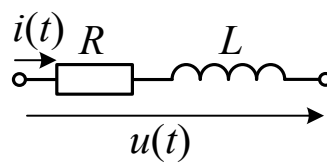
$$P_{\text{кола}} = 3 \cdot UI \cos \varphi = 3 \cdot 360 \cdot 50 \cdot 0,9396 = 50738.$$

## 5. Лінійні електричні кола періодичного несинусоїдального живлення

*Linear electrical circuits of periodic non-sinusoidal power supply*

### Приклад 13

### Example 13



Задані параметри кола:  $R = 20 \text{ Ом}$ ;  $\omega L = 20 \text{ Ом}$ ; напруга на ділянці кола  $u(t) = 80 + 80\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ) + 40\sqrt{2} \sin(2\omega t + 135^\circ) \text{ В}$ .

Визначити миттєве значення струму ділянки, діючі значення напруги  $u(t)$  і струму  $i(t)$ , коефіцієнт потужності.

*The parameters of the circuit are:  $R = 20 \text{ Ohm}$ ;  $\omega L = 20 \text{ Ohm}$ . Voltage on the circuit section  $u(t) = 80 + 80\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ) + 40\sqrt{2} \sin(2\omega t + 135^\circ) \text{ V}$ .*

*Determine the instantaneous current, the rms values of the voltage  $u(t)$  and the current  $i(t)$ , and the power factor.*

### Розв'язання

### Solution

Для постійної складової напруги ділянка з котушкою еквівалентна дроту з нульовим опором, тому опір  $Z_0 = R = 20 \text{ Ом}$ , а постійна складова струму дорівнює [А]:

*For the DC component of the voltage, the section with the coil is equivalent to a wire with zero resistance, so the resistance  $Z_0 = R = 20 \text{ Ohm}$ , and the DC component of the current is equal [A]:*

$$I_0 = 80/20 = 4.$$

Для першої гармоніки напруги опір ділянки визначається так [Ом]:

*For the first harmonic of the voltage, the resistance of the section is determined as follows [Ohm]:*

$$\underline{Z}_1 = R + j\omega L = 20 + j20 = 20\sqrt{2}e^{j45^\circ};$$

Комплексна амплітуда струму [A]:

*Phasor current [A]:*

$$\underline{I}_{1m} = \frac{\underline{U}_{1m}}{\underline{Z}_1} = \frac{80\sqrt{2}e^{j90^\circ}}{20\sqrt{2}e^{j45^\circ}} = 4e^{j45^\circ}.$$

Миттєве значення першої гармоніки струму [A]:

*The instantaneous value of the current's first harmonic [A]:*

$$i_1(t) = 4 \sin(\omega t + 45^\circ).$$

Для другої гармоніки напруги опір ділянки [Ом]:

*For the voltage's second harmonic, the resistance of the section [Ohm]:*

$$\underline{Z}_2 = R + j2\omega L = 20 + j40 = 20\sqrt{5}e^{j63,4^\circ};$$

Комплексна амплітуда струму [A]:

*Phasor current [A]:*

$$\underline{I}_{2m} = \frac{\underline{U}_{2m}}{\underline{Z}_2} = \frac{40\sqrt{2}e^{j135^\circ}}{20\sqrt{5}e^{j63,4^\circ}} = 1,265e^{-j71,6^\circ}.$$

Миттєве значення другої гармоніки струму [A]:

*Instantaneous value of the current's second harmonic [A]:*

$$i_2(t) = 1,265 \sin(2\omega t - 71,6^\circ).$$

Миттєве значення струму [A]:

*Instantaneous current value [A]:*

$$i(t) = 4 + 4 \sin(\omega t + 45^\circ) + 1,265 \sin(2\omega t - 71,6^\circ).$$

Діюче значення напруги ділянки [В]:

*The rms value of the voltage [V]:*

$$U = \sqrt{80^2 + \frac{(80\sqrt{2})^2}{2} + \frac{(40\sqrt{2})^2}{2}} = 120.$$

Діюче значення струму [A]:

*The rms value of the current [A]:*



$$I = \sqrt{4^2 + \frac{(4)^2}{2} + \frac{(1,256)^2}{2}} = 4,98.$$

Потужність, спожита резистором [Вт]:

*The real power [W]:*

$$P = I_0^2 R + \frac{I_{1m}^2}{2} R + \frac{I_{2m}^2}{2} R = \left( 4^2 + \frac{(4)^2}{2} + \frac{(1,256)^2}{2} \right) 20 = 496 .$$

Повна потужність кола [ВА]:

*Apparent power [VA]:*

$$S = UI = 120 \cdot 4,98 = 597,6.$$

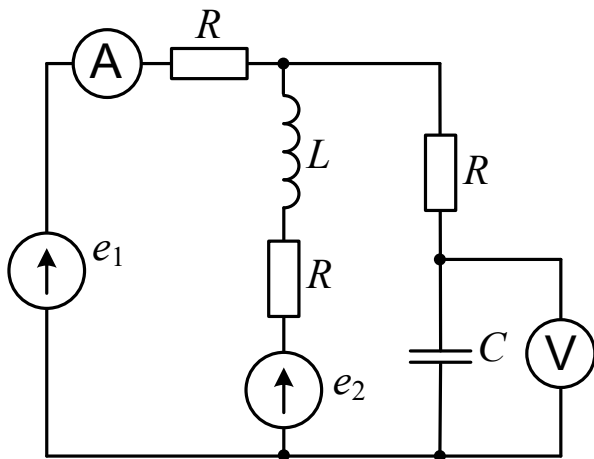
Коефіцієнт потужності:

*Power factor:*

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{496}{597,6} = 0,83.$$

#### Приклад 14

#### Example 14



Визначити активну потужність, спожиту колом, та показання приладів, якщо відомі опори:  $R = 6$  Ом;  $\omega L = 4$  Ом;

$$\frac{1}{\omega C} = 8 \text{ Ом};$$

ЕРС джерел:  $e_1 = 4$  В;

$$e_2(t) = 8 + 24\sqrt{2} \sin(\omega t) + 40\sqrt{2} \sin(2\omega t + 30^\circ) \text{ В}.$$

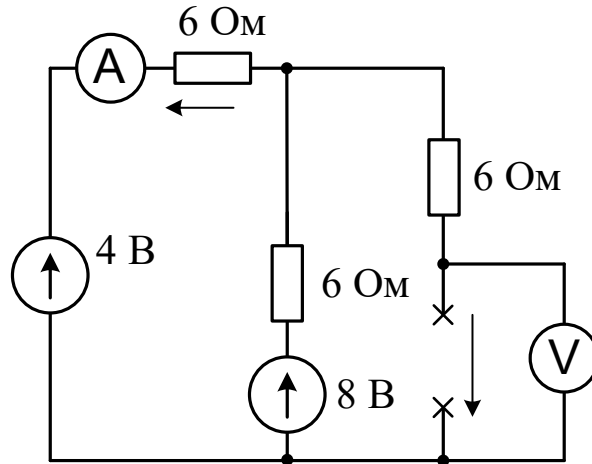
*Determine the real power of the circuit and the readings of the ammeter and the voltmeter, provided the instantaneous voltages of the sources and the resistances are known:  $e_1 = 4$  V;  $e_2(t) = 8 + 24\sqrt{2} \sin(\omega t) + 40\sqrt{2} \sin(2\omega t + 30^\circ)$  V;  $R = 6$  Ohm;  $\omega L = 4$  Ohm;  $\frac{1}{\omega C} = 8$  Ohm .*

## Розв'язання

### *Solution*

1. Для постійної складової ЕРС  $e_2$  та ЕРС  $e_1$  коло має вигляд:

*For the constant component of EMF  $e_2$  and EMF  $e_1$ , the circuit has the following form:*



Струм через амперметр [А]:

*The current through the ammeter [A]:*

$$I_{A0} = \frac{E_2 - E_1}{R + R} = \frac{8 - 4}{6 + 6} = \frac{1}{3} = 0,33.$$

Напруга на конденсаторі [В]:

*The capacitor voltage [V]:*

$$U_{V0} = E_2 - I_{A0}R = 8 - \frac{6}{3} = 6.$$

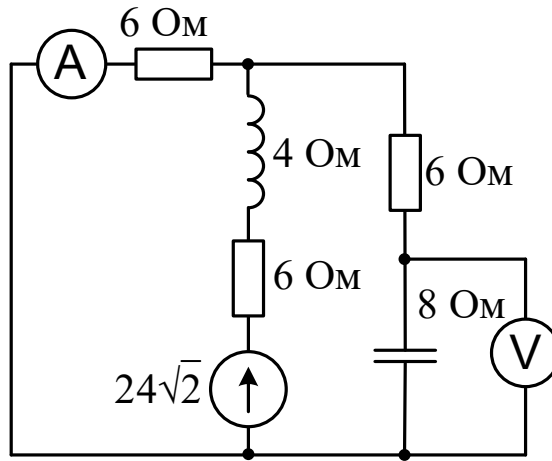
Активна потужність [Вт]:

*The real power [W]:*

$$P_0 = 2 \cdot I_{A0}^2 R = 2 \cdot 6 \cdot \frac{1}{9} = \frac{4}{3} = 1,33.$$

2. Для першої гармоніки ЕРС  $e_2$  коло має вигляд:

*For the first harmonic of the EMF  $e_2$ , the circle has the form:*



Комплекс еквівалентного опору кола [Ом]:

*The circle's equivalent impedance [Ohm]:*

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{(1)\text{екв}} &= R + j\omega L + \frac{R \left( R - j \frac{1}{\omega C} \right)}{2R - j \frac{1}{\omega C}} = 6 + j4 + \frac{6(6 - j8)}{12 - j8} = \\ &= 6 + j4 + \frac{816 - j288}{208} = 6 + j4 + \frac{816 - j288}{208} = 6 + j4 + 3,92 - j1,38 = \\ &= 9,92 + j2,62 = 10,26e^{j14,8^\circ}.\end{aligned}$$

Струми гілок [А]:

*The phasor currents and the rms values of the currents [A]:*

$$\begin{aligned}\underline{I}_{Lm(1)} &= \frac{\underline{E}_{2m(1)}}{\underline{Z}_{(1)\text{екв}}} = \frac{24\sqrt{2}}{10,26e^{j14,8^\circ}} = 3,3e^{-j14,8^\circ}; \quad I_{L(1)} = 2,33; \\ \underline{I}_{Rm(1)} &= \underline{I}_{Lm(1)} \frac{R - j \frac{1}{\omega C}}{2R - j \frac{1}{\omega C}} = 3,3e^{-j14,8^\circ} \frac{6 - j8}{12 - j8} = \\ &= 3,3e^{-j14,8^\circ} \frac{10e^{-j53,1^\circ}}{14,4e^{-j33,7^\circ}} = 2,3e^{-j34,2^\circ}. \\ I_{A(1)} &= 1,626. \\ \underline{I}_{Cm(1)} &= \frac{\underline{E}_{2m(1)}}{\underline{Z}_{(1)\text{екв}}} \frac{R}{2R - j \frac{1}{\omega C}} = \frac{24\sqrt{2}}{10,26e^{j14,8^\circ}} \frac{6}{14,4e^{-j33,7^\circ}} = 1,38e^{j18,9^\circ}; \\ I_{C(1)} &= 0,976.\end{aligned}$$

Напруга на конденсаторі [В]:

Capacitor voltage [V]:

$$\underline{U}_{Ym(1)} = \underline{I}_{Cm(1)} \left( -j \frac{1}{\omega C} \right) = 1,38 e^{j18,9^\circ} 8 e^{-j90^\circ} = 11,03 e^{-j71,1^\circ}.$$

$$U_{V(1)} = 7,8.$$

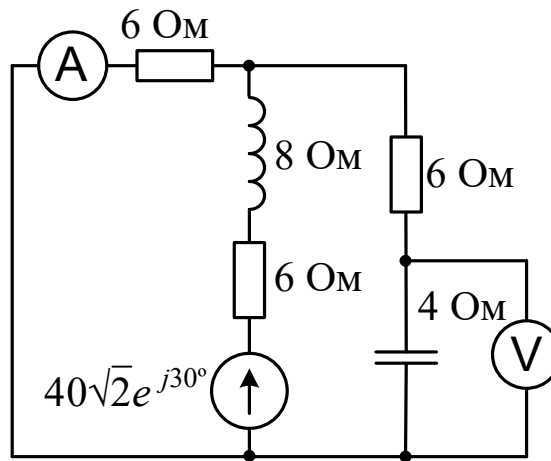
Активна потужність [Вт]:

The real power [W]:

$$P_1 = I_{A(1)}^2 R + I_{L(1)}^2 R + I_{C(1)}^2 R = (1,626^2 + 2,33^2 + 0,976^2) 6 = 54,15.$$

3. Для другої гармоніки ЕРС  $e_2$  коло має вигляд:

For the second harmonic of the EMF  $e_2$ , the circuit has the following form:



Комплекс еквівалентного опору кола [Ом]:

The impedance of the circuit [Ohm]:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{(2)\text{екв}} &= R + j2\omega L + \frac{R \left( R - j \frac{1}{2\omega C} \right)}{2R - j \frac{1}{2\omega C}} = 6 + j8 + \frac{6(6 - j4)}{12 - j4} = \\ &= 6 + j8 + \frac{(36 - j24)(12 + j4)}{144 + 16} = 6 + j8 + 3,3 - j0,9 = 9,3 + j7,1 = \\ &= 11,7 e^{j37,36^\circ}. \end{aligned}$$

Струми гілок [А]:

The phasor currents and the rms values of the currents [A]:

$$\underline{I}_{Lm(2)} = \frac{\underline{E}_{2m(2)}}{\underline{Z}_{(2)\text{екв}}} = \frac{40\sqrt{2}e^{j30^\circ}}{11,7e^{j37,36^\circ}} = 4,83e^{-j7,36^\circ}; \quad I_{L(2)} = 3,4;$$

$$\underline{I}_{R\ m(2)} = \underline{I}_{Lm(2)} \frac{R - j \frac{1}{2\omega C}}{2R - j \frac{1}{2\omega C}} = 4,83e^{-j7,36^\circ} \frac{6 - j4}{12 - j4} =$$

$$= 4,83e^{-j7,36^\circ} \frac{7,21e^{-j33,7^\circ}}{12,65e^{-j18,43^\circ}} = 2,7e^{-j22,63^\circ}.$$

$$I_{A(2)} = 1,9.$$

$$\underline{I}_{C\ m(2)} = \underline{I}_{Lm(2)} \frac{R}{2R - j \frac{1}{2\omega C}} = 4,83e^{-j7,36^\circ} \frac{6}{12,65e^{-j18,43^\circ}} = 2,29e^{j11,03^\circ};$$

$$I_{C(2)} = 1,62.$$

Напруга на конденсаторі [В]:

*Capacitor voltage* [V]:

$$\underline{U}_{Ym(2)} = \underline{I}_{C\ m(2)} \left( -j \frac{1}{2\omega C} \right) = 2,29e^{j11,03^\circ} 4e^{-j90^\circ} = 9,16e^{-j78,97^\circ} \text{ В.}$$

$$U_{V(2)} = 5,48 \text{ В.}$$

Активна потужність [Вт]:

*The real power* [W]:

$$P_2 = I_{A(2)}^2 R + I_{L(2)}^2 R + I_{C(2)}^2 R = (3,4^2 + 1,9^2 + 1,62^2) \cdot 6 = 106,77 \text{ Вт.}$$

#### 4. Показання приладів.

*Instrument readings.*

Показання амперметра [А]:

*Ammeter reading* [A]:

$$I_A = \sqrt{0,33^2 + 1,626^2 + 1,9^2} = 2,52.$$

Показання вольтметра [В]:

*Voltmeter reading* [V]:

$$U_V = \sqrt{6^2 + 7,8^2 + 5,48^2} = 11,26.$$

Активна потужність кола [Вт]:

The real power of the circuit [W]:

$$P = P_0 + P_1 + P_2 = 1,33 + 54,15 + 106,77 = 162,25.$$

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Nilsson James W. Electric circuits / James W. Nilsson, Susan A. Riedel. – New York : Pearson Education Limited, 2020. – 819 p.
2. Svoboda James A. Introduction to Electric Circuits / James A. Svoboda, Richard C. Dorf. – New Jersey : John Wiley & Sons, Inc , 2014. – 238 p.
3. Powell Ray. Introduction to Electric Circuits / Ray Powell . – Bristol : J W Arrowsmith Ltd, 1995. –265 p.
4. Мількевич Є. О. Основи теорії кіл. Аналіз лінійних та нелінійних кіл в перехідному та усталеному режимі: Навчальний посібник. Ч. 2. / Є. О. Мількевич, Д. В. Максюта, В. Д. Карлов. – Харків : ХУПС, 2005. – 268 с.
5. Теоретичні основи електротехніки: Збірник задач [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»/ КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: І. Н. Намацалюк, Ю. В. Перетятко. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,07 МБ). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 112 с.
6. Маляр В.С. Теоретичні основи електротехніки. Електричні кола: навч. посібник / В. С. Маляр. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. – 312 с.
7. Шегедін О.І. Теоретичні основи електротехніки. Частина 1. Навч. Посібник. / О. І. Шегедін, В. С. Маляр – Львів : Магнолія плюс, 2004. – 172с.
8. Туз Ю. М. Теорія електричних кіл і сигналів [Електронний ресурс] : навчальний посібник / Ю. М. Туз, Ю. С. Шумков; за ред. Ю. М. Туза ; Електронні текстові дані (1 файл: 6,66 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2012. – 468 с.
9. Булашенко А. В.. Теорія електричних та магнітних кіл: конспект лекцій у 5-ти частинах. Ч.4. / А. В. Булашенко. – Суми : Вид-во СумДУ, 2010. – 181с.
10. Теорія електричних і магнітних кіл : підручник / Панченко С. В., Ананьєва О. М., Бабаєв М. М., Блиндюк В. С., Давиденко М. Г., Карпенко Н. П. – Харків : УкрДУЗТ, 2020. – 247 с.
11. Осадчук О. В. Теорія електричних кіл і сигналів. Частина 1 : навчальний посібник / О. В. Осадчук, О. С. Звягін. – Вінниця : ВНТУ, 2015. – 153 с.

Навчальне видання

КАЗАКОВЦЕВА Людмила Вікторівна

КОСТЮКОВ Іван Олександрович

КРОПАЧЕК Ольга Юріївна

ЛАВРІНЕНКО Ольга Валеріївна

ЛИТВИНЕНКО Світлана Анатоліївна

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ  
В ПРИКЛАДАХ І ЗАДАЧАХ  
ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ДО І ЕТАПУ  
ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ СТУДЕНТСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ

Навчально-методичний посібник  
для студентів електротехнічних та комп'ютерних спеціальностей  
Видання друге, перероблене й доповнене  
Українською і англійською мовами

Відповідальний за випуск д-р техн. наук Костюков І. О.

Роботу до видання рекомендувала проф. Безпрозваних Г. В.

В авторській редакції

План 2025 р., поз. 6

Підп. до друку 2025р. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 3,5.

---

Видавничий центр НТУ «ХПІ».

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2017 р.

61002, Харків, вул. Кирпичова, 2.

---

Електронне видання